



**DELHI UNIVERSITY
LIBRARY**

DELHI UNIVERSITY LIBRARY SYSTEM

Cl No **B7:2**

168N20;1

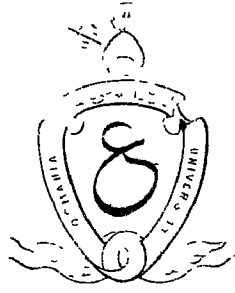
Ac No **313320**

Date of release of loan

15.11.77

This book should be returned on or before the date last stamped below.

An overdue charge of 10 nP. will be charged for each day the book is
ke overtime.



سلسلہ کتب علم و معارف اسلامیہ

علم حرکت

لونی صاحب کی کتاب الیمنٹس آف ڈائنامکس کا اردو ترجمہ
از

خان فضل محمد خان صاحب ایم۔ اے۔ (پنجاب) بی۔ اے۔ (کیمبریج)
ریٹائرڈ سکالر گورنمنٹ آف انڈیا سکالر سینٹ جانز کالج کیمبریج ۱۹۰۶ء

فیلو پنجاب یونیورسٹی ۱۱-۱۹۱۶ء

رفیق جامعہ عثمانیہ

نائب ناظم تعلیمات کاسر عالی

۱۳۳۸ھ م ۱۳۲۹ھ م ۱۹۲۰ء

مطبع دارالسنن علیہ السلام لاہور

مُقَدِّمہ



دنیا میں ہر قوم کی زندگی میں ایک ایسا زمانہ آتا ہے جب کہ اُس کے قوائے ذہنی میں انحطاط کے آثار نمودار ہونے لگتے ہیں، ایجاد و اختراع اور غور و فکر کا مادہ تقریباً مفقود ہو جاتا ہے، تخیل کی پرواز اور نظر کی جولانی تنگ اور محدود ہو جاتی ہے، علم کا دار و مدار چند رسمی باتوں اور تقلید پر رہ جاتا ہے۔ اُس وقت قوم یا تو بیکار اور مردہ ہو جاتی ہے یا سنبھلنے کے لئے یہ لازم ہوتا ہے کہ وہ دوسری ترقی یافتہ اقوام کا اثر قبول کرے۔ تاریخ عالم کے ہر دور میں اس کی شہادتیں موجود ہیں۔ خود ہمارے دیکھتے دیکھتے جاپان پر یہی گزری اور یہی حالت اب ہندوستان کی ہے۔ جس طرح کوئی شخص دوسرے بنی نوع انسان سے قطع تعلق کر کے تنہا اور الگ تھلک نہیں رہ سکتا اور اگر رہے تو پنب

ہیں سکتا اسی طرح یہ بھی ممکن نہیں کہ کوئی قوم دیگر اقوام عالم سے بے نیاز ہو کر پھولے پھلے اور ترقی پائے۔ جس طرح ہوا کے جھونکے اور ادنیٰ پرندوں اور کیڑے مکوڑوں کے اثر سے وہ مقامات تک ہرے بھرے رہتے ہیں جہاں انسان کی دسترس نہیں اسی طرح انسانوں اور قوموں کے اثر بھی ایک دوسرے تک اڑ کر پہنچتے ہیں۔ جس طرح یونان کا اثر روم اور دیگر اقوام یورپ پر پڑا جس طرح عرب نے عجم کو اور عجم نے عرب کو اپنا فیض پہنچایا جس طرح اسلام نے یورپ میں تاریکی اور جہالت کو مٹا کر علم کی روشنی پہنچائی اسی طرح آج ہم بھی بہت سی باتوں میں مغرب کے محتاج ہیں یہ قانون عالم ہے جو یوں ہی جاری رہا اور جاری رہیگا۔

”دن سے دیا یوں ہی جلتا رہا ہے“

جب کسی قوم کی نوبت یہاں تک پہنچ جاتی ہے اور وہ آگے قدم بڑھانے کی سعی کرتی ہے تو ادبیات کے میدان میں پہلی منزل ترجمہ ہوتی ہے۔ اس لئے کہ جب قوم میں جدت اور ابھار نہیں رہی تو ظاہر ہے کہ اس کی تصانیف معمولی ادھوری، کم مایہ اور ادنیٰ ہونگی۔ اُس وقت قوم کی بڑی خدمت یہی ہے کہ ترجمہ کے ذریعہ سے دنیا کی اعلیٰ درجہ کی تصانیف اپنی زبان میں لائی جائیں۔ یہی ترجمے خیالات میں تغیر اور معلومات میں اضافہ کریں گے، جمود کو توڑیں گے اور قوم میں ایک نئی حرکت پیدا کریں گے اور پھر آخر یہی ترجمے تصنیف و تالیف

کے جدید اسلوب اور ڈھنگ سمجھائیں گے۔ ایسے وقت میں ترجمہ تصنیف سے زیادہ قابل قدر، زیادہ مفید اور زیادہ فیض رساں ہوتا ہے۔

اسی اصول کی بنا پر جب عثمانیہ یونیورسٹی کی تجویز پیش ہوئی تو ہزار اکرالٹڈ ہائینس رستم دوراں ارسطوئے زماں سپہ سالار آصف جاہ مظفر الممالک نظام الملک نظام الدولہ **نَوَابِ مِيرِ عُمَانِ عَلِيخان بھادسار فتح جنگ** جی۔سی۔اس۔آئی۔جی۔سی۔بی۔ای۔والی حیدرآباد دکن جلد اللہ ملکہ و سلطنت نے جن کی علمی قدردانی اور علمی سرپرستی اس زمانہ میں اچھائے علوم کے حق میں آب حیات کا کام کر رہی ہے، یہ تقاضائے مصلحت و دور بینی سب سے اول سرشتہ تالیف و ترجمہ کے قیام کی منظوری عطا فرمائی جو نہ صرف یونیورسٹی کے لئے نصاب تعلیم کی کتابیں تیار کریگا بلکہ ملک میں نشر و اشاعت علوم و فنون کا کام بھی انجام دیگا۔ اگرچہ اس سے قبل بھی یہ کام ہندوستان کے مختلف مقامات میں تھوڑا تھوڑا انجام پایا مثلاً فورٹ ولیم کالج کلکتہ میں زیر نگرانی ڈاکٹر گلکرسٹ، دہلی سوسائٹی میں، انجمن پنجاب میں زیر نگرانی ڈاکٹر لائٹنر و کرنل ہارلڈ، علی گڑھ سائنٹفک انسٹیٹیوٹ میں جس کی بنا سرسید احمد خاں مرحوم نے دالی۔ مگر یہ کوششیں سب وقتی اور عارضی تھیں۔ نہ اُنکے اس کافی سرمایہ اور سامان تھا نہ انہیں یہ موقع حاصل تھا

ہندو نہ انہیں **اَعْلَمَ حَضَرَتٌ وَاَفْلَسٌ** جیسے علم پرور
فرمانروا کی سرپرستی کا شرف حاصل تھا۔ یہ پہلا وقت ہے کہ
اردو زبان کو علوم و فنون سے مالا مال کرنے کے لئے باقاعدہ
اور مستقل کوشش کی گئی ہے۔ اور یہ پہلا وقت ہے کہ
اردو زبان کو یہ رتبہ ملا ہے کہ وہ اعلیٰ تعلیم کا ذریعہ قرار
پائی ہے۔ اہل علم کے لئے جو کام آگسٹس نے روم میں
خلافت عباسیہ میں ہارون الرشید و مامون الرشید نے ہسپانیہ میں
عبدالرحمن ثالث نے، بکراجیت و اکبر نے ہندوستان میں
الفرڈ نے انگلستان میں، پیٹر اعظم و کیتھرائٹ نے روس میں
اور منت شی ہٹونے جاپان میں کیا وہی فرمانروائے دولت
اَصْفِيَاءُ نے اس ملک کے لئے کیا۔ **اَعْلَمَ حَضَرَتٌ وَاَفْلَسٌ**
کا یہ کارنامہ ہندوستان کی علمی تاریخ میں ہمیشہ فخر و مباہات
کے ساتھ ذکر کیا جائیگا۔

منجملہ اُن اسباب کے جو قومی ترقی کا موجب ہوتے ہیں ایک
بڑا سبب زبان کی تکمیل ہے۔ جس قدر جو قوم زیادہ ترقی یافتہ
ہے اُسی قدر اُس کی زبان وسیع اور اس میں نازک خیالات
اور علمی مطالب کے ادا کرنے کی زیادہ صلاحیت ہوتی ہے،
اور جس قدر جس قوم کی زبان محدود ہوتی ہے اُسی قدر تنہیب
و شایستگی بلکہ انسانیت میں اس کا درجہ کم ہوتا ہے۔ چنانچہ
وحشی اقوام میں الفاظ کا ذخیرہ بہت ہی کم پایا گیا ہے۔ علمائے
فلسفہ و علم اللسان نے یہ ثابت کیا ہے کہ زبان، خیال اور

خیال، زبان ہے اور ایک مدت کے بعد اس نتیجے پر پہنچے ہیں کہ انسانی دماغ کے صحیح تاریخی ارتقا کا علم، زبان کی تاریخ کے مطالعہ سے حاصل ہو سکتا ہے۔ الفاظ ہمیں سوچنے میں ویسی ہی مدد دیتے ہیں جیسی آنکھیں دیکھنے میں۔ اس لئے زبان کی ترقی درحقیقت عقل کی ترقی ہے۔

علم ادب اسی قدر وسیع ہے جس قدر حیات انسانی۔ اور اس کا اثر زندگی کے ہر شعبہ پر پڑتا ہے۔ وہ نہ صرف انسان کی ذہنی، معاشرتی، سیاسی ترقی میں مدد دیتا، اور نظر میں سوت، دماغ میں روشنی، دلوں میں حرکت اور خیالات میں تغیر پیدا کرتا ہے بلکہ قوموں کے بنانے میں ایک قوی آلہ ہے۔ قومیت کے لئے ہم خیالی شرط ہے اور ہم خیالی کے لئے ہم زبانی لازم۔ گویا ایک زبانی قومیت کا شیرازہ ہے جو اسے منتشر ہونے سے بچائے رکھتا ہے۔ ایک زمانہ تھا جب کہ مسلمان اقطاع عالم میں پھیلے ہوئے تھے لیکن اُن کے علم ادب اور زبان نے انہیں ہر جگہ ایک کر رکھا تھا۔ اس زمانے میں انگریز ایک دنیا پر چھائے ہوئے ہیں لیکن باوجود بُعد مسافت و اختلافِ حالات ایک زبانی کی بدولت قومیت کے ایک سلسلے میں منسلک ہیں، زبان میں جادو کا سا اثر ہے اور صرف افراد ہی پر نہیں بلکہ اقوام پر بھی اُس کا وہی تسلط ہے۔

یہی وجہ ہے کہ تعلیم کا صحیح اور فطرتی ذریعہ اپنی ہی زبان ہو سکتی ہے۔ اس امر کو اَعْلَىٰ صَدَقَاتِ وَاَقْلَسُ نے

پہچانا اور جامعہ عثمانیہ کی بنیاد ڈالی۔ جامعہ عثمانیہ ہندوستان میں پہلی یونیورسٹی ہے جس میں ابتدا سے انتہا تک ذریعہ تعلیم ایک دیسی زبان ہوگا۔ اور یہ زبان اردو ہوگی۔ ایک ایسے ملک میں جہاں ”ہانت بہانت کی بولیاں“ بولی جاتی ہیں، جہاں ہر صوبہ ایک نیا عالم ہے، صرف اردو ہی ایک عام اور مشترک زبان ہو سکتی ہے۔ یہ اہل ہند کے میل جول سے پیدا ہوئی اور اب بھی یہی اس فرض کو انجام دیگی۔ یہ اس کے خمیر اور وضع و ترکیب میں ہے۔ اس لئے یہی تعلیم اور تبادلہ خیالات کا واسطہ بن سکتی اور قومی زبان کا دعویٰ کر سکتی ہے۔

جب تعلیم کا ذریعہ اردو قرار دیا گیا تو یہ کھلا اعتراض تھا کہ اردو میں اعلیٰ تعلیم کے لئے کتابوں کا ذخیرہ کہاں ہے اور ساتھ ہی یہ بھی کہا جاتا تھا کہ اردو میں یہ صلاحیت ہی نہیں کہ اس میں علوم و فنون کی اعلیٰ تعلیم ہو سکے۔ یہ صحیح ہے کہ اردو میں اعلیٰ تعلیم کے لئے کافی ذخیرہ نہیں۔ اور اردو ہی پر کیا منحصر ہے، ہندوستان کی کسی زبان میں بھی نہیں۔ یہ طلب و رسد کا عام مسئلہ ہے۔ جب مانگ ہی نہ تھی تو رسد کہاں سے آتی۔ جب ضرورت ہی نہ تھی تو کتابیں کیونکر مہیا ہوتیں۔ ہماری اعلیٰ تعلیم غیر زبان میں ہوتی تھی، تو علوم و فنون کا ذخیرہ ہماری زبان میں کہاں سے آتا۔ ضرورت ایجاد کی مان ہے۔ اب ضرورت محسوس ہوئی ہے تو کتابیں بھی

میتا ہو جائیں گی۔ اسی کمی کو پورا کرنے اور اسی ضرورت کو رفع کرنے کے لئے سررشتہ تالیف و ترجمہ قائم کیا گیا۔ یہ صحیح نہیں ہے کہ اردو زبان میں اس کی صلاحیت نہیں۔ اس کے لئے کسی دلیل و برہان کی ضرورت نہیں۔ سررشتہ تالیف و ترجمہ کا وجود اس کا شافی جواب ہے۔ یہ سررشتہ یہی کام کر رہا ہے۔ کتابیں تالیف و ترجمہ ہو رہی ہیں اور چند روز میں عثمانیہ یونیورسٹی کالج کے طالب علموں کے ہاتھوں میں ہونگی اور رفتہ رفتہ عام شایقین علم تک پہنچ جائیں گی۔

لیکن اس میں سب سے کٹھن اور سنگلاخ مرحلہ وضع اصطلاحات کا تھا۔ اس میں بہت کچھ اختلاف اور بحث کی گنجائش ہے۔ اس بارے میں ایک مدت کے تجربہ اور کامل غور و فکر اور مشورہ کے بعد میری یہ رائے قرار پائی ہے کہ تنہا نہ تو ماہر علم صحیح طور سے اصطلاحات وضع کر سکتا ہے اور نہ ماہر لسان۔ ایک کو دوسرے کی ضرورت ہے۔ اور ایک کی کمی دوسرا پورا کرتا ہے۔ اس لئے اس اہم کام کو صحیح طور سے انجام دینے کے لئے یہ ضروری ہے کہ دونوں یک جا جمع کئے جائیں تاکہ وہ ایک دوسرے کے مشورہ اور مدد سے ایسی اصطلاحات بنائیں جو نہ اہل علم کو ناگوار ہوں نہ اہل زبان کو۔ چنانچہ اسی اصول پر ہم نے وضع اصطلاحات کے لئے ایک ایسی مجلس بنائی جس میں دونوں جماعتوں کے اصحاب شریک ہیں۔ علاوہ ان کے

ہم نے اُن اہل علم سے بھی مشورہ کیا جو اس کی خاص اہلیت رکھتے ہیں اور بُعدِ مسافت کی وجہ سے ہماری مجلس میں شریک نہیں ہو سکتے۔ اس میں شک نہیں کہ بعض الفاظ غیر مانوس معلوم ہوں گے اور اہل زبان انہیں دیکھ کر ناک بہوں پڑھائیں گے۔ لیکن اس سے گزیر نہیں۔ ہمیں بعض ایسے علوم سے واسطہ ہے جن کی ہوا تک ہماری زبان کو نہیں لگی۔ ایسی صورت میں سوائے اس کے چارہ نہیں کہ جب ہماری زبان کے موجودہ الفاظ خاص خاص مفہوم کے ادا کرنے سے قاصر ہوں تو ہم جدید الفاظ وضع کریں۔ لیکن اس کے یہ معنی نہیں ہیں کہ ہم نے محض ٹالنے کے لئے زبردستی الفاظ گھڑ کر رکھ دئے ہیں بلکہ جس نہج پر اب تک الفاظ بنتے چلے آئے ہیں اور جن اصول ترکیب و اشتقاق پر اب تک ہماری زبان کاربند رہی ہے، اس کی پوری پابندی ہم نے کی ہے۔ ہم نے اُس وقت تک کسی لفظ کے بنانے کی جرأت نہیں کی جب تک اُسی قسم کی متعدد مثالیں ہمارے پیش نظر نہ رہی ہوں۔ ہماری رائے میں جدید الفاظ کے وضع کرنے کی اس سے بہتر اور صحیح کوئی صورت نہیں۔ اب اگر کوئی لفظ غیر مانوس یا اجنبی معلوم ہو تو اس میں ہمارا قصور نہیں۔ جو زبان زیادہ تر شعر و شاعری اور قصص تک محدود ہو، وہاں ایسا ہونا کچھ تعجب کی بات نہیں۔ جس ملک سے ایجاد و اختراع کا مادہ سلب ہو گیا ہو جہاں لوگ نئی چیزوں کے بنانے اور دیکھنے کے عادی نہ ہوں، وہاں جدید الفاظ کا

غیر مانوس اور اجنبی معلوم ہونا موجب حیرت نہیں۔ الفاظ کی حالت بھی انسانوں کی سی ہے۔ اجنبی شخص بھی رفتہ رفتہ مانوس ہو جاتے ہیں۔ اول اول الفاظ کا بھی یہی حال ہے۔ استعمال آہستہ آہستہ غیر مانوس کو مانوس کر دیتا ہے اور صحت و غیر صحت کا فیصلہ زمانہ کے ہاتھ میں ہوتا ہے۔ ہمارا فرض یہ ہے کہ لفظ تجویز کرتے وقت ہر پہلو پر کامل غور کر لیں، آئندہ چل کر اگر وہ استعمال اور زمانہ کی کسوٹی پر پورا اترتا تو خود ٹکسالی ہو جائیگا اور اپنی جگہ آپ پیدا کر لیگا۔ علاوہ اس کے جو الفاظ پیش کئے گئے ہیں وہ الہامی نہیں کہ جن میں رد و بدل نہ ہو سکے، بلکہ **فرہنگ اصطلاحات عثمانیہ** جو زیر ترتیب ہے پہلے اس کا مسودہ اہل علم کی خدمت میں پیش کیا جائے گا اور جہاں تک ممکن ہوگا اس کی اصلاح میں کوئی دقیقہ فرو گذاشت نہیں کیا جائے گا۔

لیکن ہماری مشکلات صرف اصطلاحات علمیہ تک ہی محدود نہیں ہیں۔ ہمیں ایک ایسی زبان سے ترجمہ کرنا پڑتا ہے جو ہمارے لئے بالکل اجنبی ہے، اس میں اور ہماری زبان میں کسی قسم کا کوئی رشتہ یا تعلق نہیں۔ اس کا طرز بیان، ادائے مطلب کے اسلوب، محاورات وغیرہ بالکل جدا ہیں۔ جو الفاظ اور جملے انگریزی زبان میں بالکل معمولی اور روزمرہ کے استعمال میں آتے ہیں، اُن کا ترجمہ جب ہم اپنی زبان میں کرنے بیٹھتے ہیں تو سخت دشواری پیش آتی ہے۔ ان تمام دشواریوں پر

اُغالب آنے کے لئے مترجم کو کیسا کچھ خونِ جگر کھانا نہیں پڑتا۔ ترجمہ کا کام جیسا کہ عموماً خیال کیا جاتا ہے، کچھ آسان کام نہیں ہے۔ بہت خاک چھانی پڑتی ہے تب کہیں گوہر مقصود ہاتھ آتا ہے۔ اس سرشت کا کام صرف یہی نہ ہوگا (اگرچہ یہ اس کا فرض اولین ہے) کہ وہ نصابِ تعلیم کی کتابیں تیار کرے، بلکہ اس کے علاوہ وہ ہر علم پر متعدد اور کثرت سے کتابیں تالیف و ترجمہ کرائے گا، تاکہ لوگوں میں علم کا شوق بڑھے، ملک میں روشنی پھیلے، خیالات و قلوب پر اثر پیدا ہو، جمالت کا استیصال ہو۔ جمالت کے معنی اب لاعلمی ہی کے نہیں بلکہ اس میں افلاس، کم ہمتی، تنگ دلی، کوتاہ نظری، بے غیرتی، بد اخلاقی سب کچھ آجاتا ہے۔ جمالت کا مقابلہ کر کے اسے پس پا کرنا سب سے بڑا کام ہے۔ انسانی دماغ کی ترقی علم کی ترقی ہے۔ انسانی ترقی کی تاریخ علم کی اشاعت و ترقی کی تاریخ ہے۔ ابتدائے آفرینش سے اس وقت تک انسان نے جو کچھ کیا ہے، اگر اس پر ایک وسیع نظر ڈالی جائے تو نتیجہ یہ نکلے گا کہ جوں جوں علم میں اضافہ ہوتا گیا، پچھلی غلطیوں کی صحت ہوتی گئی، تاریکی گھٹتی گئی، روشنی بڑھتی گئی، انسان میدانِ ترقی میں قدم آگے بڑھاتا گیا۔ اسی مقدس فرض کے ادا کرنے کے لئے یہ سرشت قائم کیا گیا ہے اور وہ اپنی بساط کے موافق اس کے انجام دینے میں کوتاہی نہ کرے گا۔

لیکن غلطی، تحقیق و جستجو کی گھات میں لگی رہتی ہے۔ ادب کا

کال ذوق سلیم ہر ایک کو نصیب نہیں ہوتا۔ بڑے بڑے نقاد اور مبصر فاش غلطیاں کر جاتے ہیں۔ لیکن اس سے ان کے کام پر حرف نہیں آتا۔ غلطی ترقی کے مانع نہیں ہے، بلکہ وہ صحت کی طرف رہتائی کرتی ہے پچھلوں کی بھول چوک آنے والے مسافر کو رستہ بھٹکنے سے بچا دیتی ہے۔ ایک جاپانی ماہر تعلیم (بیرن کی کوچی) نے اپنے ملک کا تعلیمی حال لکھتے ہوئے اس صحیح کیفیت کا ذکر کیا ہے جو ہونہار اور ترقی کرنے والے افراد اور اقوام پر گزرتی ہے۔

”ہم نے بہت سے تجربے کئے اور بہت سی کامیاں اور غلطیاں ہوئیں، لیکن ہم نے ان سے نئے سبق سیکھے اور فائدہ اٹھایا۔ رفتہ رفتہ ہیں اپنے ملک کی تعلیمی ضروریات اور امکانات کا صحیح اور بہتر علم ہوتا گیا اور ایسے تعلیمی طریقے معلوم ہوتے گئے جو ہمارے اہل وطن کے لئے زیادہ موزوں تھے۔ ابھی بہت سے ایسے مسائل ہیں جو ہمیں حل کرنے میں، بہت سی ایسی اصلاحیں ہیں جو ہمیں عمل میں لانی ہیں، ہم نے اب تک کوشش کی اور ابھی کوشش کر رہے ہیں اور مختلف طریقوں کی برائیاں اور بھلائیاں دریافت کرنے کے درپے ہیں، تاکہ اپنے ملک کے فائدے کے لئے اچھی باتوں کو اختیار کریں اور رواج دیں اور برائیوں سے بچیں۔ اس لئے جو حضرات ہمارے کام پر تنقیدی نظر ڈالیں انہیں وقت کی تنگی، کام کا ہجوم اور اس کی اہمیت اور ہماری مشکلات پیش نظر رکھنی چاہئیں۔ یہ پہلی سعی ہے اور پہلی سعی میں کچھ نہ کچھ خامیاں

ضرور رہ جاتی ہیں، لیکن آگے چل کر یہی خامیاں ہماری رہنما بنیں گی اور پختگی اور اصلاح تک پہنچائیں گی۔ یہ نقش اول ہے نقش ثانی اس سے بہتر ہوگا۔ ضرورت کا احساس علم کا شوق، حقیقت کی لگن، صحت کی ٹوہ، جدوجہد کی رسائی خود بخود ترقی کے مدارج طے کر لے گی۔

جاپانی بڑے فخر سے یہ کہتے ہیں کہ ہم نے تیس چالیس سال کے عرصے میں وہ کچھ کر دکھایا جس کے انجام دینے میں یورپ کو اتنی ہی صدیاں صرف کرنی پڑیں۔ کیا کوئی دن ایسا آئے گا کہ ہم بھی یہ کہنے کے قابل ہوں گے؟ ہم نے پہلی شرط پوری کر دی ہے یعنی بیجا قیود سے آزاد ہو کر اپنی زبان کو اعلیٰ تعلیم کا ذریعہ قرار دیا ہے۔ لوگ ابھی ہمارے کام کو تذبذب کی نگاہ سے دیکھ رہے ہیں اور ہماری زبان کی قابلیت کی طرف مشتبہ نظریں ڈال رہے ہیں۔ لیکن وہ دن آنے والا ہے کہ اس ذرے کا بھی ستارہ چمکے گا، یہ زبان علم و حکمت سے مالا مال ہوگی اور

اَعْلٰی حَضَرَتِ وَاَقْلَسْ کی نظر کیسا اثر کی بدولت یہ دنیا کی مہذب و شایستہ زبانوں کی ہمسری کا دعوے کرے گی۔ اگرچہ اُس وقت ہماری سعی اور محنت حقیر معلوم ہوگی، مگر یہی شامِ غربت صبحِ وطن کی آمد کی خبر دے رہی ہے، یہی شبِ بیدار روزِ روشن کا جلوہ دکھائیں گی، اور یہی مشقت اُس قصرِ رفیع الشان کی بنیاد ہوگی جو آئندہ تعمیر ہونے والا ہے۔ اس وقت ہمارا کام صبر و استقلال سے میدان صاف کرنا،

داغ بیل ڈالنا اور نیو کھودنا ہے، اور فرہاد وار شیرین حکمت کی خاطر سنگلاخ پہاڑوں کو کھود کھود کر جوئے علم لانے کی سعی کرتا ہے۔ اور گو ہم نہ ہوں گے مگر ایک زمانہ آئیگا جب کہ اس میں علم و حکمت کے دریا بہیں گے اور ادبیات کی افتادہ زمین سرسبز و شاداب نظر آئے گی۔

آخر میں میں سررشتہ کے مترجمین کا شکریہ ادا کرتا ہوں جنہوں نے اپنے فرض کو بڑی مستعدی اور شوق سے انجام دیا۔ نیز میں ارکان مجلس وضع اصطلاحات کا شکر گزار ہوں کہ ان کے مفید مشورے اور تحقیق کی مدد سے یہ مشکل کام بخوبی انجام پا رہا ہے۔ لیکن خصوصیت کے ساتھ یہ سررشتہ جناب مسٹر محمد اکبر حیدری بی۔ اے معتمد عدالت و تعلیمات و کوتوالی و امور عامہ سرکار عالی کا ممنون ہے جنہیں ابتدا سے قیام و انتظام جامعہ عثمانیہ میں خاص انماک رہا ہے۔ اور اگر ان کی توجہ اور امداد ہمارے شریک حال نہ ہوتی تو یہ عظیم الشان کام صورت پذیر نہ ہوتا۔ میں سید راس مسعود صاحب بی۔ اے (آکسن) آئی۔ ای۔ ایس۔ ناظم تعلیمات سرکار عالی کا بھی شکریہ ادا کرتا ہوں کہ ان کی توجہ اور عنایت ہمارے حال پر مبذول رہی اور ضرورت کے وقت ہمیشہ بلا تکلف خوشی کے ساتھ ہمیں مدد دی ہے

عبدالحق

ناظم سررشتہ تالیف و ترجمہ (عثمانیہ یونیورسٹی)

اَلْكَارِجَالُ



- مولوی عبدالحق صاحب بی۔ اے۔۔۔۔۔ ناظم۔
 قاضی محمد حسین صاحب۔ ایم۔ اے۔ ریٹائر۔۔۔۔۔ مترجم ریاضیات
 چودھری برکت علی صاحب بی۔ یس۔ سی۔۔۔۔۔ مترجم سائنس
 مولوی سید ہاشمی صاحب۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔ مترجم تاریخ۔
 مولوی محمد الیاس صاحب برنی ایم۔ اے۔۔۔۔۔ مترجم معاشیات
 قاضی تلمذ حسین صاحب ایم۔ اے۔۔۔۔۔ مترجم سیاسیات
 مولوی ظفر علی خاں صاحب بی۔ اے۔۔۔۔۔ مترجم تاریخ۔
 مولوی عبدالماجد صاحب بی۔ اے۔۔۔۔۔ مترجم فلسفہ و منطق
 مولوی عبدالحکیم صاحب شرر۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔ مولف تاریخ اسلام
 مولوی سید علی رضا صاحب بی۔ اے۔۔۔۔۔ مترجم قانون۔
 مولوی عبداللہ العماوی صاحب۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔ مترجم کتب عربی
 علاوہ ان مذکورہ بالا مترجمین کے مولوی حاجی
 صفی الدین صاحب ترجمہ شدہ کتابوں کو مذہبی نقطہ نظر
 سے دیکھنے کے لئے اور نواب حیدر یار جنگ (مولوی علی حیدر صاحب
 طباطبائی) ترجموں پر نظر ثانی کرنے کے لئے مقرر فرمائے گئے ہیں۔

ارکان مجلس و ضوابط

مولوی مرزا مہدی خان صاحب کوکب وظیفہ یاب کلرر عالی (سابق ناظم مردم شماری)
 مولوی حمید الدین صاحب بی۔ اے صدر دارالعلوم
 نواب حیدر یار جنگ (مولوی علی حیدر صاحب طباطبائی)
 مولوی حمید الدین صاحب سلیم
 مولوی عبدالحق بی۔ اے ناظم سررشتہ تالیف و ترجمہ

علاوہ ان مستقل ارکان کے ، مترجمین سررشتہ تالیف و ترجمہ نیز
 دوسرے اصحاب سے بلحاظ اُنکے فن کے مشورہ کیا گیا۔ مثلاً
 خان فضل محمد خان صاحب ایم۔ اے رینگلر (پرنسپل ٹی ہائی اسکول حیدرآباد)
 مولوی عبدالواسع صاحب (پروفیسر دارالعلوم حیدرآباد)
 پروفیسر عبدالرحمن صاحب بی۔ ایس۔ سی (نظام کالج)
 مرزا محمد ہادی صاحب بی۔ اے (پروفیسر کرپن کالج لکھنؤ)
 مولوی سلیمان صاحب ندی

سید اس سعوی صاحب بی۔ اے (ناظم تعلیمات حیدرآباد) وغیرہ

علم حرکت

فہرست مضامین

باب	مضمون	صفحات
باب اول	رفقار	۱ تا ۴۷
باب دوم	اسراع	۴۸ تا ۶۹
باب سوم	حرکت بجاذبہ ارض	۷۰ تا ۱۰۰
باب چہارم	قوانین حرکت	۱۰۱ تا ۱۳۴
باب پنجم	قوانین حرکت (سلسلہ)	۱۳۵ تا ۱۷۸
باب ششم	صدور - کام اور توانائی	۱۷۹ تا ۲۲۴
باب ہفتم	مریات	۲۲۵ تا ۲۶۴
باب ہشتم	لچکدار جسموں کا تصادم	۲۶۵ تا ۳۰۶
باب نہم	رسم الطریق اور عمادی اسراع	۳۰۷ تا ۳۳۹
باب دہم	جاذبہ ارض کے زیر عمل ایک چمکے منحنی پر حرکت	۳۴۰ تا ۳۶۰
باب یازدہم	بسیط موسیقی حرکت - رقص	۳۶۱ تا ۳۹۶
باب دوازدہم	اکاشیاں اور ابعاد	۳۹۷ تا ۴۲۸
مستغرق سوالات		۴۲۹ تا ۴۵۶
جوابات		بعد از صفحہ ۴۵۶ تا آخر صفحہ ۴۵۶

بسم اللہ الرحمن الرحیم

علم حرکت

باب اول

رفتار

(۱) ایک نقطہ کو حرکت کرتا ہوا اس حالت میں کہتے ہیں جب کہ اس کا مقام وقت کی ہر آن میں بدل رہا ہو۔ اگر ایک متحرک نقطے کا مقام وقت کی ایک آن میں ط ہو اور بعد ایک اور آن میں ق ہو تو درمیانی وقت میں اس کے مقام کی تبدیلی ط ق ہوگی۔ یکے بعد دیگرے متحرک نقطے کے تمام مقامات میں سے جو خط کھینچا جائے وہ اس نقطہ کا طریق یا راستہ کہلاتا ہے۔

(۲) چال۔ تعریف۔ متحرک نقطے کے راستہ چلنے کی شرح کو اس کی چال کہتے ہیں۔

متحرک نقطے کی چال اس حالت میں یکساں کہلاتی ہے جب کہ وہ مساوی اوقات میں اپنے راستہ کے مساوی حصے

طے کرے۔ خواہ اوقات کی مدت کتنی ہی کم ہو۔
 فرض کرو کہ ایک ریل گاڑی ایک گھنٹہ میں ۳۰ میل چلتی
 ہے اور دوسرے گھنٹے میں ۳۰ میل اور پھر تیسرے میں بھی
 ۳۰ میل۔ اور چند گھنٹوں میں بھی اسی طرح چلتی ہے۔ تو ہم
 یقیناً یہ نہیں کہہ سکتے کہ اس کی چال یکساں ہے جب تک کہ
 ہم کو یہ معلوم نہ ہو کہ وہ ایک منٹ میں نصف میل چلتی ہے
 اور ایک سیکنڈ میں ۴۴ فٹ اور ایک گھنٹے کے ہزارویں حصے
 میں ۳۰ میل کا ہزارواں حصہ اور ایک گھنٹے کے کروڑویں حصے
 میں ۳۰ میل کا کروڑواں حصہ۔ اور اسی طرح وقت کی ہر ایک
 مقدار کے لئے خواہ وہ کتنی قلیل ہو۔

جب کسی نقطے کی چال یکساں ہو تو اس کا اندازہ وہ فاصلہ
 ہے جو نقطہ وقت کی ایک اکائی میں طے کرے۔ اور اگر نقطے
 کی چال ہر آن میں بدل رہی ہو۔ تو کسی خاص آن میں اس کا
 اندازہ وہ فاصلہ ہے جو نقطہ وقت کی ایک اکائی میں طے
 کرے اگر وہ وقت کی اس اکائی میں اسی چال سے چلتا
 رہے۔ جو اس خاص آن میں اس کی چال ہے۔

اگر ہم یہ کہیں کہ ایک ریل گاڑی وقت کی ایک خاص
 آن میں ۴۰ میل فی گھنٹہ کی چال سے چل رہی ہے۔ تو اس
 ہمارا یہ مطلب نہیں ہے کہ وہ گزشتہ ایک گھنٹہ میں ۴۰ میل
 چل چکی ہے اور نہ یہ مطلب ہے کہ وہ آئندہ ایک گھنٹے
 میں ۴۰ میل چلے گی۔ بلکہ یہ مطلب ہے کہ اگر ایک گھنٹہ تک

اس کی چال وہی رہے جو اس خاص آن میں ہے تو اس ایک گھنٹے میں وہ ۴۰ میل چلے گی۔
اگر ایک نقطے کی چال یکساں نہ ہو تو کسی آن میں اس کا اندازہ بطریق ذیل لگایا جاسکتا ہے۔ فرض کرو کہ اس خاص آن کے بعد $\frac{1}{2}$ سیکنڈ کی مدت میں نقطے نے فاصلہ F

طے کیا۔ تو مقدار $\frac{F}{\frac{1}{2}}$ یعنی $\frac{\text{فاصلہ جو طے ہوا}}{\text{وقت جس میں یہ فاصلہ طے ہوا}}$ تقریباً مطلوبہ چال کے برابر ہے۔ اگر اس سے زیادہ تقریبی اندازہ لگانا مقصود ہو تو فرض کرو کہ اس خاص آن کے بعد $\frac{1}{2}$ سیکنڈ میں نقطے نے فاصلہ F طے کیا۔ تو $\frac{F}{\frac{1}{2}}$ یعنی $\frac{\text{فاصلہ جو طے ہوا}}{\text{وقت جس میں یہ فاصلہ طے ہوا}}$ زیادہ تقریبی اندازہ ہے۔ اور اس سے

زیادہ تقریبی اندازہ $\frac{F}{\frac{1}{2}}$ ہے جہاں F وہ فاصلہ ہے جو آن مذکور کے بعد نقطے نے $\frac{1}{2}$ سیکنڈ میں طے کیا۔ یہی عمل جاری رکھنے سے چال کے اور بھی زیادہ تقریبی اندازے لگ سکتے ہیں۔

پس اگر کسی نقطے کی چال ہر آن بدل رہی ہو تو ہم بخوبی سمجھ سکتے ہیں کہ کسی خاص آن میں نقطے کی چال کا مفہوم کیا ہے۔

حسابی زبان میں اس مفہوم کو اس طرح ادا کیا جاتا ہے۔ فرض کرو کہ ایک خاص آن کے بعد تھوڑے سے وقت

و میں متحرک نقطہ اپنے راستہ کا اتنا حصہ طے کرتا ہے کہ اس کا طول ف ہے تو آن مذکور میں متحرک نقطے کی چال کا اندازہ ف کی انتہائی قیمت ہے جب کہ وقت و کو کم سے کم کرتے چلے جائیں۔ اسی طرح اگر کوئی بدلنے والی مقدار ہو خواہ روپیہ یا کسی ملک کی آبادی یا کوئی اور چیز جس کی تبدیلی حساب و شمار میں آ سکتی ہے تو ایسی مقدار کی شرح تبدیل $\frac{F}{T}$ کی انتہائی قیمت ہے جہاں تھوڑے سے وقت و میں اس مقدار کی تبدیلی ت ہے۔

(۳) طول اور وقت کی اکائیاں جو انگلستان میں عام طور پر استعمال ہوتی ہیں وہ ایک فٹ اور ایک سیکنڈ یا ثانیہ ہیں ایک فٹ ایک گز کا تیسرا حصہ ہے اور ویسٹ منسٹر میں پیتل کی ایک ٹھوس سُلخ محفوظ ہے جس میں سونے کی دو کیلیں جڑی ہیں اور ان دو کیلوں کے درمیان جو فاصلہ ہے وہ ایک گز کہلاتا ہے۔

جتنے وقت میں زمین اپنے محور کے گرد ایک پوری گردش کرتی ہے وہ ایک دن ہے۔ ایک دن میں ۲۴ گھنٹے ہوتے ہیں اور ایک گھنٹے میں ۶۰ منٹ اور ایک منٹ میں ۶۰ منٹ سکند ہوتے ہیں سیکنڈ یا ثانیہ کی تعریف یہی ہے۔

علمی پیمائش میں طول کی اکائی سینٹی میٹر ہے جو ایک میٹر کا $\frac{1}{100}$ حصہ ہے۔ شروع میں میٹر کی تعریف یوں کی گئی تھی کہ وہ سطح زمین کے ایک ربع یعنی قطب شمالی اور خط استوا کے

درمیانی فاصلے کا کروڑواں حصہ ہے۔ لیکن عمل اس پر ہے کہ پیرس میں پلائینم کی ایک خاص سلاخ محفوظ ہے۔ اس کے طول کو میٹر کہتے ہیں۔ ایک میٹر تقریباً ۳۹،۳۷ انچ کے مساوی ہے اس لئے ایک فٹ تقریباً ۳۰،۴۸ سینٹی میٹر کے برابر ہے۔ میٹر کے دسویں حصہ کو ڈیسی میٹر اور ہزارویں حصے کو ملی میٹر کہتے ہیں۔

(۴) چال کی اکائی ایک ایسے متحرک نقطے کی چال کو کہتے ہیں جو وقت کی ایک اکائی میں طول کی ایک اکائی یکساں طے کرے۔ پس چال کی اکائی ان دو اکائیوں پر منحصر ہے اس لئے اگر ان میں سے ایک یا دونوں تبدیل ہوں تو چال کی اکائی میں بھی عموماً تبدیلی واقع ہوگی۔

(۵) اگر ایک نقطے کی چال l ہو تو اس کے یہ معنی ہیں کہ وہ وقت کی ایک اکائی میں طول کی l اکائیاں طے کرتا ہے۔

لہذا نقطہ مذکورہ وقت کی w اکائیوں میں طول کی l و اکائیاں طے کریگا۔ پس چال l سے چلنے والا نقطہ وقت w میں اگر فاصلہ f طے کرے تو $f = l \cdot w$ ۔

اگر چال کا اندازہ ایک قسم کی اکائیوں میں لگایا گیا ہو تو دوسری قسم کی اکائیوں میں اس کی تبدیلی آسانی سے ہو سکتی ہے۔

مثلاً ۶۰ میل فی گھنٹہ کی چال وہی ہے جو

ایک میل فی منٹ ہے۔

یا $\frac{1}{4}$ میل فی سکند
یا $\frac{5280}{4}$ فٹ فی سیکنڈ
یعنی ۸۸ فٹ فی سیکنڈ

مثال (۱) یہ فرض کر کے کہ زمین کا مرکز ۳۶۵ دنوں میں
۹۳۰۰۰۰ میل نصف قطر کا دائرہ طے کرتا ہے۔ ثابت
کرو کہ اس کی چال ۱۸۵۰ میل فی ثانیہ ہے۔

مثال (۲) یہ تسلیم کر کے کہ روشنی آفتاب سے زمین
تک ۸ سکند میں پہنچتی ہے ثابت کرو کہ روشنی کی چال
۱۹۴۰۰۰ میل فی ثانیہ ہے۔

(۶) نقل مکان - ایک متحرک نقطے کے مقام کی تبدیلی
کو اس کی نقل مکان کہتے ہیں۔ اگر متحرک نقطے کے مقام
اول و آخر کے خط وصل کا طول اور سمت دونوں معلوم
ہوں تو اس کی نقل مکان معلوم ہو سکتی ہے پس نقل مکان
کی مقدار بھی ہوتی ہے اور سمت بھی۔

مثال (۱) ایک آدمی سو میل عین مشرق کی طرف
جاتا ہے اور پھر ۴ میل ٹھیک شمال کی طرف ثابت کرو کہ
اس کی نقل مکان ۵ میل ہے اور مشرق سے شمال کی
جانب زاویہ $\sin^{-1} \frac{4}{5}$ بناتی ہے۔

مثال (۲) ایک جہاز ایک میل جنوب کی طرف جاتا
ہے اور پھر ۴ میل جنوب مغرب کی جانب ثابت کرو کہ
اس کی نقل مکان ۵ میل ہے اور جنوب سے مغرب کی

طرف زاویہ $\frac{1}{4}$ بناتی ہے۔
 مثال (۳) ایک جہاز حسب ذیل چلتا ہے۔ تمام زاوے
 شمال سے مشرق کی طرف شمار کئے گئے ہیں۔

۵ میل بہ زاویہ ۲۲۵°

۶ میل بہ شمال

۲ میل بہ زاویہ ۹۰°

۳ میل بہ زاویہ ۱۳۵°

۴ میل بہ زاویہ ۲۰۰°

کل فاصلہ چلنے میں ۲ گھنٹے صرف ہوے اور پانی مشرق سے
 بجانب غرب ۳ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہا ہے۔
 تیسرا ثابت کرو کہ جہاز کے مقام اول و آخر کا درمیانی فاصلہ تقریباً ۱۸ میل
 ہے۔ اور یہ کہ اس نے مغرب کی جانب تقریباً ۸.۸ میل کا فاصلہ طے کیا۔
 (۷) رفتار۔ تعریف۔ ایک متحرک نقطے کی نقل مکان کی شرح
 اس کی رفتار کہلاتی ہے۔

لہذا رفتار کی مقدار بھی ہوتی ہے اور سمت بھی۔
 ایک نقطے کی رفتار یکساں اس وقت کہلاتی ہے۔ جب کہ وہ ایک مستقل
 سمت میں حرکت کر رہا ہو اور مساوی اوقات میں اپنے راستے کے
 مساوی طول طے کرے۔ اوقات کی مقدار خواہ کتنی ہی قلیل ہو۔ یکساں
 رفتار کا اندازہ اس نقل مکان سے کیا جاتا ہے جو وقت کی ایک
 اکائی میں ظہور پذیر ہو۔ اور بدلنے والی رفتار کا اندازہ ایک خاص آن
 میں بطریق ذیل کیا جاتا ہے۔ فرض کرو کہ آن مذکور کے بعد

وقت کی ایک اکائی میں رفتار وہی رہتی ہے۔ جو آہٹ مذکور میں ہے۔ تو وقت کی اس ایک اکائی میں جو نقل مکان ہو وہ آہٹ مذکور میں رفتار کا اندازہ ہے۔

جیسا کہ دفعہ ۱۲۱ میں بیان ہوا۔ اگر ایک متحرک نقطے کی رفتار یکساں نہ ہو تو کسی خاص آہٹ میں اس کا اندازہ اسطرح ہو سکتا ہے۔ کہ آہٹ مذکور کے بعد $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{8}$ ، $\frac{1}{16}$ ، $\frac{1}{32}$ ، $\frac{1}{64}$ ، $\frac{1}{128}$ ، $\frac{1}{256}$ ، $\frac{1}{512}$ ، $\frac{1}{1024}$ ، $\frac{1}{2048}$ ، $\frac{1}{4096}$ ، $\frac{1}{8192}$ ، $\frac{1}{16384}$ ، $\frac{1}{32768}$ ، $\frac{1}{65536}$ ، $\frac{1}{131072}$ ، $\frac{1}{262144}$ ، $\frac{1}{524288}$ ، $\frac{1}{1048576}$ ، $\frac{1}{2097152}$ ، $\frac{1}{4194304}$ ، $\frac{1}{8388608}$ ، $\frac{1}{16777216}$ ، $\frac{1}{33554432}$ ، $\frac{1}{67108864}$ ، $\frac{1}{134217728}$ ، $\frac{1}{268435456}$ ، $\frac{1}{536870912}$ ، $\frac{1}{1073741824}$ ، $\frac{1}{2147483648}$ ، $\frac{1}{4294967296}$ ، $\frac{1}{8589934592}$ ، $\frac{1}{17179869184}$ ، $\frac{1}{34359738368}$ ، $\frac{1}{68719476736}$ ، $\frac{1}{137438953472}$ ، $\frac{1}{274877906944}$ ، $\frac{1}{549755813888}$ ، $\frac{1}{1099511627776}$ ، $\frac{1}{2199023255552}$ ، $\frac{1}{4398046511104}$ ، $\frac{1}{8796093022208}$ ، $\frac{1}{17592186044416}$ ، $\frac{1}{35184372088832}$ ، $\frac{1}{70368744177664}$ ، $\frac{1}{140737488355328}$ ، $\frac{1}{281474976710656}$ ، $\frac{1}{562949953421312}$ ، $\frac{1}{1125899906842624}$ ، $\frac{1}{2251799813685248}$ ، $\frac{1}{4503599627370496}$ ، $\frac{1}{9007199254740992}$ ، $\frac{1}{18014398509481984}$ ، $\frac{1}{36028797018963968}$ ، $\frac{1}{72057594037927936}$ ، $\frac{1}{144115188075855872}$ ، $\frac{1}{288230376151711744}$ ، $\frac{1}{576460752303423488}$ ، $\frac{1}{1152921504606846976}$ ، $\frac{1}{2305843009213693952}$ ، $\frac{1}{4611686018427387904}$ ، $\frac{1}{9223372036854775808}$ ، $\frac{1}{18446744073709551616}$ ، $\frac{1}{36893488147419103232}$ ، $\frac{1}{73786976294838206464}$ ، $\frac{1}{147573952589676412928}$ ، $\frac{1}{295147905179352825856}$ ، $\frac{1}{590295810358705651712}$ ، $\frac{1}{1180591620717411303424}$ ، $\frac{1}{2361183241434822606848}$ ، $\frac{1}{4722366482869645213696}$ ، $\frac{1}{9444732965739290427392}$ ، $\frac{1}{18889465931478580854784}$ ، $\frac{1}{37778931862957161709568}$ ، $\frac{1}{75557863725914323419136}$ ، $\frac{1}{151115727451828646838272}$ ، $\frac{1}{302231454903657293676544}$ ، $\frac{1}{604462909807314587353088}$ ، $\frac{1}{1208925819614629174706176}$ ، $\frac{1}{2417851639229258349412352}$ ، $\frac{1}{4835703278458516698824704}$ ، $\frac{1}{9671406556917033397649408}$ ، $\frac{1}{19342813113834066795298816}$ ، $\frac{1}{38685626227668133590597632}$ ، $\frac{1}{77371252455336267181195264}$ ، $\frac{1}{154742504910672534362390528}$ ، $\frac{1}{309485009821345068724781056}$ ، $\frac{1}{618970019642690137449562112}$ ، $\frac{1}{1237940039285380274899124224}$ ، $\frac{1}{2475880078570760549798248448}$ ، $\frac{1}{4951760157141521099596496896}$ ، $\frac{1}{9903520314283042199192993792}$ ، $\frac{1}{19807040628566084398385987584}$ ، $\frac{1}{39614081257132168796771975168}$ ، $\frac{1}{79228162514264337593543950336}$ ، $\frac{1}{158456325028528675187087900672}$ ، $\frac{1}{316912650057057350374175801344}$ ، $\frac{1}{633825300114114700748351602688}$ ، $\frac{1}{1267650600228229401496703205376}$ ، $\frac{1}{2535301200456458802993406410752}$ ، $\frac{1}{5070602400912917605986812821504}$ ، $\frac{1}{10141204801825835211973625643008}$ ، $\frac{1}{20282409603651670423947251286016}$ ، $\frac{1}{40564819207303340847894502572032}$ ، $\frac{1}{81129638414606681695789005144064}$ ، $\frac{1}{162259276829213363391578010288128}$ ، $\frac{1}{324518553658426726783156020576256}$ ، $\frac{1}{649037107316853453566312041152512}$ ، $\frac{1}{1298074214633706907132624082305024}$ ، $\frac{1}{2596148429267413814265248164610048}$ ، $\frac{1}{5192296858534827628530496329220096}$ ، $\frac{1}{10384593717069655257060992658440192}$ ، $\frac{1}{20769187434139310514121985316880384}$ ، $\frac{1}{41538374868278621028243970633760768}$ ، $\frac{1}{83076749736557242056487941267521536}$ ، $\frac{1}{166153499473114484112975882535043072}$ ، $\frac{1}{332306998946228968225951765070086144}$ ، $\frac{1}{664613997892457936451903530140172288}$ ، $\frac{1}{1329227995784915872903807060280344576}$ ، $\frac{1}{2658455991569831745807614120560689152}$ ، $\frac{1}{5316911983139663491615228241121378304}$ ، $\frac{1}{10633823966279326983230456482242756608}$ ، $\frac{1}{21267647932558653966460912964485513216}$ ، $\frac{1}{42535295865117307932921825928971026432}$ ، $\frac{1}{85070591730234615865843651857942052864}$ ، $\frac{1}{170141183460469231731687303715884105728}$ ، $\frac{1}{340282366920938463463374607431768211456}$ ، $\frac{1}{680564733841876926926749214863536422912}$ ، $\frac{1}{1361129467683753853853498429727072845824}$ ، $\frac{1}{2722258935367507707706996859454145691648}$ ، $\frac{1}{5444517870735015415413993718908291383296}$ ، $\frac{1}{10889035741470030830827987437816582766592}$ ، $\frac{1}{21778071482940061661655974875633165533184}$ ، $\frac{1}{43556142965880123323311949751266331066368}$ ، $\frac{1}{87112285931760246646623899502532662132736}$ ، $\frac{1}{174224571863520493293247799005065324265472}$ ، $\frac{1}{348449143727040986586495598010130648530944}$ ، $\frac{1}{696898287454081973172991196020261297061888}$ ، $\frac{1}{1393796574908163946345982392040522594123776}$ ، $\frac{1}{2787593149816327892691964784081045188247552}$ ، $\frac{1}{5575186299632655785383929568162090376495104}$ ، $\frac{1}{11150372599265311570767859136324180752990208}$ ، $\frac{1}{22300745198530623141535718272648361505980416}$ ، $\frac{1}{44601490397061246283071436545296723011960832}$ ، $\frac{1}{89202980794122492566142873090593446023921664}$ ، $\frac{1}{178405961588244985132285746181186892047843328}$ ، $\frac{1}{356811923176489970264571492362373784095686656}$ ، $\frac{1}{713623846352979940529142984724747568191373312}$ ، $\frac{1}{1427247692705959881058285969449495136382746624}$ ، $\frac{1}{2854495385411919762116571938898990272765493248}$ ، $\frac{1}{5708990770823839524233143877797980545530986496}$ ، $\frac{1}{11417981541647679048466287755595961091061972992}$ ، $\frac{1}{22835963083295358096932575511191922182123945984}$ ، $\frac{1}{45671926166590716193865151022383844364247891968}$ ، $\frac{1}{91343852333181432387730302044767688728495783936}$ ، $\frac{1}{182687704666362864775460604089535377456991567872}$ ، $\frac{1}{365375409332725729550921208179070754913983135744}$ ، $\frac{1}{730750818665451459101842416358141509827966271488}$ ، $\frac{1}{1461501637330902918203684832716283019655932542976}$ ، $\frac{1}{2923003274661805836407369665432566039311865085952}$ ، $\frac{1}{5846006549323611672814739330865132078623730171904}$ ، $\frac{1}{11692013098647223345629478661730264157247460343808}$ ، $\frac{1}{23384026197294446691258957323460528314494920687616}$ ، $\frac{1}{46768052394588893382517914646921056628989841375232}$ ، $\frac{1}{93536104789177786765035829293842113257979682750464}$ ، $\frac{1}{187072209578355573530071658587684226515959365500928}$ ، $\frac{1}{374144419156711147060143317175368453031918731001856}$ ، $\frac{1}{748288838313422294120286634350736906063837462003712}$ ، $\frac{1}{1496577676626844588240573268701473812127674924007424}$ ، $\frac{1}{2993155353253689176481146537402947624255349848014848}$ ، $\frac{1}{5986310706507378352962293074805895248510699696029696}$ ، $\frac{1}{11972621413014756705924586149611790497021399392059392}$ ، $\frac{1}{23945242826029513411849172299223580994042798784118784}$ ، $\frac{1}{47890485652059026823698344598447161988085597568237568}$ ، $\frac{1}{95780971304118053647396689196894323976171195136475136}$ ، $\frac{1}{191561942608236107294793378393788647952342390272950272}$ ، $\frac{1}{383123885216472214589586756787577295904684780545900544}$ ، $\frac{1}{766247770432944429179173513575154591809369561091801088}$ ، $\frac{1}{1532495540865888858358347027150309183618739122183602176}$ ، $\frac{1}{3064991081731777716716694054300618367237478244367204352}$ ، $\frac{1}{6129982163463555433433388108601236734474956488734408704}$ ، $\frac{1}{12259964326927110866866776217202473468949912977468817408}$ ، $\frac{1}{24519928653854221733733552434404946937899825954937634816}$ ، $\frac{1}{49039857307708443467467104868809893875799651909875269632}$ ، $\frac{1}{98079714615416886934934209737619787751599303819750539264}$ ، $\frac{1}{196159429230833773869868419475239575503198607639501078528}$ ، $\frac{1}{392318858461667547739736838950479151006397215279002157056}$ ، $\frac{1}{784637716923335095479473677900958302012794430558004314112}$ ، $\frac{1}{1569275433846670190958947355801916604025588861116008628224}$ ، $\frac{1}{3138550867693340381917894711603833208051177722232017256448}$ ، $\frac{1}{6277101735386680763835789423207666416102355444464034512896}$ ، $\frac{1}{12554203470773361527671578846415332832204710888928069025792}$ ، $\frac{1}{25108406941546723055343157692830665664409421777856138051584}$ ، $\frac{1}{50216813883093446110686315385661331328818843555712276103168}$ ، $\frac{1}{100433627766186892221372630771322662657637687111424552206336}$ ، $\frac{1}{200867255532373784442745261542645325315275374222849104412672}$ ، $\frac{1}{401734511064747568885490523085290650630550748445698208825344}$ ، $\frac{1}{803469022129495137770981046170581301261101496891396417650688}$ ، $\frac{1}{1606938044258990275541962092341162602522202993782792835301376}$ ، $\frac{1}{3213876088517980551083924184682325205044405987565585670602752}$ ، $\frac{1}{6427752177035961102167848369364650410088811975131171341205504}$ ، $\frac{1}{12855504354071922204335696738729300820177623950262342682411008}$ ، $\frac{1}{25711008708143844408671393477458601640355247900524685364822016}$ ، $\frac{1}{51422017416287688817342786954917203280710495801049370729644032}$ ، $\frac{1}{102844034832575377634685573909834406561420991602098741459288064}$ ، $\frac{1}{205688069665150755269371147819668813122841983204197482918576128}$ ، $\frac{1}{411376139330301510538742295639337626245683966408394965837152256}$ ، $\frac{1}{822752278660603021077484591278675252491367932816789931674304512}$ ، $\frac{1}{1645504557321206042154969182557350504982735865633579863348609024}$ ، $\frac{1}{3291009114642412084309938365114701009965471731267159726697218048}$ ، $\frac{1}{6582018229284824168619876730229402019930943462534319453394436096}$ ، $\frac{1}{13164036458569648337239753460458804039861886925068638906788872192}$ ، $\frac{1}{26328072917139296674479506920917608079723773850137277813577744384}$ ، $\frac{1}{52656145834278593348959013841835216159447547700274555627155488768}$ ، $\frac{1}{105312291668557186697918027683670432318895095400549111254310977536}$ ، $\frac{1}{210624583337114373395836055367340864637790190801098222508621955072}$ ، $\frac{1}{421249166674228746791672110734681729275580381602196445017243910144}$ ، $\frac{1}{842498333348457493583344221469363458551160763204392890034487820288}$ ، $\frac{1}{1684996666696914987166688442938726917102321526408785780068975640576}$ ، $\frac{1}{3369993333393829974333376885877453834204643052817571560137951281152}$ ، $\frac{1}{6739986666787659948666753771754907668409286105635143120275902562304}$ ، $\frac{1}{13479973333575319897333507543509815336818572211270286240551805124608}$ ، $\frac{1}{26959946667150639794667015087019630673637144422540572481103610249216}$ ، $\frac{1}{53919893334301279589334030174039261347274288845081144962207220498432}$ ، $\frac{1}{107839786668602559178668060348078522694548577690162289924414440996864}$ ، $\frac{1}{215679573337205118357336120696157045389097155380324579848828881993728}$ ، $\frac{1}{431359146674410236714672241392314090778194310760649159697657763987456}$ ، $\frac{1}{862718293348820473429344482784628181556388621521298319395315527974912}$ ، $\frac{1}{1725436586697640946858688965569256363112777243042596638790631055949824}$ ، $\frac{1}{3450873173395281893717377931138512726225554486085193277581262111899648}$ ، $\frac{1}{6901746346790563787434755862277025452451108972170386555162524223799296}$ ، $\frac{1}{13803492693581127574869511724554050904902217944340773110325048447598592}$ ، $\frac{1}{27606985387162255149739023449108101809804435888681546220650096895197184}$ ، $\frac{1}{55213970774324510299478046898216203619608871777363092441300193790394368}$ ، $\frac{1}{110427941548649020598956093796432407239217743554726184882600387580788736}$ ، $\frac{1}{220855883097298041197912187592864814478435487109452369765200775161577472}$ ، $\frac{1}{441711766194596082395824375185729628956870974218904739530401550323154944}$ ، $\frac{1}{883423532389192164791648750371459257913741948437809479060803100646309888}$ ، $\frac{1}{1766847064778384329583297500742918515827483896875618958121606201292619776}$ ، $\frac{1}{3533694129556768659166595001485837031654967793751237916243212402585239552}$ ، $\frac{1}{7067388259113537318333190002971674063309935587502475832486424805170479104}$ ، $\frac{1}{14134776518227074636666380005943348126619871175004951664972849610340958208}$ ، $\frac{1}{28269553036454149273332760011886696253239742350009903329945699220681916416}$ ، $\frac{1}{56539106072908298546665520023773392506479484700019806659891398441363832832}$ ، $\frac{1}{113078212145816597093331040047546785012958969400039613319782796882727665664}$ ، $\frac{1}{226156424291633194186662080095093570025917938800079226639565593765455331328}$ ، $\frac{1}{45231284858326638837332416019018714005183$

اس صورت میں رفتار اپنے اصطلاحی معنوں میں ہر مقام پر بدل رہی ہے اور چال ہر مقام پر یکساں ہے۔
 (۹) رفتار کی اکائی کی مقدار ایک ایسے نقطے کی رفتار ہے جس کی نقل مکان وقت کی ایک اکائی میں طوں کی ایک اکائی ہو۔

جب ہم کہتے ہیں کہ ایک متحرک نقطے کی رفتار سر ہے تو اس سے ہمارا یہ مطلب ہوتا ہے کہ اس کی رفتار میں رفتار کی سر اکائیاں ہیں یعنی یہ کہ وقت کی ایک اکائی میں اس کی نقل مکان طوں کی سر اکائیاں ہیں اگر ایک متحرک نقطے کی رفتار ایک سمت میں سر ہو تو اس کے مساوی رفتار متقابل سمت میں لازماً (- سر) سے تعبیر ہوگی۔

بعض مولفین الفاظ ”فٹ سکند“ کو ”ایک فٹ فی سکند“ کی رفتار کے معنوں میں استعمال کرتے ہیں۔ مثلاً ”تین فٹ سکند کی رفتار“ سے ان کا مطلب ”تین فٹ فی سکند کی رفتار“ ہوتا ہے۔ اسی طرح ”ایک سینٹی میٹر سکند کی رفتار“ سے ”ایک سینٹی میٹر فی سکند کی رفتار“ مفہوم ہوتا ہے۔

(۱۰) چونکہ ایک نقطے کی رفتار اس وقت معلوم ہوتی ہے جب کہ اس کی مقدار اور سمت دونوں معلوم ہوں اس لئے رفتار کو اگر ہم ایک خط مستقیم اب سے تعبیر کریں تو مناسب ہے۔ مثلاً جب ہم کہیں کہ دو متحرک نقطوں کی رفتاریں مقدار اور سمت میں دو خطوط مستقیم اب اور ج د سے

تعبیر ہوتی ہیں تو ہمارا اس سے یہ مطلب ہے کہ نقطوں کی حرکت کی سمتیں خطوط ا ب اور ج د کے متوازی ہیں اور ان سمتوں میں رفتاروں کی مقداریں ا ب اور ج د کے طولوں کے متناسب ہیں۔

(۱۱) یہ ممکن ہے کہ ایک جسم کی رفتاریں ایک ہی وقت میں دو یا زیادہ مختلف سمتوں میں ہوں۔ اس کی ایک عام فہم مثال اس شخص کی ہے جو ایک متحرک جہاز کے عرشہ پر ایک مقام سے دوسرے مقام تک چلے اس کی ایک حرکت تو جہاز کی حرکت ہے اور دوسری اس کی اپنی حرکت جہاز کے عرشہ پر۔ یہ ظاہر ہے کہ فضا میں اس شخص کی حرکت ان دو صورتوں سے مختلف ہوگی جب جہاز ساکن ہو یا جب وہ شخص جہاز کے عرشہ پر بہ مقام اول ساکن رہے۔ اب ایک اور مثال لو۔ فرض کرو کہ ایک جہاز اس طرح چلتا ہے کہ اس کا رخ ایک سمت مستقل میں رہتا ہے۔ مان لو کہ یہ سمت شمال ہے۔ اور پانی کے بہاؤ کا زور اس کو ایک مختلف سمت یعنی جنوب مشرق کی طرف لے جاتا ہے۔ اور فرض کرو کہ ایک ملاح جہاز کے مستول پر چڑھ رہا ہے ملاح کی نقل مکان اور رفتار کا انحصار صحیحاً تین مقادیر پر ہے۔ یعنی جہاز کی رفتار۔ پانی کی رفتار اور ملاح کی اپنی رفتار۔ اس کی رفتار واقعی ان تینوں رفتاروں سے مرکب ہے۔

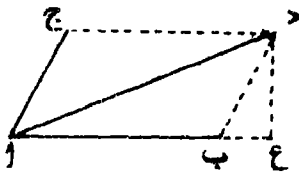
دفعہ ذیل میں ہم دو مفروضہ رفتاروں کی ترکیب کا طریقہ بیان کریں گے۔

(۱۲) مسئلہ - رفتاروں کا متوازی الاضلاع۔ اگر ایک

متحرک نقطے کی ایک وقت میں دو ایسی رفتاریں ہوں جن کو ایک متوازی الاضلاع کے دو متصل ضلعے (جو ایک نقطے سے نکھینچے جائیں) مقدار اور سمت میں تعبیر کریں۔ تو دونو رفتاریں مل کر ایسی رفتار کے مساوی ہوں گی جو مقدار اور سمت میں متوازی الاضلاع کے اس قطر سے تعبیر ہوگی جو نقطہ مذکورہ میں سے گزرتا ہے۔

فرض کرو کہ دونو رفتاریں خطوط اب اور اج سے تعبیر ہوں۔ اب اور اج کی مقداریں ر اور ف ہیں متوازی الاضلاع اب اج د کی تکمیل کرو۔

ہم یہ فرض کر سکتے ہیں کہ متحرک نقطہ ۱ سے شروع ہو کر خط اب کی سمت میں رفتار ر سے چلتا ہے اور ساتھ ہی ساتھ خط اب صفحہ ہذا پر



اس طرح حرکت کرتا ہے۔ کہ نقطہ ۱ خط اج کی سمت میں رفتار ر سے چلتا ہے وقت کی ایک اکائی میں متحرک نقطہ خط اب پر ۲ سے چل کر ب تک حرکت کریگا اور اسی عرصہ میں خط اب حرکت کر کے مقام ج د پر پہنچ جائیگا۔ لہذا

وقت کی ایک اکائی کے اختتام پر متحرک نقطہ د پر پہنچ جائیگا۔ چونکہ دونوں رفتاریں مقدار اور سمت میں غیر متبدل رہتی ہیں اس لئے متحرک نقطے کی رفتار ا سے لے کر د تک غیر متبدل رہیگی۔

یعنی وقت کی ایک اکائی میں نقطے کا راستہ خط مستقیم ا د ہوگا پس ا د مقدار اور سمت میں ان دو رفتاروں کے مساوی ہے جو ا ب اور ا ج سے تعبیر ہوتی ہیں۔ طالب علم کو ثبوت بالا کے سمجھنے میں سہولت ہوگی اگر وہ یہ فرض کرے کہ ا ج ہم ایک چلتے جہاز کی حرکت کی سمت ہے اور عرشہ جہاز پر ا ب ایک خط کھینچا ہوا ہے اور اس خط پر ایک آدمی یکساں چل رہا ہے۔

(۱۳) تعریف۔ اگر دو یا زیادہ رفتاریں مل کر ایک رفتار کے مساوی ہوں تو یہ ان کا حاصل کہلاتی ہے اور وہ اس کے اجزاء ترکیبی کہلاتے ہیں۔

دو رفتاروں س اور و کا درمیانی زاویہ عہ ہے۔ ان کا حاصل بہ طریق ذیل معلوم ہو سکتا ہے۔ فرض کرو کہ شکل دفعہ (۱۲) میں ا ب اور ا ج رفتاروں س اور و کو تعبیر کرتے ہیں اور ان کا درمیانی زاویہ ب ا ج عہ ہے۔ تو بہ ذریعہ علم مثلث

$$ا د = ا ب + ب د = ا ب + ا ج \times ج ب د \times ج ح ا ب د$$

پس اگر ہم حاصل رفتار ا د کو ی سے تعبیر کریں تو

$$و = س + ا ج + ا ج \times ج ب د \times ج ح ا ب د$$

کیونکہ زاویہ ا ب د = ج - عہ

نیز اگر ہم زاویہ ب ا د کو طہ سے تعبیر کریں تو

$$\frac{\text{جب د ا ج}}{\text{جب ب ا د}} = \frac{\text{جب ا د ب}}{\text{جب ب ا د}} = \frac{\text{ا ب}}{\text{ب د}}$$

$$\therefore \frac{1}{3} = \frac{\text{جب ع ط}}{\text{جب ط}} = \frac{\text{جب ع جم ط} - \text{جم ع جب ط}}{\text{جب ط}} = \frac{\text{جب ع جم ط} - \text{جم ع}}{\text{جب ط}}$$

$$\therefore \text{جم ط} = \frac{1 + \text{وجم ع}}{\text{وجب ع}}$$

$$\text{یعنی مس ط} = \frac{\text{وجب ع}}{1 + \text{وجم ع}}$$

پس اگر دو رفتاریں ایک دوسرے سے زاویہ ع بنائیں۔ تو ان کا حاصل ایک رفتار ۱ + ۲ + ۲ + ۲ ر و جم ع کے مساوی ہے جو رفتار س کی سمت سے زاویہ مس ا وجب ع بناتی ہے۔
حاصل رفتار کی سمت اس طرح بھی حاصل ہو سکتی ہے۔
ا ب یا ا ب ممدودہ پر د ع عمود نکالو جو ا ب سے نقطہ ع پر ملے۔

$$\text{تب مس د ا ب} = \frac{\text{ع د}}{\text{ا ع}} = \frac{\text{ب د وجب ع ب د}}{\text{ا ب + ب د جم ع ب د}} = \frac{\text{وجب ع}}{1 + \text{وجم ع}}$$

(۱۴) ایک مفروضہ رفتار کو تحلیل کرنے کے لا انتہا طریقے ہیں۔ کیونکہ اگر متوازی الاضلاع کا قطر ا د دیا ہوا ہو تو اس قطر پر لا انتہا متوازی الاضلاع بن سکتے ہیں۔ او اگر ا ب د ج ان میں سے ایک ہو تو رفتار ا د دو رفتاروں ا ب اور ا ج کے مساوی ہوگی۔

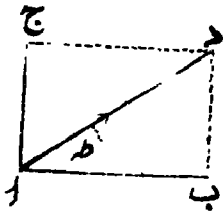
رفتار کو تحلیل کرنے کی اہم صورت وہ ہے جس میں اسے دو ایسی سمتوں میں تحلیل کرنا مقصود ہو جو ایک دوسرے سے زاویہ قائمہ بنائیں اور ان میں سے ایک سمت دی ہوگی ہو۔ جب ہم ایک خاص سمت میں ایک رفتار کے جزء تحلیلی کا ذکر کرتے ہیں تو اس سے ہمارا یہ مطلب ہوتا ہے کہ دوسری سمت جس میں رفتار کی تحلیل ہوگی اس خاص سمت سے زاویہ قائمہ بناتی ہے۔

مثلاً - فرض کرو کہ ہم ایک رفتار s کو جو ad سے تعبیر ہوتی ہے دو اجزاء میں تحلیل کرنا چاہتے ہیں جو ایک دوسرے سے زاویہ قائمہ بنائیں۔ ان میں سے ایک جزء کی سمت ab دی ہوئی ہے جو ad سے زاویہ θ بناتی ہے۔

ab پر d ب عمود نکالو اور مستطیل

$abdc$ کی تکمیل کرو۔

رفتار s صرف ad و رفتاروں ab اور dc کے مساوی ہے۔



نیز $ab = dc$ و $ad \sin \theta = dc$

اور $ac = ad \cos \theta = s \cos \theta$

پس ہم کو ذیل کا کار آمد مسئلہ حاصل ہوا۔

اگر ایک مفروضہ رفتار کے اجزاء تحلیلی ایک خاص سمت میں اور اس کے ساتھ زاویہ قائمہ بناتی ہوئی سمت میں مطلوب ہوں۔ تو ان میں سے پہلا جزء $s \cos \theta$ ہوگا اور دوسرا $s \sin \theta$ جس صورت میں زاویہ θ ایک قائمہ سے

بڑا ہو وہ سکونیات کی دفعہ ۳۰ کے طریقے سے حل ہو سکتی ہے
مثال (۱) ایک شخص شمال مشرق کی جانب ۴ میل
فی گھنٹہ کی رفتار سے جا رہا ہے۔ اس کی رفتار کے اجزاء
تحلیلی شمال اور مشرق کی سمتوں میں جداگانہ دریافت کرو۔

جواب - ہر ایک ۴۷۲ میل فی گھنٹہ ہے۔

مثال (۲) ایک نقطہ ایک خط مستقیم میں ۱۰ فٹ فی گھنٹہ
کی رفتار سے حرکت کر رہا ہے اس کی رفتار کا جزء تحلیلی
ایک ایسی سمت میں دریافت کرو جو اس کی حرکت کی سمت
سے ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے۔

جواب ۳۷۵ فٹ فی سکند۔

مثال (۳) ایک جسم ایک سطح مایل پر نیچے کی طرف پھسل
رہا ہے سطح کا میلان افق سے ۶۰° ہے اس کی رفتار کے
اجزاء افقی اور عمودی سمتوں میں معلوم کرو۔

جواب ۲ اور ۳۷۲، جہاں ۳۷۲ جسم کی رفتار ہے۔

(۱۵) اگر ایک رفتار کے اجزاء ترکیبی دو ایسی سمتوں میں
مطلوب ہوں جو رفتار مذکور سے زاویے ۶۰° اور ۳۰° بنائیں۔
تو طرز عمل یہ ہوگا۔

فرض کرو کہ a رفتار a کو مقدار اور سمت میں
تبصیر کرتا ہے اب اور b جیسے خطوط کھینچو جو a سے
زاویے α اور β بنائیں۔ اور d میں سے دو ایسے خطوط
کھینچو جو متوازی الاضلاع ab d ج کی تکمیل کریں۔ جیسا کہ

دفعہ (۱۲) میں کیا گیا تھا۔
چونکہ ایک مثلث کے اضلاع زوایاے مقابل کی جیبوں کے
تناسب ہوتے ہیں اس لئے

$$\frac{اب}{جب ادب} = \frac{ب د}{جب ب اد} = \frac{اد}{جب اب د}$$

$$\text{یعنی } \frac{اب}{جب ب} = \frac{ب د}{جب ع} = \frac{اد}{جب (ع+ب)}$$

۵: ۱ ب = اد = جب ب اور ب د = اد = جب (ع+ب)
پس ان دو سمتوں میں رفتار کے اجزاء ترکیبی یہ ہوئے۔

ر جب ب اور ر جب ع
جب (ع+ب) جب (ع+ب)
(۱۶) رفتاروں کا مثلث۔ اگر ایک متحرک نقطے کی
رفتاریں ایک وقت میں ایسی ہوں جو ایک مثلث کے اضلاع
ا ب اور ب ج سے بالترتیب تعبیر ہوں۔ تو دونوں رفتار
ایک ایسی رفتار کے مساوی ہوں گی جو ا ج سے تعبیر
ہوتی ہے۔

متوازی الاضلاع ا ب ج د کی تکمیل کرنے سے یہ ظاہر ہے
کہ جن رفتاروں کو خطوط ا ب اور ب ج تعبیر کرتے
ہیں انہی رفتاروں کو خطوط ا ب اور اد تعبیر کریں گے
لہذا ان کی حاصل رفتار ا ج سے تعبیر ہوگی۔

نتیجہ صحیح (۱) اگر ایک ہی وقت ایک نقطے کو تین ایسی رفتاریں دی جائیں جو ایک مثلث کے اضلاع سے تعبیر ہوں جبکہ اضلاع کو ایک ہی رخ یا جائے تو نقطہ ساکن رہیگا۔
 نتیجہ صحیح (۲) اگر ایک متحرک نقطے کی رفتاریں $ل$ و $ا$ اور $م$ و $ب$ سے تعبیر ہوں۔ تو دونوں مل کر ایک رفتار $(ل + م)$ و $ک$ کے مساوی ہوں گی جہاں $ک$ ، $ا$ و $ب$ پر ایسا نقطہ ہے کہ $ل$ و $ا$ و $ب$ = $م$ و $ک$ کیونکہ رفتاروں کے مثلث کے مسئلے کے ذریعہ رفتار $ل$ و $ا$ ، دو رفتاروں $ل$ و $ک$ اور $ل$ و $ا$ کے مساوی ہے اور رفتار $م$ و $ب$ ، دو رفتاروں $م$ و $ک$ و $ا$ اور $م$ و $ب$ کے برابر ہے۔ لیکن رفتاریں $ل$ و $ا$ اور $م$ و $ک$ ب ایک دوسرے کو معدوم کرتی ہیں۔ پس حاصل $(ل + م)$ و $ک$ کے برابر ہے۔

(۱۷) رفتاروں کا ذواربۃ السطوح۔ جس طرح رفتاروں کے متوازی الاضلاع کا مسئلہ ثابت ہوا۔ اسی طرح یہ ثابت ہو سکتا ہے کہ اگر تین رفتاریں ایک ذواربۃ السطوح کے ایک کونے پر ملنے والے تین کناروں سے تعبیر ہوں تو ان کی حاصل رفتار ذواربۃ السطوح کے اس کونے میں سے گزرنیوالے قطر سے تعبیر ہوگی۔ برعکس اس کے ایک رفتار تین اجزا میں تحلیل ہو سکتی ہے۔

(۱۸) رفتاروں کا کثیر الاضلاع۔ اگر ایک متحرک

نقطے کی رفتاریں ایک وقت میں ایسی ہوں جو ایک کثیرالاضلاع کے اضلاع اب، ب، ج، د، ... ک ل سے تعبیر ہوں (خواہ کثیرالاضلاع کے ضلعے ایک سطح

میں ہوں یا نہ ہوں) تو حاصل رفتار ا ل سے تعبیر ہوگی۔

کیونکہ یہ موجب دفعہ (۱۲) رفتاریں اب اور ب ج رفتار ا ج کے

مساوی ہیں۔

اور رفتاریں ا ج اور ج د رفتار ا د کے برابر ہیں۔ علیٰ ہذا القیاس پس حاصل رفتار ا ل سے تعبیر ہوگی۔

نتیجہ صحیح۔ اگر نقطہ ل، ا پر منطبق ہو یعنی کثیرالاضلاع

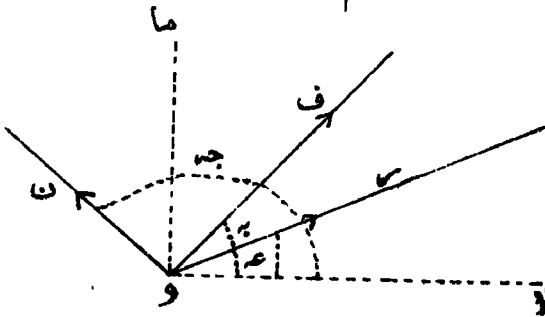
ایک بندہ شکل ہو تو حاصل رفتار صفر ہوگی یعنی نقطہ ساکن رہیگا۔

(۱۴) اگر ایک نقطہ کئی ایک مختلف سمتوں میں رفتاریں رکھتا ہو۔ تو ان کا

حاصل معلوم کرنے کا طریقہ یہ ہے۔ دو متقاطع علی القوائم سمتوں میں تمام

رفتاروں کو تحلیل کرو اور ان دو سمتوں میں جو رفتاریں ہوں ان کی

ترکیب سے کل کی حاصل رفتار معلوم ہوگی۔



فرض کرو کہ ایک نقطے کی رفتاریں سر، ف، ن،
ایسی سمتوں میں ہیں جو ایک ثابت خط ولا سے زاویے
عہ، بہا، جما بناتی ہیں اور فرض کرو کہ و ما، ولا پر عمود ہے۔
سر کے اجزاء ولا اور و ما کی سمتوں میں سر جمع عہ
اور سر جب عہ ہوں گے۔ اور ف کے اجزاء ف جب بہا
اور ف جب بہا ہوں گے اسی طرح باقی رفتاروں کی تحلیل
کرو۔ پس تمام رفتاروں کے اجزاء یہ ہوں گے۔

سراج جمع عہ + ف جب بہا + ن جب جما +
ولا کے متوازی۔

سراج جمع عہ + ف جب بہا + ن جب جما +
وما کے متوازی۔

اگر حاصل رفتار ح ہو اور د لا سے زاویہ طہ بنائے تو
ح جب طہ = سراج جمع عہ + ف جب بہا + ن جب جما +
ح جب طہ = سراج جب عہ + ف جب بہا + ن جب جما +
مربے لے کر جمع کرنے سے۔

ح^۲ = (سراج جمع عہ + ف جب بہا + ن جب جما +)
اور تقسیم کرنے سے

$$\text{مس طہ} = \frac{\text{سراج جب عہ} + \text{ف جب بہا} + \text{ن جب جما} + \dots}{\text{سراج جمع عہ} + \text{ف جب بہا} + \text{ن جب جما} + \dots}$$

ان دو مساواتوں سے ح اور طہ معلوم ہوں گے۔

امثلہ نمبری (۱)

(۱) ایک جہاز ۱۵ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے عین شمال کی جانب چلتا ہے اور پانی کا بہاؤ اس کو ۳۷ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جنوب مشرق کی طرف لے جاتا ہے۔ دریافت کرو کہ ایک گھنٹہ کے بعد جہاز کہاں ہوگا؟

جہاز کی دو رفتاریں ہیں ایک ۱۵ میل فی گھنٹہ جانب شمال اور دوسری ۳۷ میل فی گھنٹہ جانب جنوب مشرق۔ دوسری رفتار دو رفتاروں کے مساوی ہے۔ ایک ۲۷ میل فی گھنٹہ مشرق کی جانب اور دوسری ۲۷ جب ۲۵ میل فی گھنٹہ جنوب کی جانب پس جہاز کی کل رفتار یہ ہے۔

۱۲ میل فی گھنٹہ جانب شمال

اور ۱۳ میل فی گھنٹہ جانب مشرق

ہذا حاصل رفتار $\sqrt{12^2 + 13^2}$ ہے۔ یعنی ۱۷ میل فی گھنٹہ ایسی سمت میں؟

شمال سے زاویہ $\tan^{-1} \frac{13}{12}$ بنتا ہے۔ یعنی ۴۷° ۳۰' میل فی گھنٹہ

بہ زاویہ ۴۷° ۳۰' از شمال جانب مشرق۔

(۲) ایک نقطے کی رفتاریں ایک وقت میں چار مختلف سمتوں میں ۲۰، ۳۰، ۴۰ اور ایک ہیں پہلی اور دوسری کے درمیان ۳۰° کا زاویہ ہے اور دوسری اور تیسری کے درمیان ۹۰° کا اور تیسری اور چوتھی کے درمیان ۱۲۰° کا حاصل دریافت کرو۔

ولا پہلی رفتار کی سمت میں ۱۰ اور ۱۰ اس کی عمودی سمت میں

زاویہ ج د = قدر انجی - کینچو - ود کو ملاؤ دلپنے سے معلوم ہوگا کہ $ود = ۶۰$ درہ انجی اور زاویہ $ا و د = ۲۵$ تقریباً

(۳) ایک جہاز کی رفتار ۴ میل فی گھنٹہ ہے جہاز پر ایک گیند اس کی عمومی سمت میں ابھو کا دی گئی ہے - گیند کی رفتار ۳ گز فی سیکنڈ ہے فضا میں گیند کے راستے کی ترسیم کرو اور ثابت کرو کہ ۳ سیکنڈ میں ۵۴ فٹ طے کرتی ہے -

(۴) ایک کشتی ایک دریا میں اس طرح چلائی جاتی ہے کہ کشتی کا رخ ہمیشہ دریا کی سمت پر عمود وار رہتا ہے - اگر دریا کا عرض ۳۰۰ فٹ ہو تو دریافت کرو کہ جہاں سے کشتی چلی ہے وہاں سے کس قدر دریا کے نیچے کی طرف دوسرے کنارے پر لگے گی - کشتی کی رفتار ۶ میل فی گھنٹہ ہے اور دریا کا پانی ۲ میل فی گھنٹہ چلتا ہے -

(۵) ایک شخص ۶ فریڈ کشتی دریا کو عبور کرنا چاہتا ہے لیکن اس طرح کہ جہاں سے چلے اس کے عین مقابل دوسرے کنارے پر پہنچے - کشتی کی رفتار دریا کی رفتار سے دو چند ہے - معلوم کرو کہ کشتی کا رخ کس طرف ہونا چاہیے ؟

(۶) ایک کشتی کی چال آب ساکن میں ۶ میل فی گھنٹہ ہے - اگر دریا میں جس کی رفتار ۴ میل فی گھنٹہ ہے - اس کشتی کو چلایا جائے تو ترسیماً دریافت کرو کہ کشتی کا رخ کیا ہو کہ کشتی کی حرکت دریا سے زاویہ قائمہ بنائے -

(۷) ایک ندی کی رفتار $\frac{1}{4}$ میل فی گھنٹہ ہے ایک تیراک

جس کی رفتار ۲۱/۲ میل فی گھنٹہ ہے اس ندی کو عموداً عبور کرنا چاہتا ہے۔ دریافت کرو کہ وہ کس سمت میں چلے؟ اگر کم سے کم وقت میں عبور کرنا مقصود ہو تو معلوم کرو کہ تیراک کس سمت میں تیرے۔

(۸) ایک جہاز کا رخ عین شمال کی جانب ہے اور وہ ایک دریا کو عبور کر رہا ہے جس کا پانی مغرب کی جانب بہ رہا ہے۔ ایک گھنٹے کے بعد معلوم ہوا کہ جہاز نے شمال سے غرب کی جانب ۳۰° کا زاویہ بنانے والی سمت میں ۸۷۳ میل کا فاصلہ طے کیا۔ پانی اور جہاز کی رفتاریں معلوم کرو۔

(۹) دو جہاز لا اور ما دو مقامات ۱ اور ۲ پر ہیں فاصلہ اب ۵ میل ہے۔ لا، اب سے ۶۰° کا زاویہ بناتی ہوئی سمت میں ۱۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چلنے لگتا ہے۔ معلوم کرو کہ ما اسی وقت ۱۰۷۳ میل کی رفتار سے کس سمت میں چلے کہ وہ لا سے ٹھیک ٹکرا جائے۔ یہ بھی دریافت کرو کہ لا سے ٹکرا کس زاویہ پر ہوگی اور کتنے وقت کے بعد ہوگی؟

(۱۰) ایک ٹریم کار ایک سڑک پر ۸ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جا رہی ہے۔ اس میں ایک جسم ۱۶ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے کس سمت میں پھینکا جائے کہ اس کی حاصل حرکت ٹریم کار کی عمودی سمت میں ہو۔

(۱۱) ایک جہاز شمال کی جانب ۴ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے

جا رہا ہے پانی کا بہاؤ اسے مشرق کی جانب ۳ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے لے جا رہا ہے اور اس میں ایک ملاح عمودی مستول پر ۲ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے چڑھ رہا ہے۔ ملاح کی رفتار اور سمت حرکت فضا میں دریافت کرو۔

(۱۲) ایک رفتار کے اجزاء ترکیبی دو سمتوں میں معلوم کرو جو اس سے ۳۰° اور ۵۴° کے زاوئے بناتی ہیں۔
(۱۳) ایک نقطہ جس کی رفتاریں مختلف سمتوں میں ۸° ، ۱۳° ہیں ساکن ہے۔ دو چھوٹی رفتاروں کا درمیانی زاویہ دریافت کرو۔

(۱۴) ایک نقطے کی رفتاریں ۳° ، ۱۹° ، ۹° ہیں اور وہ ایک دوسرے سے ۱۲۰° کے زاوئے بناتی ہیں۔ ترسیماً اور حساباً ان کا حاصل دریافت کرو۔

(۱۵) ایک وقت میں ایک نقطے کی رفتاریں ۲۴° ، ۳۳° ، اور ۴۴° ہیں پہلی اور دوسری، دوسری اور تیسری اور تیسری اور چوتھی کے درمیانی زاوئے بالترتیب ۹۰° ، ۹۰° اور ۱۵۰° ہیں۔ ترسیماً اور حساباً ثابت کرو کہ حاصل رفتار سا ہے اور اس کی سمت پہلی رفتار سے ۱۲۰° کا زاویہ بناتی ہے۔

(۱۶) ایک نقطہ دو مفروضہ سمتوں میں مساوی رفتاریں رکھتا ہے۔ اگر ایک رفتار کو نصف کر دیا جائے تو وہ زاویہ بھی جو حاصل رفتار دوسری رفتار سے بناتی ہے

نصف ہو جاتا ہے۔ ثابت کرو کہ رفتاروں کا درمیانی زاویہ ۹۰° ہے۔

(۱۷) ایک نقطے کی رفتاریں مقدار اور سمت میں ان خطوط سے تعبیر ہوتی ہیں جو ایک دائرے کے محیط کے کسی نقطے سے کسی قطر کے سروں تک کھینچی جائیں۔ ثابت کرو کہ ان کا حاصل اس نقطے میں سے گزرنے والے قطر سے تعبیر ہوگا۔

(۱۸) ایک نقطے کی ایک وقت میں چار رفتاریں ہیں۔ پہلی ۲۴ فٹ فی سیکنڈ ہے دوسری ۳۶ فٹ فی سیکنڈ پہلی سے ۴۰° کا زاویہ بناتی ہے۔ تیسری ۴۵ فٹ فی سیکنڈ تیسری سے ۳۵° کا زاویہ بناتی ہے۔ چوتھی ۶۰ فٹ فی سیکنڈ تیسری سے ۳۵° کا زاویہ بناتی ہے۔ ترسیماً ثابت کرو کہ حاصل رفتار ۱۱۸.۵ فٹ فی سیکنڈ ہے اور پہلی رفتار سے تقریباً ۸۲° کا زاویہ بناتی ہے۔

(۲۰) اوسط چال اور رفتار۔ ایک نقطے کی اوسط چال وقت کی ایک دی ہوئی مدت میں ایک ایسے نقطے کی چال ہے۔ جو اسی مدت میں وہی راستہ یکساں چال سے طے کرے جو نقطہ مذکورہ نے طے کیا ہے۔ پس ایک متحرک نقطے کی اوسط چال ایک دی ہوئی مدت میں

$$= \frac{\text{کل فاصلہ جو نقطے نے مدت مذکورہ میں طے کیا}}{\text{کل وقت جس میں وہ فاصلہ طے کیا۔}}$$

اگر ایک شخص $\frac{1}{10}$ سیکنڈ میں ۱۰۰ گز دورے تو
 اوس کی اوسط چال $\frac{100}{10}$ یعنی $\frac{10}{1}$ گز فی سیکنڈ ہے۔
 دیگر فرض کرو کہ ایک ریل گاڑی سٹیشن چھوڑ کر پہلے
 ۵ منٹ میں ایک میل چلتی ہے پھر ۱۵ منٹ ۲۰ میل فی گھنٹہ
 گھنٹہ کی چال سے چلتی ہے۔ اخیر میں ایک میل ۶ منٹ
 میں چل کر دوسرے سٹیشن پر ٹھہر جاتی ہے۔
 کل فاصلہ جو طے ہوا = $1 + \frac{20}{60} + 1 = 2 \frac{1}{3}$ میل
 کل وقت جس میں فاصلہ طے ہوا = $5 + 15 + 26 = 46$ منٹ
 اس کی اوسط چال = $\frac{2 \frac{1}{3}}{46}$ میل فی منٹ = $\frac{5}{114}$ میل فی
 گھنٹہ = $16 \frac{1}{2}$ میل فی گھنٹہ تقریباً
 ایک نقطہ مفروض کی اوسط رفتار کسی سمت میں ایک دی

ہوئی مدت میں

کل نقل مکان اس مدت میں اور اس سمت میں

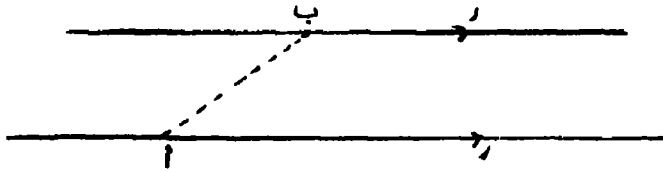
کل مدت جس میں نقل مکان ظہور پذیر ہوئی

(۲۱) حرکت اضافی۔ سکون اور حرکت، اضافی اصطلاحیں
 ہیں۔ ہم حرکت مطلق سے بالکل ناواقف ہیں جو حرکت
 ہمیں معلوم ہے وہ سب اضافی ہے۔

مثلاً۔ جب ہم کہتے ہیں کہ ایک ریل گاڑی بہ جانب
 شمال ۴۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جا رہی ہے تو اس سے
 ہمارا یہ مطلب ہوتا ہے کہ اس کی یہ رفتار بہ لحاظ زمین
 کے ہے۔ یعنی اگر ایک شخص زمین پر ساکن ہو تو اسے

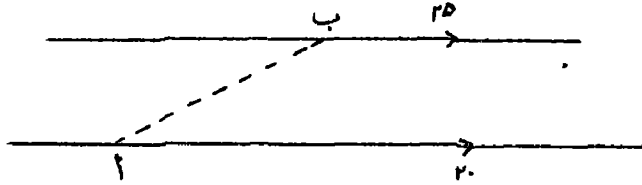
ریل گاڑی اس رفتار سے چلتی ہوئی معلوم ہوگی۔ ریل گاڑی کی یہ حرکت سطح زمین پر ہے اس حرکت کے علاوہ اسکی اور حرکتیں بھی ہیں۔ اول زمین کی روزانہ گردش اپنے محور کے گرد۔ ریل گاڑی چونکہ زمین پر ہے اس لئے وہ زمین کی اس حرکت میں شامل ہے۔ دوم زمین کی سالانہ گردش آفتاب کے گرد۔ ریل گاڑی اس حرکت میں بھی زمین کے ساتھ شامل ہے سوم اگر کل نظام شمسی کی فضا میں کوئی حرکت ہو ریل گاڑی کی اس میں بھی شمولیت ہوگی۔

(۲۲) اب اولاً دو ریل گاڑیوں کی حرکت پر غور کرو جو ایک دوسرے کے متوازی ایک ہی سمت میں مساوی رفتاروں سے چل رہی ہیں۔



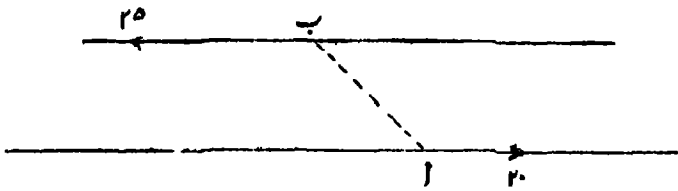
فرض کرو کہ ایک گاڑی پر ایک نقطہ 'ا' اور دوسری پر ایک نقطہ 'ب' ہے اگر ایک شخص نقطہ 'ا' پر کھڑا ہو کر نقطہ 'ب' کی طرف ٹکٹکی لگا کر دیکھتا رہے۔ تو اس کو نقطہ 'ب' بالکل ساکن معلوم ہوگا۔ کیونکہ خط 'ا ب' کے طول اور سمت میں کوئی تبدیلی واقع نہیں ہوگی اور 'ب' کی رفتار

بہ لحاظ ب کے صفر ہوگی۔
 ثانیاً فرض کرو کہ پہلی گاڑی کی رفتار ۲۰ میل
 فی گھنٹہ ہے اور دوسری کی اسی سمت میں
 ۲۵ میل فی گھنٹہ ہے اس صورت میں اگر ہم

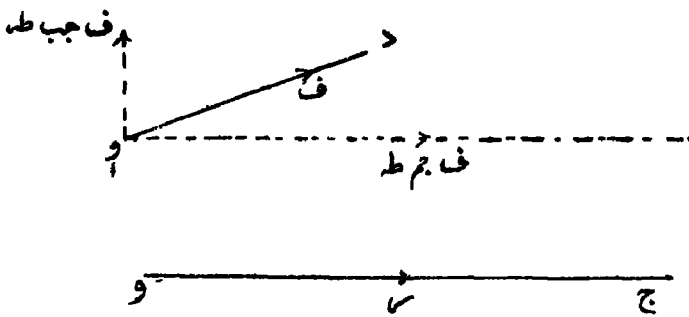


گاڑیوں کے درمیانی فاصلے کو نظر انداز کریں تو خط اب کا
 طول ۵ میل فی گھنٹہ کے حساب سے بڑھتا رہیگا اور یہی ب
 کی رفتار بہ لحاظ ا کے ہوگی۔

ثالثاً فرض کرو کہ پہلی گاڑی کی رفتار ۲۰ میل ہے اور دوسری
 کی ۲۵ میل متقابل سمت میں۔ اس صورت میں خط اب کا
 طول بہ حساب ۴۵ میل فی گھنٹہ ا کی حرکت کے متقابل سمت
 میں بڑھتا رہیگا۔



اور ب کی رفتار بہ لحاظ ۱ کے ۵۴ میل فی گھنٹہ ہوگی۔
طالب علم کو یہ معلوم ہو گیا ہوگا کہ ہر صورت
میں اگر پہلی گاڑی کی رفتار کے مساوی اور متقابل رفتار
کو دوسری گاڑی کی رفتار سے ساتھ ترکیب کریں تو دوسری
گاڑی کی اضافی رفتار بہ لحاظ پہلی کی رفتار کے حاصل ہوگی۔
آخر فرض کرو کہ پہلی گاڑی خط و ج کی سمت میں
رفتار سے چلتی ہے اور دوسری گاڑی رفتار ف سے
خط و د کی سمت میں حرکت کرتی ہے۔ جہاں و د و ج
سے زاویہ طہ بناتا ہے رفتار ف کی تحلیل دو اجزا میں
کرو۔ ایک ف جم طہ، و ج کے متوازی
دوسرا ف جب طہ، و ج پر عمود۔



پہلے کی طرح ب کی رفتار بہ لحاظ ۱ کے، و ج کے متوازی
ف جم طہ۔ سر ہے نیز چونکہ و ج کی عمودی سمت میں

۱ کی کوئی رفتار نہیں ہے اس لئے ب کی رفتار بہ لحاظ
 ۱ کے اس سمت میں ف جب طہ ہے۔
 ہذا ب کی رفتار بہ لحاظ ۱ کے دو اجزا رکھتی ہے ایک
 ف جم طہ۔ س، و ج کے متوازی اور دوسرا
 ف جب طہ، و ج پر عمود۔ اگر دوسری گاڑی کی رفتار کی
 ترکیب پہلی گاڑی کی رفتار کے متساوی اور متقابل رفتار
 سے کریں تو بھی یہی دو اجزا حاصل ہوں گے۔ پس
 ذیل کا کار آمد نتیجہ حاصل ہوا۔

اضافی رفتار۔ اگر دو نقاط کا درمیانی فاصلہ سمت یا
 مقدار میں یا سمت اور مقدار دونوں میں بدل رہا ہو تو
 ایک نقطہ بہ لحاظ دوسرے کے اضافی رفتار رکھتا ہے۔
 اور اگر ایک نقطے ب کی اضافی رفتار بلحاظ
 دوسرے نقطے ۱ کے دریافت کرنا مطلوب ہو تو
 ب کی رفتار اور ۱ کی رفتار کے متساوی
 اور متقابل رفتار کا حاصل معلوم کرو۔ یہ اضافی
 رفتار مطلوب ہوگی۔

(۲۳) ایک اور پہلو سے بھی حرکت اضافی پر غور ہو
 سکتا ہے۔ فرض کرو کہ خطوط ۱ ط اور ب ق نقاط ۱
 اور ب کی رفتاروں کو تعبیر کرتے ہیں۔ یعنی ایک
 سیکنڈ میں دونوں نقطوں کے مقام ۱ اور ب سے
 تبدیل ہو کر بالترتیب ط اور ق ہو جاتے ہیں۔

متوازی الاضلاع $ا ط ل ب$ کی تکمیل کرو۔ اور $ل ق$ کو ملاؤ بہ موجب دفعہ ۱۴ رفتار $ب ق$ ، دو رفتاروں $ب ل$ اور $ل ق$ کے مساوی ہے۔

اور $ب ل$ ، $ا ط$

کے مساوی اور متوازی

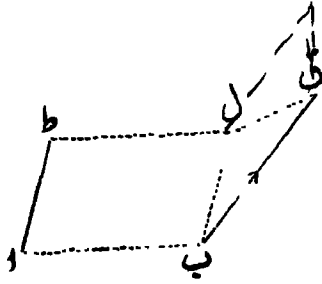
ہے اس لئے $ب$

کی رفتار دو رفتاروں

کے برابر ہے۔ ایک

$ب ل$ کی رفتار

کے مساوی اور



متوازی اور دوسری $ل ق$ ۔ لہذا $ب$ کی رفتار بہ لحاظ $ا$ کے $ل ق$ سے تعبیر ہوتی ہے۔ لیکن $ل ق$ رفتاروں $ل ب$ اور $ب ق$ کا حاصل ہے یعنی $ب$ کی رفتار اور $ا$ کی رفتار کے مساوی اور متقابل رفتار کا حاصل۔

پس $ب$ کی رفتار بہ لحاظ $ا$ کے معلوم کرنے کا طریقہ یہ ہوا کہ $ب$ کی رفتار اور $ا$ کی رفتار کے مساوی اور متقابل رفتار کا حاصل معلوم کرو یہ رفتار مطلوبہ ہوگی۔

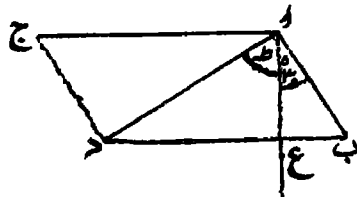
(۲۴) پچھلی دفعہ سے ظاہر ہے کہ اگر دو نقاط $ا$ اور $ب$ ایک ہی سمت میں بالترتیب رفتاروں $س$ اور $ف$ سے چلیں تو $ب$ کی رفتار بہ لحاظ $ا$ کے اسی سمت میں

ف۔ سہ ہوگی اور ا کی رفتار بہ لحاظ ب کے س۔ ف ہوگی اگر وہ مختلف سمتوں میں حرکت کریں تو اضافی رفتار معلوم کرنے کے لئے رفتاروں کے متوازی الاضلاع کا مسئلہ استعمال کرنا ہوگا۔

مثال۔ ایک ریل گاڑی ایک افقی سڑک پر ۳۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے اس وقت بارش بھی ہو رہی ہے اور ہوا گاڑی کی حرکت کی سمت میں زور سے چل رہی ہے۔ ہوا کے زور سے بارش سمت عمودی سے ۳۰° کا زاویہ بناتی ہوئی پڑتی ہے اور بارش کی رفتار ۲۲ فٹ فی سیکنڈ ہے دریافت کرو کہ ریل کے مسافروں کو بارش کس سمت میں پڑتی ہوئی معلوم دیگی؟ ریل گاڑی کی رفتار ۴۴ فٹ فی سیکنڈ ہے۔

فرض کرو کہ ا ب بارش کی رفتار کو تعبیر کرتا ہے پس اگر ا ح عمودی خط ہو تو زاویہ ب ا ح ۳۰° کا ہوگا۔

ا ج افقی سمت میں گاڑی کی سمت کے متقابل کھینچو اور فرض کرو کہ یہ گاڑی کی رفتار یعنی ۴۴ فٹ فی سیکنڈ کو تعبیر کرتا ہے



متوازی الاضلاع ا ب د ج کی تکمیل کرو۔
 ا د کو ملاؤ اور فرض کرو کہ زاویہ ع ا د = ط
 مسافروں کی نظروں میں ا د بارش کی سمت ہوگی۔
 مثلث ب ا د سے

$$\frac{\text{ب د}}{\text{ا ب}} = \frac{\text{جب د ا ب}}{\text{جب ب د ا}} = \frac{\text{جب (ط + ۳۰)}}{\text{جم ط}}$$

$$\therefore \frac{۲۴}{۲۲} = \frac{\text{جب ط جم ۳۰} + \text{جم ط جب ۳۰}}{\text{جم ط}}$$

$$= \text{مس ط جسم ۳۰} + \text{جب ۳۰}$$

$$\therefore ۲ = \text{مس ط} \times \frac{۳۷}{۲} + \frac{۱}{۲}$$

$$\therefore \text{مس ط} = ۳۷ = ۹۰ \text{ مس}$$

$$\therefore \text{ط} = ۹۰$$

پس زاویہ ب ا د = ۹۰ یعنی بارش اپنی اصلی سمت
 سے زاویہ قائمہ بناتی ہوئی پڑتی دکھائی دیگی۔

امثلہ نمبری (۲)

(۱) ایک ریل گاڑی ۳۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے
 چل رہی ہے اور ایک پتھر افقی سمت میں گاڑی سے
 زاویہ قائمہ بناتا ہو اور ۳۳ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے

باب اول

حرکت کرتا ہوا گاڑی سے ٹکراتا ہے۔ پتھر کی مری رفتار کی مقدار اور سمت معلوم کرو۔

(۲) ایک جہاز ۱۲ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے عین مشرق کی جانب جا رہا ہے اور ایک جہاز ۱۶ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے عین شمال کی طرف جا رہا ہے دوسرے جہاز کی اضافی رفتار بہ لحاظ پہلے کے معلوم کرو۔

(۳) ایک جہاز جنوب کی طرف ۲۷۱۵ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جا رہا ہے اور ایک دوسرا جہاز جنوب مشرق کی سمت میں ۱۵ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہا ہے۔ اگر پہلے جہاز پر ایک شخص دوسرے جہاز کو دیکھ رہا ہو تو اسے دوسرا جہاز کس رفتار سے اور کس سمت میں چلتا ہوا دکھائی دیگا؟

(۴) ایک جہاز شمال مشرق کی طرف ۱۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہا ہے اس پر ایک مسافر ہوا کی حرکت کی سمت ملاحظہ کر رہا ہے اور اسے ہوا شمال کی جانب سے ۲۷۱۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چلتی ہوئی نظر آتی ہے ہوا کی اصلی رفتار کی مقدار اور سمت معلوم کرو۔

(۵) ایک دریا ۶ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جنوب کی طرف بہہ رہا ہے اور ایک جہاز بہ لحاظ دریا کے پانی کے ۱۵ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے مغرب کی جانب چل رہا ہے۔ ایک ریل گاڑی عین شمال کی طرف ۳۰ میل فی گھنٹہ کی

رفتار سے جا رہی ہے۔ اس کی اضافی رفتار بہ لحاظ جہاز کے معلوم کرو۔

(۶) ایک ریل گاڑی ایک سرنگ میں چل رہی ہے اور سرنگ کی چھت سے پانی کے قطرے گر رہے ہیں اور وہ ایک ریل کے مسافر کو افق سے ایک زاویہ برابر میں اپنا بناتے ہوئے گرتے نظر آتے ہیں۔ یہ معلوم ہے کہ ان کی رفتار ۲۴ فٹ فی سیکنڈ ہے۔ ہوا کی مزاحمت کو نظر انداز کر کے ریل گاڑی کی رفتار معلوم کرو۔

(۷) ایک شخص کو جب وہ ۲ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چلتا ہے بارش کی سمت عمودی نظر آتی ہے اور جب وہ ۴ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چلتا ہے تو بارش کے قطرے اس سے ۵۴° کے زاویہ پر ٹکراتے ہیں بارش کی اصلی چال اور سمت معلوم کرو۔

(۸) ایک جہاز مغرب کی طرف ۱۴ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جا رہا ہے اور بادلوں کی حرکت سے معلوم ہوتا ہے کہ ہوا ۷ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے شمال مغرب سے چل رہی ہے اس کی اصلی رفتار دریافت کرو اور اسکی سمت تقریباً معلوم کرو۔

(۹) ایک ریل گاڑی ۲۸ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے۔ پستول کی ایک گولی چلائی گئی ہے جو گاڑی میں آکر لگتی ہے۔ گولی کی سمت گاڑی سے ایک

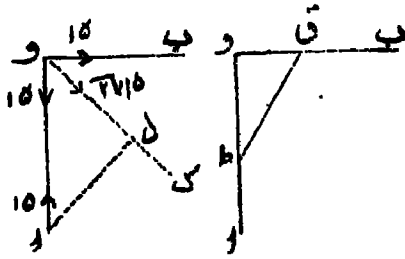
زاویہ جب اسے بتاتی ہے گولی گاڑی کے ایک ڈبے کے کونے میں داخل ہو کر مقابل کے کونے میں سے نکل جاتی ہے۔ پہلا کونہ بہ مقابلہ دوسرے کونے کے انجن سے بعید تر ہے۔ ڈبہ ۸ فٹ لمبا اور ۶ فٹ چوڑا ہے ثابت کرو کہ گولی کی رفتار ۸۰ میل فی گھنٹہ ہے اور وہ ڈبے میں سے پہلے سکینڈ میں گزر جاتی ہے۔

(۱۰) دو ریل گاڑیاں جن میں سے ہر ایک کا طول ۲۰۰ فٹ ہے۔ بالترتیب ۲۰ اور ۳۰ میل فی گھنٹہ کی رفتاروں سے ایک دوسرے کے متوازی ایک دوسرے کی طرف چل رہی ہیں۔ دریافت کرو کہ وہ ایک دوسرے سے کتنے وقت میں گزر جائیں گی ؟

(۱۱) ہوا ایک ریل کی سڑک کی سمت میں چل رہی ہے۔ دو ریل گاڑیاں اس سڑک پر متقابل سمتوں میں جا رہی ہیں۔ ایک گاڑی کے انجن کا دھواں دوسرے کے دھوئیں سے دو چند رفتار رکھتا ہے۔ ثابت کرو کہ ہر ایک گاڑی کی رفتار ہوا کی رفتار سے سہ چند ہے۔

(۱۲) ایک جہاز جو مشرق کی جانب ۱۵ میل فی گھنٹہ کی چال سے چل رہا ہے۔ ایک مقام سے دوپہر کو گزرتا ہے۔ ایک دوسرا جہاز اسی چال سے شمال کی طرف جاتا ہے اور اسی مقام سے دن کے دیرے بجے گزرتا ہے۔ معلوم کرو کہ ایک دوسرے سے ان کا فاصلہ

کم سے کم کس وقت ہوگا اور وہ فاصلہ کس قدر ہوگا۔
 فرض کرو کہ وہ مقام ۹ ہے۔ اور فرض کرو کہ عین دوپہر
 کو دوسرا جہاز ۱ پر ہے یعنی $۹۱ = ۲۲ \frac{1}{4}$ میل



پہلے جہاز کی اضافی رفتار بہ لحاظ دوسرے کے اس طرح
 معلوم ہوگی پہلے کی رفتار ۱۵ کے ساتھ دوسرے کی رفتار
 کے تساوی اور متقابل رفتار کو ترکیب کرو۔ یعنی پہلے کی
 رفتار ۱۵ جو شرق کی جانب ہے اس کے ساتھ ۱۵
 بہ جانب جنوب ملانے سے ۳۷۱۵ بہ جانب جنوب
 مشرق حاصل ہوئی یہ مطلوبہ اضافی رفتار ہے اور
 وک کی سمت میں ہے۔

ال، وک پر عمود نکالو۔ ال مطلوبہ قلیل ترین فاصلہ ہے
 یہ فاصلہ = واجب اول = $\frac{1}{4} \times ۲۲ \frac{1}{4} = \frac{۳۵}{۴} = ۳۲ \frac{۱}{۴} = ۳۲ \frac{۱}{۴} = ۱۵۶۹$ میل تقریباً۔

بعد دو پہر وقت مطلوب = وہ وقت جو اضافی رفتار ۲۷۱۵
سے فاصلہ ول طے کرنے میں لگتا ہے۔

$$\text{ول} = \frac{\frac{1}{۲۷} \times ۲۲ \frac{1}{۲}}{\frac{۱}{۲۷۱۵}} = \frac{۳}{۲۷۱۵} \text{ گھنٹہ}$$

یا بطرز دیگر۔ فرض کرو کہ وقت ت کے بعد جہازوں
کے مقام ط اور ق ہیں اور فرض کرو کہ ط ق = لا
تب و ط = و ا - ۱۵ ت = ۱۵ (۳ - ت)

اور وق = ۱۵ ت

$$\text{ہذا ط ق} = ۱۵ \left[\left(۳ - ت \right) + ت \right]$$

$$۲ \times ۱۵ \left[ت - \frac{۳}{۲} + \frac{۹}{۴} \right]$$

$$= ۲ \times ۱۵ \left[\left(ت - \frac{۳}{۲} \right) + \frac{۹}{۴} \right]$$

چونکہ کسی مقدار کا مربع منفی نہیں ہو سکتا اس کی قلیل
ترین قیمت صفر ہوگی۔ پس لا کی قلیل ترین قیمت اس وقت
ہوگی جب ت = ۳ اور اس وقت لا = $\frac{۹}{۴} \times ۱۵ \times ۲ = ۲۷۱۵$ تقریباً

(۱۴) ایک جہاز شمال کی جانب ۱۲ میل فی گھنٹہ کی رفتار

سے جا رہا ہے اس جہاز سے ایک دوسرا جہاز عین اس

کے مشرق کی طرف ۱۰ میل کے فاصلہ پر دیکھا جاتا ہے جو

۱۴ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے عین مغرب کی جانب جا رہا

ہے۔ دریافت کرو کہ کس وقت ان کا درمیانی فاصلہ

قلیل ترین ہوگا اور یہ فاصلہ بھی معلوم کرو۔

(۱۴) ۱ اور ب دو مقامات کا درمیانی فاصلہ ۵ فٹ ہے

ایک نقطہ ۱ سے ب کی طرف ایسی رفتار سے حرکت دیا گیا ہے جو ۱ سے ب تک ۳ سیکنڈ میں پہنچا دے اور اسی وقت ایک دوسرا نقطہ ب سے ۱ ب کی عمودی سمت میں حرکت دیا گیا ہے۔ دوسرے نقطے کی رفتار پہلے کی رفتار کا $\frac{1}{2}$ ہے۔ ان کی اضافی رفتار مقدار اور سمت میں معلوم کرو اور ان کا قلیل ترین فاصلہ بھی دریافت کرو اور یہ فاصلہ کس وقت ہوگا؟

(۱۵) ایک جہاز مشرق کی طرف چل رہا ہے اور ہوا شمال مغرب سے چل رہی ہے جہاز پر سے ہوا شمال مشرق سے چلتی ہوئی معلوم ہوتی ہے۔ ثابت کرو کہ جہاز اور ہوا کی چالیں مساوی ہیں۔

(۱۶) ایک شخص ۴ میل فی گھنٹہ کے حساب سے مشرق کی جانب جا رہا ہے۔ اسے معلوم ہوتا ہے کہ ہوا شمال سے چل رہی ہے۔ جب وہ اپنی چال کو دوگنا کرتا ہے تو ہوا شمال مشرق سے چلتی ہوئی معلوم دیتی ہے۔ ہوا کی رفتار اور اس کی سمت معلوم کرو۔

(۱۷) ایک آدمی کو جو شمال مشرق کی طرف سفر کر رہا ہے یہ محسوس ہوتا ہے کہ ہوا شمال سے چل رہی ہے جب وہ اپنی چال کو دوچند کرتا ہے تو اسے معلوم دیتا ہے کہ ہوا ایک ایسی سمت سے چل رہی ہے جو شمال سے مشرق کی جانب زاویہ ۴۵° بناتی ہے ہوا کی اصلی

سمت دریافت کرو۔

(۱۸) دو نقطے ایک دائرے کے محیط پر مقابل سمتوں میں چلتے ہیں ایک کی رفتار s اور دوسرے کی $2s$ ہے ان کی اضافی رفتار کی سب سے بڑی اور سب سے چھوٹی قیمتیں دریافت کرو اور یہ کن مقامات پر ہوں گی؟
(۲۵) زاویائی رفتار۔ تعریف۔ اگر ایک سطح میں ایک نقطہ ط حرکت کر رہا ہو اور اسی سطح میں ایک ثابت نقطہ O اور ایک ثابت مستقیم خط OA ہو جو A میں سے گزرتا ہے تو زاویہ AO کے بڑھنے کی شرح ω کے گرد متحرک نقطے ط کی زاویائی رفتار کہلاتی ہے۔

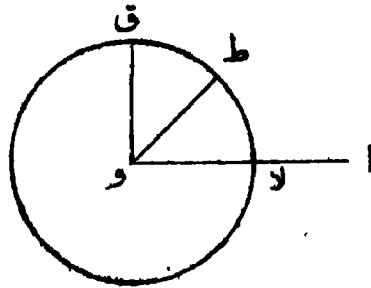
یکساں ہونے کی حالت میں زاویائی رفتار کا اندازہ اس طرح کیا جاتا ہے وقت کی ایک اکائی میں خط OA نے جس زاوئے میں گردش کی ہے اس میں جتنے نیم قطری ہوں گے وہ نقطہ ط کی زاویائی رفتار کی مقدار ہوگی۔
یکساں نہ ہونے کی حالت میں زاویائی رفتار کے اندازے کا طریقہ یہ ہے۔ اگر ایک خاص آن میں زاویائی رفتار دریافت کرنا مطلوب ہے تو یہ فرض کرو کہ آن مذکور کے بعد وقت کی ایک اکائی تک رفتار وہی رہتی ہے جو آن مذکور پر تھی۔ اس طرح وقت کی ایک اکائی میں جو زاویہ OA کی گردش سے پیدا ہو وہ مطلوبہ زاویائی رفتار ہے۔
مثالیں۔ اگر ایک سیکنڈ میں خط OA چار فٹوں

یعنی $\pi ۲$ نیم قطریوں میں گھوم جائے تو زاویہی رفتار $\pi ۲$ ہوگی۔

اگر ایک سیکنڈ میں خط $و ط$ کی گردش سے ایک قائمے کی تین چوتھائی پیدا ہو تو زاویہی رفتار $\frac{\pi}{۴} \times \frac{\pi}{۴}$ یعنی $\frac{\pi^2}{۱۶}$ ہوگی۔

اگر خط $و ط$ ایک سیکنڈ میں سات گردشیں کرے تو زاویہی رفتار $\pi ۲ \times ۷$ یعنی ۱۴π ہوگی۔

(۲۶) اگر متحرک نقطے کا راستہ معلوم ہو تو زاویہی رفتار ہمیشہ خطی رفتار کی شکل میں تحویل ہو سکتی ہے۔ ہم صرف اس صورت پر بحث کریں گے جب ایک نقطہ ایک دائرے کے محیط پر حرکت کر رہا ہو اور اس کی زاویہی رفتار یکساں ہو۔ اگر ایک نقطہ ایک دائرے کے محیط پر یکساں چال سے چل رہا ہو تو اس کی زاویہی رفتار دائرے کے مرکز کے گرد اس کی چال کو نصف قطر دائرہ پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوتی ہے۔



فرض کرو کہ متحرک نقطہ وقت کی ایک آن میں ط پر تھا اور وقت کی ایک اکائی میں اس نے قوس ط ق طے کی۔ تو خط وط کی گردش سے زاویہ ط وق پیدا ہوا۔ اس لئے ط وق میں جو تعداد نیم قطریوں کی ہے وہ زاویہ رفتار ہے۔

لیکن زاویہ ط وق میں نیم قطریوں کی تعداد = $\frac{\text{قوس ط ق}}{\text{وط}}$ نیز چونکہ قوس ط ق وقت کی ایک اکائی میں طے ہوئی اس لئے یہ چال کے برابر ہے۔

پس اگر چال کو چ سے تعبیر کریں اور نصف قطر کون سے اور زاویہ رفتار کون سے۔

$$\text{تونس} = \frac{\text{چ}}{\text{ن}}$$

یعنی چ = نرن

مثالیں۔ (۱) اگر متحرک نقطہ ایک ۳ فٹ نصف قطر والے دائرے کے محیط پر زاویہ رفتار کی اکائی سے حرکت کرے تو چال = $1 \times 3 = 3$ فٹ فی ثانیہ۔

(۲) ایک متحرک نقطہ ایک ۵ فٹ نصف قطر والے دائرے کے محیط پر ۸ فٹ فی سیکنڈ کی چال سے چلے تو اس کی زاویہ رفتار نر = $\frac{1}{2}$ نیم قطری فی ثانیہ۔

(۳) زمین اپنے محور کے گرد ۲۴ گھنٹے میں ایک پوری گردش کرتی ہے تو اس کی سطح کے کسی نقطہ کی زاویہ رفتار

$$= \frac{\pi \times 2}{40 \times 40 \times 24} \text{ نیم قطری فی ثانیہ}$$

چونکہ زمین کا نصف قطر ۴۰۰۰ میل ہے اس لئے خط استوا کے کسی نقطہ کی چال

$$= \frac{4000 \times \pi}{24 \times 60} \text{ میل فی گھنٹہ}$$

امثلہ نمبری (۳)

(۱) ایک پہیہ اپنے مرکز کے گرد گھوم کر فی منٹ ۲۰۰ گردشیں کرتا ہے اس کے محیط کے کسی نقطے کی زاویہی رفتار مرکز کے گرد دریافت کرو۔

(۲) ایک پہیہ اپنے مرکز کے گرد گھومتا ہے اور فی سیکنڈ چار چکر کرتا ہے۔ محیط کے کسی نقطے کی زاویہی رفتار مرکز کے گرد دریافت کرو اور اگر پہیے کا نصف قطر ۲ فٹ ہو تو کسی نقطے کی خطی رفتار کیا ہوگی؟

(۳) اگر ایک کلاک کی منٹ کی سوئی ۶ فٹ لمبی ہو تو سوئی کے سرے کی چال فی سیکنڈ کتنے فٹ ہوگی؟ اس کی رفتار بھی معلوم کرو۔

(۴) ایک گھڑی میں گھنٹہ، منٹ، اور سیکنڈ کی تینوں سوئیاں ہیں ان کے طول بالترتیب ۴، ۸، اور ۲۴ انچ ہیں۔ ان کے سروں کی چالوں کا مقابلہ کرو۔

(۵) ایک پاؤں چکی کا محور افقی ہے اور قطر ۴۰ فٹ ہے

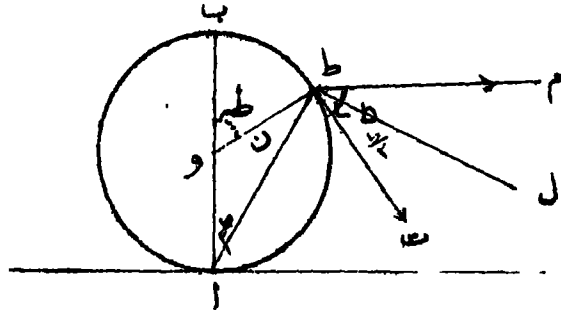
اور وہ ۴۰ سینکڑ میں ایک گردش کرتی ہے۔ اگر اس کو چلانے والا ایک آدمی زمین سے ایک ہی بلندی پر رہے تو دریافت کرو کہ وہ اس کی سطح پر کس چال سے چل رہا ہے؟
(۶) ایک ریل گاڑی رفتار s سے چل رہی ہے۔ ریل کی سڑک کے متوازی فاصلہ f پر ایک اور سڑک ہے جس پر ایک گھوڑا گاڑی جا رہی ہے ریل کی سڑک سے فاصلہ q پر ایک درخت ہے۔ ریل کے ایک مسافر کو ایسا معلوم ہوتا ہے کہ گھوڑا گاڑی اور درخت ایک ہی خط مستقیم میں رہتے ہیں۔ گھوڑا گاڑی کی رفتار دریافت کرو۔

(۷) ایک نقطہ یکساں چال سے ایک دائرے کے محیط پر چل رہا ہے۔ ثابت کرو کہ محیط کے کسی نقطہ کے گرد اس کی زاویائی رفتار ایک مقدار مستقل ہے۔

(۸) ایک رسی کا ایک سر ایک مربع کے ایک کونے سے بندھا ہے مربع ایک افقی میز پر نصب کیا گیا ہے رسی کے دوسرے سرے پر ایک ذرہ بندھا ہے اور رسی کو مربع کے گرد پیٹ دیا گیا ہے۔ مربع کا ایک ضلع h ہے اور رسی کا طول $4h$ ہے۔ ذرے کو رفتار s سے مربع کے ضلع کی عمودی سمت میں حرکت دی گئی ہے یہ فرض کر کے کہ ذرے کی چال یکساں رہتی ہے دریافت کرو کہ تمام رسی کتنے وقت میں مربع پر سے اتر آئے گی؟

(۹) ایک پہیہ کیسلان رفتار سے زمین پر بغیر پھسلے گردش کرتا ہوا چلتا ہے

اس کا مرکز ایک خط مستقیم میں حرکت کرتا ہے۔ پہیے کے محیط کے مختلف نقاط کی رفتاریں دریافت کرو۔
 فرض کرو کہ پہیے کا مرکز $و$ ہے اور نصف قطر $ن$ ہے اور
 فرض کرو کہ مرکز کی رفتار $س$ ہے فرض کرو کہ کسی آن میں
 پہیے کا نقطہ $ا$ زمین سے مس کرتا ہے۔



چونکہ پہیہ اپنے مرکز کے گرد یکساں گھوم رہا ہے اور ساتھ ہی
 ساتھ مرکز ایک خط مستقیم میں آگے بڑھ رہا ہے نیز چونکہ
 پہیے کے محیط کے تمام نقطے یکے بعد دیگرے زمین سے
 مس کرتے ہیں اس لئے یہ ظاہر ہے کہ جتنے وقت میں
 مرکز پہیے کے محیط کے برابر فاصلہ طے کرتا ہے اتنے وقت
 میں محیط کا ہر ایک نقطہ مرکز کے گرد پوری گردش کرتا ہے
 لہذا مرکز کی رفتار $س$ مقدار میں وہی ہے جو محیط کے
 کسی نقطے کی رفتار بہ لحاظ مرکز کے ہے۔ اس لئے پہیے کے
 کسی نقطہ $ط$ کی دو رفتاریں ہیں جن میں سے ہر ایک کی

مقدار سر ہے اور ایک کی سمت ط م مرکز کے حرکت کے متوازی ہے اور دوسری کی سمت وہ ہے جو ط پر کے تماس ط ت کی ہے۔

پس ا کی رفتار = ر - ر = ۰

یعنی ایک آن میں نقطہ ا ساکن رہتا ہے۔

اسی طرح ب کی رفتار = ر + ر = ۲ر

اب کسی اور نقطہ ط کی رفتار پر غور کرو اس کی دو مساوی رفتاریں ر اور ر بالترتیب ط م اور ط ت کی سمتوں میں ہیں۔ چونکہ ط م اور ط ت بالترتیب و ب اور و ط پر عمود ہیں زاویہ م ط ت = زاویہ ط و ب = طہ (فرض کرو)

ان دو رفتاروں سر اور سر کا حاصل ایک رفتار ۲ سر جم ط

کے مساوی ط ل کی سمت میں ہے جہاں

زاویہ ل ط ت = ۱/۲ زاویہ م ط ت = ۱/۲ زاویہ و ط ا

پس زاویہ ا ط ل = زاویہ و ط ت = ایک قائمہ

یعنی ط کی حرکت کی سمت ا ط پر عمود ہے اور اس کی زاویائی رفتار ا کے گرد

$$\frac{۲ \text{ جسم ط}}{\text{ا ط}} = \frac{۲ \text{ جسم ط}}{\text{ن ۲ جم ط}} = \frac{۲ \text{ جسم ط}}{\text{ن ۱}} = \frac{۲ \text{ جسم ط}}{\text{ن ۱}}$$

= محیط کے کسی نقطہ کی زاویائی رفتار گرد مرکز کے

پس پہلے کا زمین کے ساتھ جو نقطہ تماس ہے اس کے گرد

پہلے کا ہر ایک نقطہ ایک مستقل زاویائی رفتار سے حرکت

کر رہا ہے جو مرکز کی رفتار کو پہلے کے نصف قطر پر تقسیم

کرنے سے حاصل ہوتی ہے۔

(۱۰) ایک انجن ۶۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہا ہے اس کے پیہیے کا قطر ۳ فٹ ہے۔ ۳ فٹ کی بلندی پر پیہیے کے جو دو نقطے ہیں ان کی رفتار اور سمت حرکت دریافت کرو۔

(۱۱) اگر ایک ریل گاڑی ۳۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہو اور اس کے پیہیے کا قطر ۳ فٹ ہو تو نہ پھسلنے کی حالت میں پیہیے کی زاویائی رفتار دریافت کرو۔

(۱۲) ایک ریل گاڑی کی رفتار ۳۰ میل فی گھنٹہ ہے اور اس کے پیہیے کا نصف قطر ۲ فٹ ہے۔ اگر حرکت بغیر پھسلنے کے ہو تو پیہیے کی زاویائی رفتار دریافت کرو۔ اور پیہیے کے سب سے اونچے نقطے کی اضافی رفتار بہ لحاظ مرکز معلوم کرو۔

(۱۳) ایک گاڑی کے پیہیے کا نصف قطر ۲ فٹ ہے اور گاڑی ۱۰ میل فی گھنٹہ کے حساب سے چل رہی ہے۔ اگر حرکت بغیر پھسلنے کے ہو تو پیہیے کے بلند ترین نقطے کی رفتار معلوم کرو اور ان نقطوں کی رفتاریں بھی دریافت کرو جو زمین سے بالترتیب ایک اور تین فٹ کی بلندیوں پر ہیں۔

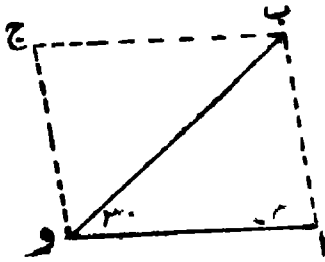


باب دوم

اسراع

(۲۷) تبدیل رفتار۔ فرض کرو کہ ایک آن میں ایک نقطے کی رفتار ۱ سے تعبیر ہوتی ہے اور کچھ وقت گزرنے کے بعد اس کی رفتار ۲

سے تعبیر ہوتی ہے۔ اب کو ملاؤ اور متوازی الاضلاع



۱ و ۲ کی تکمیل کرو تب دونوں رفتاریں ۱ اور ۲ مل کر رفتار ۲ کے مساوی

ہیں اس لئے اگر رفتار ۱

کے ساتھ رفتار ۲ کو ترکیب کیا جائے تو رفتار ۲ حاصل ہوگی۔ پس دئے ہوئے وقت میں جو تبدیل رفتار میں واقع ہوا وہ ۲ سے تعبیر ہوتا ہے۔

بالعموم رفتار کا تبدیل پہلی اور دوسری رفتاروں کی مقداروں کا فرق نہیں ہوتا۔ بلکہ یہ تبدیل وہ رفتار ہوتی ہے جسے پہلی

رفتار کے ساتھ ترکیب کرنے سے دوسری رفتار حاصل ہو۔
رفتار کی تبدیلی مستقل نہیں ہو سکتی جب تک کہ مقدار اور
سمت دونو مستقل نہ ہوں۔

امثلہ نمبری (۴)

(۱) ایک نقطہ ۱۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے چل رہا ہے۔
اس کے بعد کسی ایک آن میں اس کی رفتار کی مقدار تو
وہی ہے لیکن سمت پہلی سمت سے ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے
تبدیل رفتار دریافت کرو۔

حسب دفعہ گزشتہ شکل بناؤ۔ صورت ہذا میں $\theta = 30^\circ$ اور زاویہ
 $\phi = 30^\circ$

چونکہ $\theta = 30^\circ$ وہ اس لئے زاویہ $\phi = 30^\circ$

پس زاویہ $\phi = 30^\circ$

نیز $\theta = 30^\circ$ اور $\phi = 30^\circ$

$$5 = (37 - 37) = 0$$

اس لئے تبدیل رفتار یعنی $\phi = 30^\circ$ اور $\theta = 30^\circ$ فی ثانیہ ہے

اور اس کا میلان رفتار کی پہلی سمت سے 30° ہے۔

(۲) ایک جہاز کی رفتار پہلے ۳ میل فی گھنٹہ مشرق کی
جانب ہے پھر کچھ عرصہ کے بعد ۴ میل فی گھنٹہ شمال کی
طرف ہے۔ تبدیل رفتار دریافت کرو۔

(۳) ایک نقطے کی رفتار ۵ فٹ فی سیکنڈ ہے۔ کچھ عرصہ کے بعد اس کی رفتار کی مقدار تو وہی ہے لیکن سمت پہلی سمت سے ۹۰° کا زاویہ بناتی ہے۔ تبدیل رفتار دریافت کرو۔

(۴) ایک نقطہ بہ جانب شرق ۲۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے حرکت کر رہا ہے، ایک گھنٹہ کے بعد شمال مشرق کی طرف اپنی پہلی چال سے حرکت کرتا ہے۔ تبدیل رفتار معلوم کرو۔

(۵) ایک نقطہ یکساں چال سے ایک ۷ گز نصف قطر والے دائرے کے محیط پر ۱۱ سیکنڈ میں گردش کرتا ہے۔ اگر وہ ایک قطر کے ایک سرے سے چلے تو محیط کا چھٹا حصہ طے کرنے کے بعد اس کی رفتار کا تبدیل دریافت کرو۔

(۲۸) اسراع - تعریف - ایک متحرک نقطے کی تبدیل رفتار کی شرح اسراع کہلاتی ہے۔ یہ یاد رہے کہ اسراع کی مقدار بھی ہوتی ہے اور سمت بھی۔ اسراع اس وقت یکساں ہوتا ہے جب مساوی اوقات میں رفتار کے تبدیل مساوی ہوں خواہ اوقات کی مقدار کتنی ہی کم ہو۔

یکساں ہونے کی حالت میں اسراع کا اندازہ وہ تبدیل رفتار ہے جو وقت کی ایک اکائی میں ظہور پذیر ہو۔ تبدیل ہونے کی حالت میں اگر ایک خاص آن میں اسراع کا اندازہ لگانا مقصود ہو تو یہ فرض کرو کہ وقت کی ایک اکائی میں اسراع وہی رہتا ہے جو آن مذکور میں تھا۔ اس مفروضے

وقت کی ایک اکائی میں جو رفتار کی تبدیلی ہوگی وہ اسراع مطلوب ہے۔

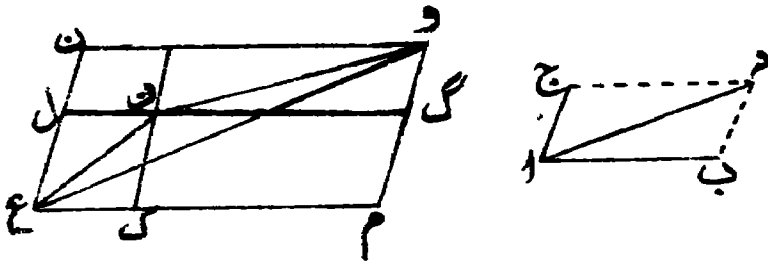
(۲۹) مقدار میں اسراع کی اکائی ایک ایسے متحرک نقطے کا اسراع ہے جس کی رفتار کی تبدیلی وقت کی ایک اکائی میں رفتار کی ایک اکائی ہو۔

پس جس نقطے کی رفتار کی تبدیلی وقت کی ایک اکائی میں رفتار کی n اکائیوں پر مشتمل ہو تو وہ اسراع کی n اکائیوں سے حرکت کر رہا ہوگا۔

مثلاً۔ اگر ایک نقطے کے اسراع میں ۱۰ سینٹی میٹر سیکنڈ والی اکائیاں ہوں تو اس کی رفتار کی تبدیلی ایک سیکنڈ میں ۱۰ سینٹی میٹر فی سیکنڈ ہوگی بعض اوقات ایسے اسراع کو ۱۰ سینٹی میٹر فی سیکنڈ کا اسراع کہتے ہیں۔

(۳۰) مسئلہ۔ اسراعوں کا متوازی الاضلاع۔ اگر ایک وقت میں ایک متحرک ذرے کے دو اسراع ہوں جو مقدار اور سمت میں ایک متوازی الاضلاع کے دو ضلعوں سے تعبیر ہوں جو ایک نقطے سے کھینچے جائیں تو دونو اسراع مل کر ایک ایسے اسراع کے مساوی ہوں گے جو اس نقطے میں سے گزرنے والے قطر متوازی الاضلاع سے تعبیر ہوگا۔ فرض کرو کہ متوازی الاضلاع ab d ج کے اضلاع ab اور aj دونوں اسراعوں کو تعبیر کرتے ہیں یعنی ab اور aj ان رفتاروں کو تعبیر کرتے ہیں جو وقت کی ایک اکائی میں

نقطے کی رفتار پر اضافے ہوتے ہیں۔ فرض کرو کہ اسی پیمانے پر ϵ ف نقطے کی رفتار کو اس آن میں تعبیر کرتا ہے جب دونو مذکورہ اسراع شروع ہوئے۔



ϵ ف پر ایک متوازی الاضلاع ϵ ک ف ل بناؤ جس کے ضلع اب اور ا ج کے متوازی ہوں۔ ϵ ک کو ϵ م تک اور ϵ ل کو ن تک خارج کرو تاکہ ک م اور ل ن بالترتیب اب اور ا ج کے مساوی ہوں حسب شکل بالا متوازی الاضلاعوں کی تکمیل کرو۔

تب رفتار ϵ ف دو رفتاروں ϵ ک اور ϵ ل کے برابر ہے لیکن وقت کی ایک اکائی میں رفتار کی تبدیلیاں ک م اور ل ن ہیں۔ اس لئے وقت کی ایک اکائی کے اخیر میں انہی سمتوں میں رفتاریں ϵ م اور ϵ ن ہوں گی۔ جو ϵ و کے برابر ہیں اور رفتار ϵ و دو رفتاروں ϵ ف اور ϵ و کے برابر ہے (دفعۃً) پس وقت کی ایک اکائی میں متحرک نقطے کی رفتار کا تبدل ϵ ف و ہے۔ یعنی ϵ ف و

حاصل اسراع ہے لیکن ف و ا د کے مساوی اور متوازی ہے۔
 اس لئے اسراع ا د، دو اسراعوں اب اور ا ج کے برابر ہے
 یعنی اسراعوں اب اور ا ج کا حاصل ا د ہے۔
 (۳۱) پچھلی دفعہ سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ اسراعوں کی ترکیب و
 تحلیل اسی طرح ہوتی ہے جس طرح رفتاروں کی اور یہ بھی ظاہر
 ہے کہ اگر دفعات ۱۳ تا ۱۹ میں لفظ رفتار کی جگہ لفظ اسراع
 درج کیا جائے تو سب مسائل اس صورت میں بھی صحیح
 ہوں گے۔

رفتاریں اور اسراع اور نیز قوتیں مقادیر طبیعی کی ایک اہم
 قسم کی مثالیں ہیں جن کو سمتی کہتے ہیں۔ جیسا کہ ان کے نام
 سے ظاہر ہے ان مقادیر کی سمت بھی ہوتی ہے اور مقدار
 بھی۔ اس لئے ہر مقدار سمتی کی موزوں تعبیر ایک خط مستقیم سے ہوتی ہے۔
 تمام صورتوں میں مقادیر سمتی کی ترکیب بہ موجب قانون
 متوازی الاضلاع ہوتی ہے۔

دفعات ۱۲ اور ۳۰ مقادیر سمتی کی جمع کی مثالیں ہیں اصطلاحاً یہ
 کہا جاتا ہے کہ سمتی اب اور ب د یا ا ج کے جمع
 کرنے سے سمتی مقدار ا د حاصل ہوتی ہے۔

جن مقادیر کی سمت نہیں ہوتی بلکہ محض مقدار ہی ہوتی
 ہے ان کو میزانی کہتے ہیں۔ توانائی بالفعل جس کا بیان
 آگے آچکا میزانی کی مثال ہے میزانی مقادیر کی اور مثالیں
 یہ ہیں۔ ایک ٹن کوئلہ دس روپے وغیرہ۔ میزانی مقادیر کی

تکلیف جمع مشرق سے ہوتی ہے۔
 (۳۳) ایک نقطہ ایک خط مستقیم میں اس طرح حرکت کرتا ہے
 کہ اس کی ابتدائی رفتار v ہے اور اس کا اسراع a اس کی
 سمت حرکت میں ایک مقدار مستقل a ہے اگر وقت t
 کے اختتام پر اس کی رفتار v_t ہو اور نقطہ ابتدا حرکت سے
 طے کردہ فاصلہ s ہو تو

$$(۱) \quad v = v_0 + at$$

$$(۲) \quad s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$(۳) \quad v^2 = v_0^2 + 2as$$

(۱) چونکہ a اسراع کو تعبیر کرتا ہے اسلئے وقت کی اکائی
 میں رفتار کی تبدیلی a ہوگی ہذا وقت کی و اکائیوں میں
 رفتار کی تبدیلی a ہوگی۔

لیکن چونکہ اجماعاً نقطہ رفتار کی v اکائیاں رکھتا تھا۔ میں
 وقت t کے اختتام پر اس کی رفتار میں $(v_0 + at)$
 اکائیاں ہوں گی۔

$$\text{یعنی } v = v_0 + at$$

(۲) فرض کرو کہ مدت t کے تین درمیان میں رفتار

ہے تو بتائیے (۱) $v = v_0 + at$ اب مدت t میں

دو آن ایسی لو جن میں سے ایک تو مدت مذکورہ کے

درمیان سے جہد قی پہلے ہو اور دوسری ان مدت مذکورہ

کے درمیان سے جہد قی بعد ہے۔ تو پہلی آن میں جہد قی

ہوگی وہ رفتار سے اسی قدر کم ہوگی جس قدر کہ ہو رہی
اس کی رفتار سے زیادہ ہوگی کیونکہ رت کے ذرات
میں رفتار کی تبدیلی کیساں ہے۔

چونکہ مدت و آفتوں کے ایسے جوشوں میں تقسیم ہو سکتی ہے اس لئے کہ کردہ قاعدہ ہی ہو گا جو وقت و میں کیسے بننا ہی سے ہے۔

= ۱۰ = ۳ = ۵ = (ب + ۶ = ۱۱) = (ب + ۴ = ۱۰) = ۶ = ۷ =
 (۳) اگر ہم (۱۱) اور (۱۰) سے و کو سٹاپ کریں تو (۳) مال ہوگی
 کیونکہ (۱۱) سے

$$\sqrt{\text{ب}} + \text{ع} = \text{ج}$$

$$= \text{ب} + \text{و} + \text{ز} + \text{ح}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(\frac{1}{2}) = \frac{3}{4}$$

بہارِ حق بذریعہ (۲)

یعنی $\text{س} = \text{ب} + \text{م} + \text{ف}$

(۳۳) مساوات (۲) کا دوسرا ثبوت مدت و
کو مساوی اوقات میں تقسیم کرو جن میں سے ہر ایک کی
مدت t ہو اس لئے $W = n \times t$ ان مدتوں کے اعتبار
میں نقطے کی رفتاریں بالترتیب یہ ہوں گی۔

ب، ب+ع، ع+ب، ب+ع، ع+ب..... ب+(ن-ا) ع
اگر ہر ایک مدت ی کے دوران میں نقطہ اس رفتار سے
حرکت کرے جو اس مدت کے شروع میں اس کی رفتار

ہے تو کل فاصلہ ف جو اس طرح طے ہو گا وہ

$$= ب ی + [ب + ع ی] ی + + [ب + (ن - ۱) ع ی] ی$$

$$\text{یعنی ف} = ن ب ی + ع ی \{ ۱ + ۲ + ۳ + + (ن - ۱) \}$$

$$= ن ب ی + ع ی \frac{ن(ن-۱)}{۲} \text{ سلسلہ حسابیہ جمع کرنے سے}$$

$$= ب و + \frac{۱}{۲} ع و (۱ - \frac{۱}{ن}) \text{ کیونکہ ی} = \frac{و}{ن}$$

نیز ان مدتوں کے اختتاموں پر نقطے کی رقاریں بالترتیب
ہوں گی۔

$$ب + ع ی، ب + ع ۲ ی،، ب + ع ن ی$$

اب اگر ہر ایک مدت ی کے دوران میں نقطہ ایسی رفتار
سے حرکت کرے جو اس مدت کے آخر میں اسکی رفتار ہے
تو کل فاصلہ ف جو اس طرح طے ہو گا وہ

$$= (ب + ع ی) ی + (ب + ع ۲ ی) ی + + (ب + ع ن ی) ی$$

$$\text{یعنی ف} = ن ب + ع (۱ + ۲ + ۳ + + ن) ی$$

$$= ب و + \frac{۱}{۲} ع و (۱ + ن) \text{ پہلے کی طرح}$$

اصلی فاصلہ ف، ف اور ف کے درمیان ہے اور جتنا ہم
ن کو بڑھاتے جائیں یعنی جتنا ہم مدت ی کو چھوٹا کرتے
جائیں اتنا ہی فاصلوں ف اور ف کا فرق کم ہوتا جائیگا
اگر ہم ن کو لا انتہا بڑھائیں تو ف اور ف میں سے ہر ایک
کی قیمت یہ ہو جائے گی

ب و + ۱/۶ و ۲

پس ف = ب و + ۱/۶ و ۲

(۳۴) جب متحرک نقطہ حالت سکون سے چلتا ہے تو
ب = ۰، پس دفعہ ۳۲ کے ضابطوں کی یہ سادہ صورت
ہو جائے گی۔

۷ = ۶ و

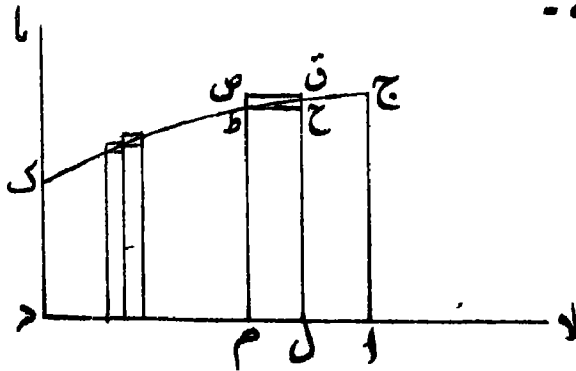
ف = ۱/۶ و ۲

۷ = ۲ و ۶ ف

(۳۵) ترسیمی طریقہ - رفتار اور وقت کا منحنی۔
اگر متحرک نقطے کی رفتار بل رہی ہو تو ایک مفروض
وقت میں طے کردہ فاصلہ ترسیماً معلوم کرو۔

دو خطوط د لا اور د ما متقاطع علی القوائیم لو اور فرض
کرو کہ د لا کی سمت میں جو طول ناپے جائیں وہ
وقت کو تعبیر کرتے ہیں۔

یعنی اس سمت میں طول کی اکائی وقت کی ایک اکائی کو تعبیر
کرتی ہے۔



م جیسے ہر ایک نقطے پر عمود م ط ایسا نکالو جو وقت
د م پر رفتار کو تعبیر کرے تو م ط جیسے تمام معینوں
کے سرے ایک خط مثلاً ک ط ق ج پر واقع ہوں گے
جو منحنی ہوگا یا مستقیم۔

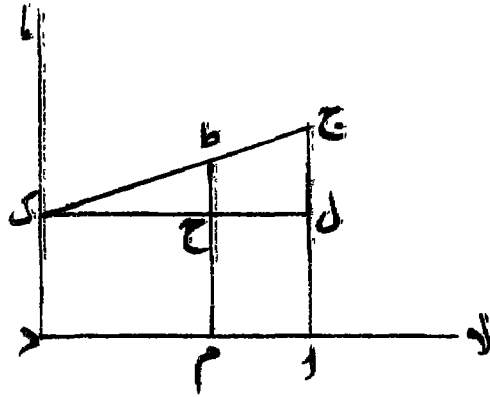
ہم یہ ثابت کریں گے کہ وقت د ا میں طے شدہ فاصلہ
اس رقبے کے برابر ہے جو خطوط د ک د ا، ا ج،
ک ج سے محدود ہے۔

م ط کے قریب ایک معین ل ق لو، تو وقت م ل
کے دوران میں نقطہ ایسی رفتار سے حرکت کرتا ہے جو
م ط سے زیادہ ہے اور ل ق سے کم ہے پس وقت
م ل میں نقطے کا طے کردہ فاصلہ م ط \times م ل سے
زیادہ ہے اور ل ق \times م ل سے کم ہے یعنی وقت
م ل میں طے کردہ فاصلہ کی اکائیوں کی تعداد مستطیل
ط ل کے رقبے کی اکائیوں سے زیادہ ہے اور مستطیل
ق م کے رقبے کی اکائیوں سے کم ہے اسی طرح د ا
کو چھوٹے چھوٹے مساوی حصوں میں تقسیم کر کے یہی
عمل کرو۔

اس عمل سے ثابت ہوگا کہ وقت د ا میں طے شدہ
فاصلہ اندرونی مستطیلوں کے مجموعہ سے زیادہ ہے اور
بیرونی مستطیلوں کے مجموعہ سے کم ہے۔
اب وقت د ا کے حص کی تعداد کو لا ایتھا یڑھاؤ تو اندرونی

مستطیلوں کا مجموعہ اور یرونی مستطیلوں کا مجموعہ آپس میں برابر ہو جائے گا اور ان میں سے ہر ایک منحنی کے رقبے کے مساوی ہو جائے گا یعنی وقت d میں سے شہ فاصلے کی اکائیوں کی تعداد بالآخر رقبہ d اجک کی اکائیوں کی تعداد کے مساوی ہوگی۔

(۳۶) یکساں اسراع کی صورت - یہ فرض کرو کہ ب ابتدائی رفتار ہے۔ اور ع یکساں اسراع ہے۔



د ما پر دک ایسا قطع کرو کہ ابتدائی رفتار ب کو وقت صفر پر تعبیر کرے چونکہ کسی وقت ق پر رفتار $= ب + ق \times ع$

اسلئے نقطہ م پر معین م $= ط = دک + ع \times دم$ (۱)
 ک میں سے ک حل توازی د لا کا کھینچو تاکہ ط م کو ح پر اور اج کو ل پر
 تب ح ط $= م ط - دک = ع \times دم$ بندیدہ (۱)

$$\text{یعنی } ع = \frac{ح ط}{م ح} = \frac{ح ط}{ک ح} = \text{مس ط ک ح}$$

پس زاویہ ط ک ح غیر متبدل ہے۔ یعنی ط ایک ایسے خط مستقیم پر واقع ہے جو ک میں سے گزرتا ہے اسلئے صورت ہذا میں رفتار اور وقت کا منحنی خط مستقیم ک ج ہے اور ل ج = ک ل × مس ج ک ل = ۶ × و
لہذا وقت و میں طے شدہ فاصلہ کی اکائیوں کی تعداد د ا ج ک کے رقبے کی اکائیوں کی تعداد کے مساوی ہوگی۔

$$\text{اور یہ رقبہ} = \text{رقبہ د ک ل} + \text{رقبہ ک ل ج} \\ = د ا د ک + \frac{۱}{۲} ک ل \times ل ج$$

$$= د ا [د ک + \frac{۱}{۲} ل ج] = و [ب + \frac{۱}{۲} ۶ و]$$

$$= ب و + \frac{۱}{۲} ۶ و^۲$$

(۳) دفعہ ۳۵ کی شکل میں چونکہ وقت م ل میں رفتار کی نیا دتی ح ق ہے تو اس آن میں متحرک نقطے کا اسراع ح ق کی انتہائی قیمت ہوگی جب م ل کو بے انتہا چھوٹا کیا جائے۔

$$\text{اور } \frac{ح ق}{م ل} = \text{مس ق ط ح}$$

لیکن جب م ل کو بے انتہا چھوٹا کیا جائے تب نقطہ ق نقطہ ط کے بالکل متصل ہو جائے گا اور اس وقت ط ق ، نقطہ ط پر منحنی کا مماس ہو جاتا ہے۔ اور جو زاویہ نقطہ ط پر کا مماس خط د ل سے بناتا ہے اس زاویہ کا مماس مس ق ط ح ہوگا

پس رفتار اور وقت کے منحنی میں خط وقت سے جو منحنی کا میلان ہوگا اس میلان کا مماس اسراع کی عددی قیمت ہوگی۔

(۳۸) کسی خاص ثانیہ کے دوران میں ط شدہ فاصلہ [طالب علم کو یاد رکھنا چاہیے کہ دفعہ (۳۲) کے ضابطہ (۲) سے وہ فاصلہ حاصل نہیں ہوتا جو وین ثانیہ میں طے ہوا بلکہ وہ فاصلہ جو وینوں میں طے ہوا]

وین ثانیہ میں طے شدہ فاصلہ = وینوں میں طے شدہ فاصلہ - (و-۱) ثانیوں میں طے شدہ فاصلہ

$$= [ب + و + \frac{1}{4}ع - ۲] - [ب + و - ۱] + \frac{1}{4}ع - ۱$$

$$= ب + \frac{1}{4}ع - ۲ + ۱ - و + ۱$$

$$= ب + \frac{1}{4}ع - ۱$$

پس حرکت کے پہلے، دوسرے، تیسرے، وین ثانیہ میں طے شدہ فاصلے بالترتیب یہ ہوں گے

$$ب + \frac{1}{4}ع، ب + \frac{3}{4}ع، ب + \frac{5}{4}ع،، ب + \frac{21}{4}ع$$

یہ فاصلے ایک سلسلہ حسابیہ میں ہیں جس کا فرق مشترک ۶ ہے۔

لہذا اگر کوئی جسم یکساں اسراع سے حرکت کرے تو مختلف ثانیوں میں یکے بعد دیگرے جو فاصلے طے ہوں گے وہ سلسلہ حسابیہ میں ہوں گے جس کا فرق مشترک اسراع کی اکائیوں کی تعداد کے مساوی ہوگا۔

کسی خاص ثانیہ کے دوران میں طے شدہ فاصلہ بطرز دیگر بھی معلوم ہو سکتا ہے جیسا کہ دفعہ (۳۲) میں ہم نے دیکھا وین ثانیہ میں طے شدہ فاصلہ وہی ہوگا جو متحرک نقطہ ایک ایسی رفتار سے طے کرے جو اس ثانیہ کے عین درمیان میں اس کی رفتار ہے۔

اب وین ثانیہ کے عین درمیان میں رفتار وہی ہے جو (و-۱) ثانیوں کے اختتام پر ہے یعنی رفتار

$$= ب + ۶ (و-۱)$$

لہذا وین ثانیہ میں طے شدہ فاصلہ

$$= ب + ۶ \frac{و-۱}{۲}$$

(۳۹) مثال (۱) ایک ریل گاڑی جو ۶۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی تھی تین منٹ کے عرصہ میں بدیع یکساں ابطاء کے ساکن کردی گئی۔ یہ ابطاء معلوم کرو اور یہ بھی دریافت کرو کہ ساکن ہونے تک گاڑی نے کتنا فاصلہ طے کیا؟

$$۶۰ \text{ میل فی گھنٹہ} = \frac{۳ \times ۱۶۶۰ \times ۶۰}{۶۰ \times ۶۰} = ۸۸ \text{ فٹ فی ثانیہ}$$

اگر ریل گاڑی کا اسراع ۶ ہو تو چونکہ ۸۰ ثانیوں میں ۸۸ فٹ فی ثانیہ کی رفتار زائل ہو کر معدوم ہو جاتی ہے اس لئے بموجب دفعہ (۳۲) ضابطہ (۱) $۸۰ \times ۶ + ۸۸ = ۰$

$$\therefore ۶ = - \frac{۲۲}{۳۵} \text{ فٹ سیکنڈ اکائی}$$

[واضح ہو کہ ۶ کی قیمت منفی ہے کیونکہ یہ ابطاء ہے]
فرض کرو کہ فاصلہ طے شدہ لا ہے تو بذریعہ ضابطہ (۳)

$$۸۸ + ۶ \times \left(- \frac{۲۲}{۳۵} \right) \times لا = ۰$$

$$\therefore لا = \frac{۳۵}{۶} \times ۸۸ = ۵۱۲.۰ \text{ فٹ}$$

مثال (۲) ایک نقطہ یکسان اسراع سے حرکت کر رہا ہے۔

ابتداء حرکت سے گیارہویں اور پندرہویں ثانیوں میں وہ بالترتیب ۴۲۰ اور ۹۶۰ سینٹی میٹر طے کرتا ہے اسکی ابتدائی رفتار اور اس کا اسراع دریافت کرو۔

فرض کرو کہ ابتدائی رفتار ج ہے اور اسراع ۶ ہے۔
تب ۴۲۰ = گیارہویں ثانیہ میں طے شدہ فاصلہ

$$\therefore ۴۲۰ = ج + ۶ \times \frac{۱۱ \times ۲}{۲} = ج + ۶ \times \frac{۲۱}{۲} \dots\dots (۱)$$

$$\text{اسی طرح } ۹۶۰ = ج + ۶ \times \frac{۲۵ \times ۲}{۲} \dots\dots (۲)$$

مساوات (۱) و (۲) کو حل کرنے سے ج = ۹۰ اور ۶ = ۶۰
پس نقطہ ۹۰ سینٹی میٹر فی ثانیہ کی رفتار سے شروع ہوا اور اس کا اسراع ۶۰ سینٹی میٹر ثانیہ اکائیوں میں۔

امثلہ نمبری (۵)

(۱) مقادیر ب، ع، س، ف، د کے وہی سے ہیں جو ان کو دفعہ ۳۲ میں دئے گئے ہیں۔

(۱) اگر ب = ۶۰، ع = ۹۰، س = ۵، ف = ۱۰ اور د = ۱۰ معلوم کرو

(۲) اگر ب = ۶، ع = ۱۰، س = ۱۰، ف = ۱۰ اور د = ۱۰ دریافت کرو

(۳) اگر ب = ۸، ع = ۱۰، س = ۱۰، ف = ۱۰ اور د = ۱۰ معلوم کرو۔

(۴) اگر ب = ۶، ع = ۱۰، س = ۱۰، ف = ۱۰ اور د = ۱۰ دریافت کرو

طول اور وقت کی اکائیاں فٹ اور ثانیہ ہیں۔

(۵) ایک جسم حالت سکون سے حرکت شروع کرتا ہے

اور اس کا اسراع ۳ فٹ ثانیہ اکائیاں ہیں تو یہ تینوں نکلے

انتہام پر اس کی رفتار اور طے شدہ فاصلہ دریافت کرو۔

(۶) اگر ایک جسم کی ابتدائی رفتار ۳ فٹ فی ثانیہ ہو اور

اس کا اسراع ایک فٹ ثانیہ اکائی ہو تو کتنی مدت میں

اس کی رفتار ۳ میل فی گھنٹہ ہو جائے گی۔

(۷) ایک جسم حالت سکون سے حرکت شروع کر کے

۱۰ ثانیوں میں ایک ہزار فٹ طے کرتا ہے تو اس کا

اسراع دریافت کرو۔

(۸) ایک جسم حالت سکون سے حرکت شروع کرتا ہے

اور اس کا اسراع ۳ سینٹی میٹر ثانیہ اکائیاں ہے تو

کتنی مدت میں اس کی رفتار ۳ سینٹی میٹر فی ثانیہ ہوگی

اور اس مدت میں وہ کتنا فاصلہ طے کرے گا ؟
 (۶) ایک نقطے کی ابتدائی رفتار ۱۰۰ سینٹی میٹر فی ثانیہ ہے
 اور اس کا اسراع ۲۰ سینٹی میٹر ثانیہ اکائیوں ہے تو دریافت
 کرو کہ اس کی رفتار صفر تک ہوگی اور اس وقت تک وہ
 کتنا فاصلہ طے کر چکے گا ؟

(۷) ایک جسم حالت سکون سے شروع ہو کر یکساں اسراع
 سے حرکت کرتا ہے اور دسویں ثانیہ میں ۱۰۰ فٹ طے
 کرتا ہے تو اس کا اسراع معلوم کرو۔

(۸) ایک ذرہ یکساں اسراع سے حرکت کر رہا ہے اور
 ابتداء حرکت سے آٹھویں اور تیرھویں ثانیوں میں وہ
 بالترتیب $\frac{1}{2}$ فٹ اور $\frac{1}{4}$ فٹ طے کرتا ہے اس کی
 ابتدائی رفتار اور اس کا اسراع دریافت کرو۔

(۹) ایک ذرہ دو متصل ثانیوں میں بالترتیب $\frac{1}{2}$ فٹ اور
 $\frac{3}{4}$ فٹ حرکت کرتا ہے اور اس کا اسراع یکساں ہو تو
 ان دو ثانیوں میں سے پہلے کے شروع میں اسکی رفتار
 دریافت کرو اور اس کا اسراع بھی معلوم کرو۔ اور اگر
 یہ فرض کیا جائے کہ حرکت حالت سکون سے شروع ہوئی
 ہے تو دریافت کرو کہ پہلے ثانیہ کے شروع تک کتنا
 فاصلہ طے ہوا ہے ؟

(۱۰) ایک متحرک نقطے کا اسراع یکساں ہے اور وہ اپنی
 حرکت کے آخری ثانیہ میں اپنے کل طے کردہ فاصلہ کا $\frac{1}{4}$

طے کرتا ہے اگر ابتداء حرکت سکون سے ہو تو کل مدت حرکت اور طے شدہ فاصلہ دریافت کرو۔ یہ معلوم ہے کہ پہلے ثانیہ میں ۶ انچ فاصلہ طے ہوا۔

(۱۱) ایک نقطہ یکساں اسراع سے حرکت کرتا ہے اور اس کی حرکت کے پہلے ثانیہ کے بعد جو نصف ثانیہ طے آتا ہے اس میں وہ ۲۵۹ فٹ طے کرتا ہے اور اپنی حرکت کے گیارہویں ثانیہ میں وہ ۱۹۸ فٹ چلتا ہے تو نقطہ کا اسراع اور اس کی ابتدائی رفتار معلوم کرو۔

(۱۲) ایک جسم پہلے تین ثانیوں میں یکساں اسراع سے چلتا ہے اور اس عرصہ میں کل ۱۰ فٹ طے کرتا ہے اس عرصہ کے اخیر میں اسراع معدوم ہو جاتا ہے اور اسراع معدوم ہونے کے بعد تین ثانیوں میں جسم ۲۷ فٹ

طے کرتا **LH. UNIV. LIBRY. SYSTEM**

اسکی ابتدائی رفتار اور اسراع معلوم کرو۔

(۱۳) ایک ریل گاڑی کی چال ۴۰ میل فی گھنٹہ سے ۱۰ میل فی گھنٹہ تک کم کی گئی ہے اور وہ اس دوران میں کل ۱۵۰ گز طے کرتی ہے۔ اگر ابطاء یکساں ہو تو دریافت کرو کہ کتنا اور فاصلہ طے کر کے وہ ساکن ہو گی؟

(۱۴) ایک نقطہ حالت سکون سے حرکت کرتا ہے اور اس کا یکساں اسراع ۱۸ فٹ ثانیہ اکائیاں ہیں تو دریا کر وہ پہلا اور دوسرا اور تیسرا فٹ طے کرنے میں اس

کتنا وقت لگا؟

(۱۵) ایک ذرہ ایک نقطہ سے ۴ فٹ فی ثانیہ کی یکساں رفتار سے چلتا ہے اور اس کے دو ثانیہ بعد ایک اور ذرہ نقطہ سے اسی سمت میں حرکت کرتا ہے دوسرے ذرہ کی ابتدائی رفتار ۵ فٹ فی ثانیہ اور اسراع ۳ فٹ ثانیہ اکائیوں میں دریافت کرو کہ دوسرا ذرہ پہلے کو کس وقت اور کہاں جا ملے گا؟

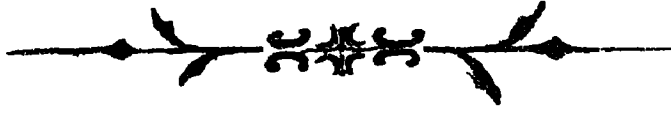
(۱۶) ایک نقطہ اپنی حرکت کے پہلے ثانیہ میں ۷ فٹ طے کرتا ہے اور تیسرے اور چھٹے ثانیوں میں بالترتیب ۱۱ اور ۱۷ فٹ چلتا ہے۔ کیا اس کا اسراع یکساں ہو سکتا ہے؟

(۱۷) ایک نقطے کی رفتار شمال مشرق کی جانب ۶ ہے اور اس کا اسراع بجانب شمال ۸ اور بجانب شرق ۶ ہے۔ ایک ثانیہ کے بعد نقطے کا مقام دریافت کرو (اکائیوں فٹ اور ثانیہ میں)

(۱۸) ایک ذرہ ۲۰۰ سینٹی میٹر فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت شروع کرتا ہے اس کا ارتعاش ۱۰ سینٹی میٹر فی ثانیہ فی ثانیہ ہے دریافت کرو کہ وہ کتنے وقت میں ۱۵۰۰ سینٹی میٹر طے کرے گا (دوہرے جواب کی وجہ بیان کرو)

(۱۹) دو نقطے ایک ہی وقت ایک ہی مقام سے شروع ہو کر ایک خط مستقیم میں حرکت کرتے ہیں ایک کی

اور ۱۶ ثانیوں کے اختتام پر اسراع بھی دریافت کرو۔



باب سوم حرکت بجاذبہ ارض

(۴) گرتے ہوئے اجسام کا اسراع۔ ہم روزمرہ دیکھتے ہیں کہ جب کوئی جسم اوپر سے زمین کی طرف گرتا ہے جوں جوں وہ نیچے آتا ہے اس کی حرکت کی تیزی بڑھتی جاتی ہے یعنی اسکی حرکت میں اسراع ہے اور اس اسراع کا یکساں ہونا ذیل کے تجربہ سے ثابت ہو سکتا ہے جو پہلے موریس نے کیا تھا۔

ایک دور اسطوانے کے گرد کاغذ چڑا کر ایک گھڑی کل کے ذریعہ سے گھمایا جاتا ہے اور اس گردش میں اسطوانہ کا محور عمودی رکھا جاتا ہے۔ اسطوانے کے سامنے لوہے کا ایک وزن ہوتا ہے۔ جس کو ایک پنسل چپ لگی ہوتی ہے اور اس وزن کو دو قائموں کے ذریعہ مقید کر کے عمودی سمت میں اس طرح گرایا جاتا ہے کہ پنسل کا سرا اسطوانے پر کے کاغذ کو عین مس کرے۔

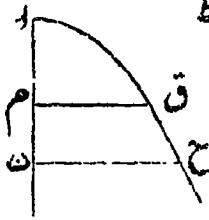
جب اسطوانے کی گردش یکساں ہوتی ہے اس وقت

وزن کو چھوڑ دیا جاتا ہے۔



چونکہ پینل جب کاغذ کو مس کرتی ہے اس لئے پینل کے ذریعہ کاغذ پر ایک منحنی مرثم ہو جاتا ہے۔ جب وزن زمین پر گر پڑتا ہے تو کاغذ کو اسطوانہ پر سے اتار کر ایک سطح مستوی پر پیمھا دیا جاتا ہے۔ اب پینل کے کھینچے ہوئے خط منحنی کے ملاحظہ سے معلوم

ہوتا ہے کہ ابتداء حرکت سے پینل کے طے کردہ عمودی فاصلے اس کے طے کردہ افقی فاصلوں کے مربعوں کے متناسب ہیں یعنی اگر ق اور ح خط منحنی پر دو نقطے ہوں تو



$$\frac{ق}{ن} = \frac{م^2}{ن^2}$$

اب چونکہ اسطوانے کی گردش یکساں تھی اس لئے افقی فاصلے وقت کی ان مدتوں کے متناسب ہیں جو ابتداء حرکت سے شروع ہوئیں۔ لہذا ثابت ہوا کہ ابتداء حرکت سے جو عمودی فاصلہ طے ہوا وہ صرف شدہ وقت کے مربع کے متناسب ہے۔

لیکن دفعہ (۳۴) سے ہمیں معلوم ہے کہ اگر کوئی جسم حالت سکون سے شروع ہو کر یکساں اسراع سے حرکت

تب اس نے اپنے چھوٹے گولے کو چوٹی پر سے چھوڑ کر اس امر کی تصدیق کی کہ ان فاصلوں کے لئے کرنے میں جو وقت صرف ہوئے وہ ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰ کے متناسب ہیں لہذا ابتداء حرکت سے لے کر طے شدہ فاصلے صرف شدہ وقوتوں کے مربعوں کے متناسب ہوئے لیکن جب دفعہ (۳۴) یہ اس حالت میں ہوتا ہے جب اسراع یکساں ہو۔

پس اس سے ثابت ہوا کہ ایک سطح مائل کے نیچے کی طرف حرکت کا اسراع یکساں ہوتا ہے اور اس نتیجہ سے گلیلیو نے یہ مان لیا کہ آزادانہ گرنے والے جسم کی حرکت کا اسراع بھی یکساں ہوگا۔

گلیلیو کو وقت تاپنے میں زیادہ دقت پیش آئی کیونکہ اس زمانے کے کلاک صحیح وقت نہیں دیتے تھے۔ اس نے اپنے تجربہ کے لئے پانی کا ایک برتن استعمال کیا جس کی عمودی تراش اچھی بڑی تھی اور جس کے پیندے میں ایک چھوٹا سا سوراخ تھا جو گلیلیو اپنی انگلی سے بند کر سکتا تھا جس وقت گولے کی حرکت شروع ہوتی تھی اسی وقت وہ اپنی انگلی ہٹا لیتا تھا اور پانی سوراخ میں سے نکل کر ایک دوسرے برتن میں گرنا شروع ہوتا تھا۔ یہ دوسرا برتن اسی مطلب کے واسطے تھا۔ جب گولا کسی ایک نشان پر پہنچتا تو وہ سوراخ کو بند کر دیتا تھا جو پانی اس

دوران میں نکلتا اس کو قول لیا جاتا تھا اور اس پانی کا وزن مدت حرکت کا اچھا خاصا معیار تھا۔

(۴۲) مندرجہ بالا دیگر صحیح تر تجربات کے نتائج سے ہمیں معلوم ہوتا ہے کہ اگر ایک جسم فضا میں زمین کی طرف گرے تو وہ ایک ایسے اسراع سے حرکت کریگا جو زمین کے ایک مقام پر ہمیشہ ایک ہی رہے گا لیکن مختلف مقامات پر اس میں تھوڑی سی تبدیلی ہوگی۔

اس اسراع کو ”اسراع بجاذبہ ارض“ کہتے ہیں اور اس اسراع کی قیمت کو ہمیشہ حرف ”ج“ سے تعبیر کرتے ہیں۔ جب فٹ ثانیہ اکائیوں استعمال ہوتی ہیں تو ج کی قیمت خط استوا پر ۹۸۰.۹۱ اور قطبین پر ۲۵۲.۵۲ ہوتی ہے سیٹی میٹر ثانیہ اکائیوں کی صورت میں ج کی انتہائی قیمت ۹۸۸ اور ۹۸۳ ہیں اور لندن کے عرض بلد میں ج کی قیمت ۹۸۱.۵۱۷ ہے۔

ج کی قیمت معلوم کرنے کا بہترین طریقہ رقاص کے تجربات کے ذریعہ ہے۔ ہم باب یازدہم میں دوبارہ اس مضمون پر بحث کریں گے۔

[عددی مثالوں میں اگر کچھ اور نہ کہا گیا ہو تو یہ فرض کر لیا جائے کہ حرکت خلا میں ہے اور ج کی قیمت فٹ ثانیہ اکائیوں کی صورت میں ۳۲ اور سیٹی میٹر ثانیہ اکائیوں کی صورت میں ۹۸۱ ہے]

(۴۳) حرکت عمودی بجاؤبہ ارض۔ اگر زمین کے کسی مقام سے ایک جسم اوپر کی طرف عمودی سمت میں پھینکا جائے اور اس کی ابتدائی رفتار صلیب ہو تو جسم کا اسراع حرکت کی ابتدائی سمت کے مقابل ہوگا اس لئے وہ (-ج) سے تعبیر ہوگا۔ لہذا جسم کی رفتار بتدریج کم ہوتی جائے گی یہاں تک کہ وہ بالکل معدوم ہو جائے گی۔ اس وقت صرف ایک آن کیلئے جسم ساکن ہوگا پھر فوراً نیچے کی طرف رفتار حال کنی شروع کریگا اور اسی راستے واپس نیچے آئے گا۔ ایک مفروض بلندی می تک پہنچنے کے لئے جو وقت صرف ہوتا ہے وہ ذقہ (۳۲) کی مساوات (۲) میں بجائے ع کے (-ج) رکھنے سے حاصل ہوگا یعنی مساوات ذیل سے حاصل ہوگا

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

یہ درجہ دوم کی مساوات ہے جس کی دونو اصلیں مثبت ہیں۔ چھوٹی اصل سے وہ وقت حاصل ہوتا ہے جس وقت جسم اوپر جاتے ہوئے مفروض بلندی تک پہنچا اور بڑی اصل وہ وقت ہے جب جسم نیچے آتے ہوئے مفروض بلندی پر پہنچا۔ مثلاً اگر ایک جسم ۶۴ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے اوپر کو پھینکا جائے اور یہ دریافت کرنا مطلوب ہو

علم حرکت ۷۶ باب سوم

کہ ۲۸ فٹ کی بلندی پر وہ کس وقت ہوگا تو وقت مطلوبہ مساوات ذیل سے حاصل ہوگا۔

$$۲۸ = ۵۶۴ - ۱۶$$

اس مساوات سے $۱ = \frac{۱}{۱۶}$ یا $\frac{۱}{۱۶}$ پس ابتداء حرکت سے نصف ثانیہ بعد جسم ۲۸ فٹ کی بلندی پر ہوگا اور اس وقت سے ۳ ثانیہ بعد وہ پھر اسی بلندی پر ہوگا۔

(۳۴) ایک مفروض بلندی پر رفتار۔ ایک مفروض بلندی می پر رفتار ر دفعہ (۳۲) کی مساوات (۳) سے حاصل ہو سکتی ہے یعنی

$$ر = ۲ - ج ی$$

لہذا ایک مفروض بلندی پر کی رفتار اس مدت پر منحصر نہیں ہے جو ابتداء حرکت سے اس بلندی تک پہنچنے میں گزرتی۔ اور کل حرکت کے دوران میں کسی مقام پر رفتار کی مقدار ایک ہی ہوگی خواہ جسم اوپر کو جارہا ہو یا نیچے کو آ رہا ہو۔

(۴۵) زیادہ سے زیادہ بلندی جہاں تک جسم پہنچ سکتا ہے۔

زیادہ سے زیادہ بلندی پر جسم کی رفتار صفر ہوگی۔ پس اگر زیادہ سے زیادہ بلندی لا ہو تو

$$= ۰ \text{ ب} - ۲ \text{ ج} \text{ لا}$$

$$\frac{\text{ب}}{\text{ج}} = \text{یادہ سے زیادہ بلندی}$$

یئر زیادہ سے زیادہ بلندی تک پہنچنے کا وقت ق
اس مساوات سے حاصل ہوگا

$$= ۰ \text{ ب} - \text{ج} \text{ ق}$$

$$\therefore \text{ق} = \frac{\text{ب}}{\text{ج}}$$

(۶) وہ رفتار جو ایک جسم حالت سکون سے
شروع ہو کر ایک مفروض عمودی فاصلہ
گزرا حاصل کرے۔

اگر کوئی جسم حالت سکون سے گزرا شروع کرے تو
فاصلہ ی گزرنے کے بعد اس کی رفتار اس طرح حال
ہوگی کہ ہم دفعہ (۳۲) کی مساوات (۳) میں بجائے
ب، ع، ف کے، ج، ی رکھیں۔

$$\therefore \text{س} = \sqrt{۲ \text{ ج} \text{ ی}}$$

مثلمہ نمبری (۶)

(۱) ایک جسم زمین سے سمت عمودی میں ۴ فٹ فی
ثانیہ کی رفتار سے اوپر کو پھینکا جاتا ہے۔ دریافت کرکہ

(۱) وہ کتنی بلندی پر جا کر ساکن ہوگا (۲) ۹ فٹ کی بلندی پر پہنچنے کے لئے اسے کتنا وقت لگے گا؟

(۲) ایک ذرہ ۴۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے عمودی سمت میں اوپر پھینکا جاتا ہے۔ دریافت کرو کہ (۱) اسکی رفتار ۲۵ فٹ فی ثانیہ کب ہوگی (۲) ۲۵ فٹ کی بلندی پر وہ کب ہوگا؟

(۳) ایک پتھر اوپر کی طرف عمودی سمت میں ۶۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے پھینکا جاتا ہے۔ کتنا وقت گزرنے کے بعد اس کی رفتار ۲۰ فٹ فی ثانیہ ہوگی اور وہ اس وقت کتنی بلندی پر ہوگا؟

(۴) دریافت کرو کہ اگر ایک جسم حالت سکون سے نیچے کی طرف گرے تو (۱) ۱۰ ثانیہ میں وہ کتنا فاصلہ گرے گا (۲) ۱۰ فٹ کتنے وقت میں گریگا (۳) اگر ۱۰ ثانیہ میں ۱۰۰ فٹ گرے تو ابتدائی رفتار کیا ہوگی؟

(۵) ایک پتھر ایک کان میں نیچے کی طرف سمت عمودی میں پھینکا جاتا ہے اس کی ابتدائی رفتار ۹۶ فٹ فی ثانیہ ہے اور وہ ۳ ثانیہ میں کان کی تہ پر پہنچتا ہے۔ کان کا عمق دریافت کرو۔

(۶) ایک جسم ایک کان کی تہ سے اوپر کی طرف پھینکا جاتا ہے۔ کان کی گہرائی ۸۸ ج فٹ ہے اور جسم کی ابتدائی رفتار ۲۴ ج فٹ فی ثانیہ ہے۔

دریافت کرو کہ زیادہ سے زیادہ بلندی تک پہنچ کر سطح زمین پر واپس آنے میں جسم کو کتنا وقت لگے گا ؟
(۷) ایک ذرہ جو اوپر کی طرف پھینکا گیا ہے ۲۵ فٹ کی بلندی پر پہنچ کر واپس آتا ہے۔ معلوم کرو کہ ابتدا سے کتنی مدت کے بعد ذرہ ۱۷۶ فٹ کی بلندی پر ہو گا ؟

(۸) ایک جسم جو سمت عمودی میں اوپر کی طرف حرکت کرتا ہے ۵ s ۵ سینٹی میٹر کی بلندی پر ۴۲۶ سینٹی میٹر فی ثانیہ کی رفتار رکھتا ہے۔ دریافت کرو کہ اس کی ابتدائی رفتار کیا ہے اور وہ کتنی مدت اور اوپر کو جائے گا ؟

(۹) ایک ذرہ نیچے کو حرکت کرتے ہوئے ایک مقام سے ۵۰ میٹر فی ثانیہ کی رفتار سے گذرتا ہے۔ تو دریافت کرو کہ اس سے کتنی مدت پہلے وہ اوپر کی طرف اسی رفتار سے جا رہا تھا ؟

(۱۰) ایک جسم ۶۵۴۰ سینٹی میٹر فی ثانیہ کی رفتار سے سمت عمودی میں اوپر کو پھینکا گیا ہے تو معلوم کرو کہ وہ کتنا اونچا چڑھے گا اور کتنی مدت اس کی حرکت اوپر کو رہے گی ؟

(۱۱) یہ معلوم ہے کہ ایک بغیر روک کے گرنے والا جسم چھٹے ثانیہ میں ۱۷۶ s ۹۹ فٹ طے کرتا ہے تو ج کی

قیمت دریافت کرو۔

(۱۲) ایک گرنے والا ذرہ اپنی حرکت کے آخری ثانیہ میں ۲۲۴ فٹ طے کرتا ہے۔ دریافت کرو کہ وہ کتنی بلندی سے گرا اور اس کے گرنے میں کتنا وقت لگا

ہوا؟

(۱۳) ایک جسم ایک مینار کی چوٹی سے بغیر روک کے گرتا ہے اور اپنی حرکت کے آخری ثانیہ میں کل فاصلہ کا $\frac{17}{5}$ طے کرتا ہے۔ مینار کی بلندی دریافت کرو۔

(۱۴) ایک جسم ایک مینار کی چوٹی سے گر کر اپنی حرکت کے آخری ثانیہ میں کل فاصلہ کا $\frac{9}{4}$ طے کرتا ہے۔ مینار کی اونچائی دریافت کرو۔

— (۱۵) ایک پتھر ۱۶۶ فٹ فی ثانیہ کی ابتدائی رفتار سے اوپر کو سمت عمودی میں پھینکا گیا ہے۔ دریافت کرو کہ وہ کتنا اونچا چڑھے گا؟

اگر ۱ کی ابتداء حرکت سے ۴ ثانیہ بعد ایک دوسرا پتھر ب اسی مقام سے نیچے گرنے کو چھوڑ دیا جائے تو ثابت کرو کہ مزید ۴ ثانیہ کے بعد ۱، ۲، ۳ کو جا ملیگا۔

(۱۶) ایک جسم اوپر کی طرف ایک خاص رفتار سے پھینکا گیا ہے۔ اور یہ دیکھا جاتا ہے کہ اوپر جاتے ہوئے جب جسم ۹۶۰ فٹ کی بلندی پر ہوتا ہے تو اسی مقام پر واپس آنے کے لئے اسے ۴ سیکنڈ

لگتے ہیں۔ دریافت کرو کہ جسم کی ابتدائی رفتار کیا ہے اور وہ کتنی بلندی تک اوپر گیا؟

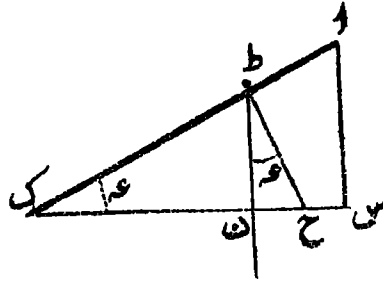
(۱۷) ایک جسم جو اوپر کو سمت عمودی میں پھینکا گیا ہے دثانیہ میں ۷۲ فٹ اور ۲ دثانیہ میں ۲۲۴ فٹ طے کرتا ہے تو وہ کی قیمت اور ابتدائی رفتار دریافت کرو۔

(۱۸) ایک پتھر ایک کنوئیں میں پھینکا گیا اور $\frac{1}{2}$ دثانیہ کے بعد پانی کی آواز سنائی دی۔ اگر آواز کی رفتار ۱۱۲۰ فٹ فی ثانیہ ہو تو کنوئیں کا عمق دریافت کرو۔

(۱۹) ایک پتھر ایک کنوئیں میں پھینکا گیا اور ۹۶ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے پانی پر پہنچا۔ اگر ابتداء حرکت سے $\frac{1}{2}$ ثانیہ بعد پانی کی آواز سنائی دے تو آواز کی رفتار دریافت کرو۔

(۲۰) اگر چاند کی سطح پر ایک گرتے ہوئے جسم کا اسراع اس اسراع کا $\frac{1}{6}$ ہو جو سطح زمین پر گرتے ہوئے جسم کا ہے تو دریافت کرو کہ اگر چاند کی سطح پر ۴۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے ایک جسم اوپر کو سمت عمودی میں پھینکا جائے تو وہ کتنا اوپر جائے گا؟

(۲۱) ایک چکنی سطح مائل پر نیچے کو حرکت۔ فرض کرو کہ ایک چکنی سطح مائل کی ترائش عمودی ہے اور سطح کا میلان افق سے θ ہے اور فرض کرو کہ سطح مائل پر ایک جسم ط ہے۔



اگر سطح مائل حائل نہ ہو تو جسم سمت شاقولی میں، اسراع ج سے، نیچے کو حرکت کرے گا۔
اب اسراعوں کے متوازی الاضلاع کے مسئلہ کی رو سے شاقولی اسراع ج، دو اسراعوں کے مساوی ہے
(۱) اسراع ج جسم عہ سطح پر عمود وار ط ح کی سمت
میں (۲) اسراع ج جب عہ سطح کے متوازی نیچے
کی طرف۔

سطح کی عمود وار سمت میں حرکت ناممکن ہے کیونکہ
سطح خود حائل ہے۔
اس لئے جسم سطح کے نیچے کی طرف اسراع ج جب عہ
کے ساتھ حرکت کریگا۔

اور اس کی حرکت کی تحقیقات اسی طرح ہوں گی جیسے ایک
بغیر روک گرنے والے جسم کی صورت میں ہوئی۔
فرق صرف اتنا ہے کہ ج کی بجائے ج جب عہ
استعمال ہوگا۔

اس سے فوراً یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ حالت سکون سے شروع ہو کر سطح
مانل کا طول ل طے کرنے میں رفتار محصلہ

$$= \sqrt{2g \times \text{ج ۲} \times \text{ل}} = \sqrt{2g \times \text{ج ۲} \times \text{ل}} = \sqrt{2g \times \text{ج ۲} \times \text{ل}}$$

ہذا یہ رفتار وہی ہے جو ایک جسم بغیر روک سمت
شاقولی میں گرتے ہوئے سطح مانل کی بلندی کے برابر
فاصلہ طے کر کے حاصل کرے۔ یا دوسرے لفظوں میں
رفتار محصلہ سطح کے میلان پر منحصر نہیں ہے بلکہ اس
فاصلے پر منحصر ہے جو جسم نے سمت شاقولی میں طے کیا
(۴۸) اگر جسم سطح مانل پر اوپر کی طرف ابتدائی رفتار
ب سے پھینکا جائے تو اس کی حرکت کی تحقیقات اسی
طریقہ سے ہوگی جو دفعات ۴۳ تا ۴۵ میں استعمال ہوا۔
زیادہ سے زیادہ فاصلہ جو سطح کے اوپر کی طرف طے ہوگا
وہ $\frac{b^2}{2g}$ ہے۔

اور اس فاصلے کے طے کرنے میں جو وقت صرف ہوگا

وہ $\frac{b}{\sqrt{g}}$ ہے و قس علی ہذا۔

امثلہ نمبری (۷)

(۱) ایک جسم ۸۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے ایک پگنی

سطح مائل کے اوپر کی طرف پھینکا جاتا ہے۔
سطح کا میلان ۳۰° ہے۔ جسم کے ساکن ہونے تک طے
شدہ فاصلہ اور صرف شدہ وقت دریافت کرو۔

(۲) ایک چکنی سطح مائل کا طول ۱۵ فٹ اور ارتفاع
۱۲ فٹ ہے۔ ایک وزنی ذرہ اس کی چوٹی سے نیچے کو
پھسل کر آتا ہے۔ دریافت کرو کہ زمین تک پہنچنے میں
کتنا وقت لگیگا اور اس وقت ذرے کی رفتار کیا ہوگی؟

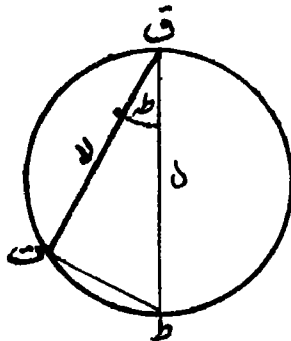
(۳) ایک ذرہ ایک چکنی مائل سطح پر نیچے کی طرف
پھسل کر ۲۱.۶ فٹ فی ثانیہ کی رفتار حاصل کرتا ہے۔
سطح کا طول ۱۶ فٹ ہے اس کا میلان دریافت کرو۔
(۴) ایک جسم کو ایک چکنی مائل سطح کے ارتفاع کے
مساوی فاصلہ سمت شاقولی میں بغیر روک کے گرنے سے جتنا
وقت صرف ہوتا ہے اس سے چار گنا وقت اس سطح
کے طول میں پھسلنے کے لئے درکار ہوتا ہے۔ سطح
کے ارتفاع اور طول کی نسبت دریافت کرو۔

(۵) ایک سطح کا میلان افق سے جتنا ہے اور
ایک ذرہ اسی پر پہلے اوپر کی طرف پھر نیچے کی طرف
پھینکا جاتا ہے۔ دونوں صورتوں میں ابتدائی رفتار ۱۶ فٹ
فی ثانیہ ہے۔ ہر ایک صورت میں دریافت کرو کہ ۴
ثانیہ میں کتنا فاصلہ طے ہوگا اور کتنی رفتار حاصل ہوگی؟
(۶) ایک ذرہ ایک مائل سطح پر نیچے کی طرف بغیر روک کے

پھسلتا ہے۔ اور پانچویں ثانیہ میں ۲۵، ۷۰، ۲۲ سنیٹ
میٹر طے کرتا ہے۔ افق سے سطح کا میلان
دریافت کرو۔

(۲) ایک دائرے کا عمودی قطر ہے اور ک ل
ایک اور قطر ہے جو اب سے زاویہ طہ بناتا ہے۔ اگر
ک ل کے طول میں ایک ذرے کے پھسلنے کا وقت
فاصلہ اب گرنے کے وقت سے دوگنا ہو تو طہ کی
قیمت دریافت کرو۔

(۴۹) مسئلہ۔ اگر ایک عمودی دائرہ کے بلند ترین
مقام سے مختلف وتر کھینچے جائیں۔ تو ہر ایک وتر پر
ایک ذرہ کی پھسلنے کی مدت ایک ہی ہوگی۔
فرض کرو کہ دائرہ کا عمودی قطر ق ط ہے اور ق بلند ترین
مقام ہے اور ق ت کوئی ایک وتر ہے۔ فرض کرو کہ
زاویہ ت ق ط = طہ،



فرض کرو کہ ق ت = لا اور ق ط = ل
اس لئے لا = ل جم طہ

حسب طریق دفعہ گذشتہ ق ت کے نیچے کی طرف اسراع
ج جہم طہ ہوگا۔ اگر ق سے ت تک وقت و صف
ہو تو اس کا مطلب یہ ہے کہ ایک ذرہ حالت سکون
سے شروع ہو کر اسراع ج جہم طہ سے حرکت کر کے
وقت و میں فاصلہ ق ت طے کرتا ہے
∴ لا = $\frac{1}{4}$ ج جہم طہ × ۲

$$\frac{۵۲}{ج} = \frac{۲۹}{ج جہم طہ}$$

یہ نتیجہ طہ کی قیمت پر منحصر نہیں ہے اور وقت و وہی
ہے جو فاصلہ ق ط سمت شاقولی میں گرنے کے لئے
صرف ہوتا۔

پس اس دائرے کے جتنے وتر نقطہ ق سے کھینچے جائیں
ان میں سے ہر ایک پر ذرہ کے پھسلنے کی مدت ایک ہی
ہوگی۔

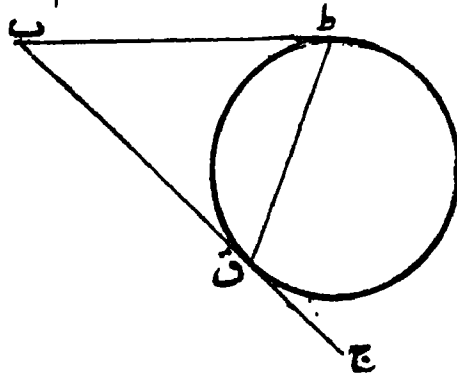
اگر وتر دائرے کے سب سے نچلے نقطے سے کھینچے جائیں
تو یہ مسئلہ ان وٹروں کے لئے بھی درست ہوگا
(۵۰) تیز ترین نزول کے خطوط۔ اگر ایک نقطہ اور ایک
منحنی ایک ہی عمودی سطح میں واقع ہوں تو اس نقطے سے اس
خط منحنی تک تیز ترین نزول کا خط وہ خط مستقیم ہے جس کے
طول پر ایک جسم اس نقطے سے خط منحنی تک قلیل ترین مدت
میں پھسل سکے۔

تب چونکہ ط ق < ط ح
اس لئے ط ق پر پھسلنے کی مدت < ط ح پر پھسلنے کی مدت
لیکن ط ح پر پھسلنے کی مدت = ط ق پر پھسلنے کی مدت
(دفعہ ۴۹)

لہذا ط ق پر پھسلنے کی مدت < ط ح پر پھسلنے کی مدت
اور ق خط منحنی پر کوئی سا نقطہ ہے۔
پس اگر کوئی اور خط مستقیم ط سے خط منحنی تک
کھینچا جائے اس پر پھسلنے کی مدت ط ق پر پھسلنے کی
مدت سے زیادہ ہوگی۔

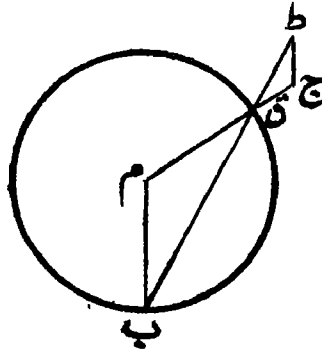
اسی طرح ہم ثابت کر سکتے ہیں کہ اگر ایک خط منحنی سے
ایک نقطہ مفروضہ ط تک تیز ترین نزول کا خط مطلوب
ہو تو ایسا دائرہ کھینچنا چاہئے جس کا سب سے نیچلا
نقطہ ط ہو اور جو خط منحنی کو ق پر مس کرے۔
تب ق ط خط مستقیم مطلوب ہوگا۔

مثال (۱) ایک نقطہ ط اور ایک خط مستقیم ایک ہی عمودی
سطح میں واقع ہیں۔ نقطے سے خط مستقیم تک تیز ترین
نزول کا خط دریافت کرو۔



فرض کرو کہ ب ج خط مستقیم مفروض ہے۔ تو ہمیں صرف ایک دائرہ کھینچنا ہے جس کا بلند ترین نقطہ ط ہو اور جو ب ج کو مس کرے۔ ط سے ط ب خط افقی کھینچو جو ب ج کو ب پر ملے۔ ب ج سے ب ق مساوی ب ط کے قطع کرو۔ تو ط ق خط مطلوب ہوگا۔ کیونکہ یہ ظاہر ہے کہ ایک ایسا دائرہ کھینچا جاسکتا ہے جو ب ط اور ب ق کو بالترتیب ط اور ق پر مس کرے

مثال (۲) ایک نقطہ مفروضہ سے ایک دائرہ مفروضہ تک تیز ترین نزول کا خط دریافت کرو۔ نقطہ اور دائرہ ایک ہی عمودی سطح میں واقع ہیں۔ فرض کرو کہ ب دائرہ مفروضہ کا پست ترین نقطہ ہے۔ ط ب کو ملاؤ اور فرض کرو کہ ط ب دائرے کو ق پر قطع کرتا ہے۔ تو ط ق خط مطلوب ہوگا۔



دائرے کے مرکز م کو ق سے ملاؤ اور م ق کو استقد
بڑھاؤ کہ ط میں سے گزرنے والے عمودی خط سے ج
بد ملے۔

تب زاویہ ق ط ج = زاویہ م ب ق کیونکہ
م ب اور ج ط متوازی ہیں
اور زاویہ م ب ق = زاویہ م ق ب = زاویہ

ج ق ط
پس اگر ج کو مرکز اور ج ط کو نصف قطر مان کر ایک
دائرہ کھینچیں تو اس کا بلند ترین نقطہ ط ہوگا اور وہ دائرہ
مفروضہ کو نقطہ ق پر مس کریگا
اگر ط، دائرہ مفروضہ کے اندر واقع ہو تو ط کو اس کے
بلند ترین نقطے سے ملا کر بڑھاؤ تاکہ دائرے کو ق پر
ملے۔ تو ط ق خط مطلوب ہوگا۔

(۵۲) مثال (۱) ایک کان کے گڑھے کا پنجر
اسراع کی ۲ فٹ ثانیہ اکائیوں سے نیچے اترتا ہے۔
اس کی ابتداء حرکت سے ۱۰ ثانیے بعد ایک ذرہ
گڑھے کی چوٹی سے نیچے کو چھوڑ دیا جاتا ہے۔ دریافت
کرو کہ کتنے وقت کے بعد ذرہ پنجرے پر لگیگا؟
فرض کرو کہ وقت مطلوب وہ ہے۔ وقت و میں
ذرہ ۱/۲ ج و ۱ فاصلہ گرے گا۔
پنجرے کی مدت حرکت (۱۰ + ۱) سیکنڈ ہے۔

اس مدت میں پنچر $\frac{1}{4} \times 2 \times (10+10)$ یعنی $(10+10)$ فاصلہ گرے گا۔

$$\text{ہنا } (10+10) = \frac{1}{4} \text{ ج } 16 = 16$$

$$\therefore 10+10 = 20$$

$$20 = \frac{1}{4} \text{ سیکنڈ}$$

مثال (۲) ایک پتھر سمت راس میں ایسی رفتار سے پھینکا گیا ہے جو اسے ۱۰۰ فٹ کی بلندی تک پہنچا سکے۔ دو سیکنڈ بعد اسی مقام سے ایک اور پتھر اسی سمت میں اسی رفتار سے پھینکا جاتا ہے۔ دریافت کرو کہ وہ کب اور کہاں ملیں گے؟

فرض کرو کہ ابتدائی رفتار ۱۰۰ فٹ ہے۔ چونکہ پتھر ۱۰۰ فٹ کی بلندی تک پہنچ سکتا ہے اس لئے

$$100 = 100 \times 2 \text{ ج } 100$$

$$\therefore 100 = 100 \times 2 \text{ ج } 100$$

فرض کرو کہ پہلے پتھر کی ابتدا حرکت سے ۱۰۰ سیکنڈ بعد دونو پتھر ملتے ہیں۔

تب جو فاصلہ پہلے پتھر نے ۱۰۰ سیکنڈ میں طے کیا وہی فاصلہ دوسرے پتھر نے $(100-20)$ سیکنڈ میں طے کیا۔

$$\therefore 100 - 20 = \frac{1}{4} \text{ ج } 100 = 100 - 20 = 80$$

$$80 = 100 - 20 = 80$$

$$\therefore 140 = \frac{1}{4} \text{ ج } (140 - 2) = 140 - 2 = 138 \text{ فٹ}$$

$$\therefore 2 = \frac{1}{4} \text{ سیکنڈ}$$

نیز بلندی جس پر وہ تھے ہیں = $80 + 140 = 220$ فٹ = $196 - 220 = 24$ فٹ
پہلا پتھر نیچے آ رہا ہوگا اور دوسرا پتھر اوپر جا رہا ہوگا۔

امثلہ نمبری (۸)

(۱) ایک غبارے سے جو ۳۲ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے اوپر چڑھ رہا ہے ایک پتھر نیچے چھوڑا جاتا ہے اور وہ ۱۴ سیکنڈ میں زمین پر پہنچتا ہے۔ دریافت کرو کہ جب پتھر چھوڑا گیا اس وقت غبارہ کتنا اونچا تھا؟
(۲) ایک جسم ۶۴ فٹ کی بلندی سے نیچے چھوڑا جاتا ہے اور اسی وقت زمین پر سے ایک اور جسم اوپر کو ۶۴ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے پھینکا جاتا ہے بتاؤ کہ وہ کتنے وقت کے بعد ملیں گے؟
اگر پہلا جسم دوسرے سے ایک سیکنڈ بعد چھوڑا جائے تو وہ کب ملیں گے؟

(۳) ایک برج کی بلندی ۲۸۸ فٹ ہے۔ ایک جسم برج کی چوٹی پر سے نیچے چھوڑا جاتا ہے اور عین اسی وقت ایک دوسرا جسم زمین پر سے اوپر کو سمت ماس میں پھینکا جاتا ہے۔ دونو برج کے نصف پر ملتے ہیں۔ دریافت کرو کہ پھینکے ہوئے جسم کی ابتدائی رفتار کیا تھی

اور پہلے جسم کو ملنے کے وقت رفتار کیا ہے؟
 (۴) ایک جسم ایک برج کی چوٹی پر سے نیچے چھوڑا جاتا ہے اور اسی وقت ایک اور جسم اسی عمودی سیدھ میں زمین پر سے اوپر کو پھینکا جاتا ہے۔ دوسرے جسم کی رفتار اس قدر ہے کہ اسے برج کی چوٹی تک پہنچا دے۔ معلوم کرو کہ دونو جسم کہاں ملیں گے؟

(۵) ایک ذرہ بلندی l سے نیچے چھوڑا جاتا ہے اور اس فاصلے کا $\frac{1}{2}$ گزر چکنے کے بعد وہ ایک اور ذرے کے پاس سے گذرتا ہے جو اسی وقت اوپر کو پھینکا گیا تھا۔ معلوم کرو کہ دوسرا ذرہ کہاں تک پہنچے گا؟

(۶) ایک جسم ایک سطح مائل کی چوٹی پر سے نیچے پھسلنا شروع کرتا ہے اور اسی وقت ایک اور جسم سطح کے پائے سے سطح کی اوپر کی طرف ایسی رفتار سے پھینکا جاتا ہے کہ دونو سطح کے عین نصف پر ملتے ہیں۔ تو رفتار رمی دریافت کرو اور ملنے کے وقت دونو کی رفتاریں بھی معلوم کرو۔

(۷) ایک جسم رفتار u سے اوپر کو پھینکا جاتا ہے اور وسیکٹڈ انگرز نے کے بعد ایک اور جسم اسی رفتار سے اوپر کو پھینکا جاتا ہے۔ معلوم کرو کہ وہ کب اور کہاں ملیں گے؟

(۸) ایک غبارہ ۴ فٹ سیکنڈ اکائیوں کے اسراع

سے اوپر کو چڑھتا ہے۔ آدھے منٹ کے بعد ایک جسم اس میں سے نیچے چھوڑ دیا جاتا ہے۔ معلوم کرو کہ وہ کب جسم زمین پر کس وقت پہنچے گا؟

(۹) ایک گولہ ۵ سیکنڈ تک بجاذبہ ارض گر کر ایک شیشے کی سطح میں سے گزرتا ہے اور اس کی نصف رفتار ضائع ہو جاتی ہے۔ اگر اس کے بعد زمین تک پہنچنے میں اس کو ایک سیکنڈ لگے تو زمین سے شیشے کی بلندی دریافت کرو۔

(۱۰) ایک گرتا ہوا جسم اپنی حرکت کے آخری سیکنڈ میں جو فاصلہ طے کرتا ہے اسکو اس فاصلے سے جو وہ آخری سے پہلے سیکنڈ میں طے کرتا ہے ۳ اور ۲ کی نسبت ہے۔ دریافت کرو کہ جسم کتنی بلندی سے نیچے چھوڑا گیا اور کتنی رفتار سے زمین پر پہنچا؟

(۱۱) ایک سطح مائل کا طول ۲۸۸ فٹ اور ارتفاع ۶۴ فٹ ہے۔ اسکو ایسے تین حصوں میں تقسیم کرو کہ اگر ایک ذرہ اس کی چوٹی سے چھوڑا جائے تو تینوں حصے مساوی اوقات میں طے ہوں اور یہ اوقات بھی معلوم کرو۔

(۱۲) اگر ایک عمودی دائرے کے افقی قطر کے ایک سرے سے وتر کھینچے جائیں تو ثابت کرو کہ ان وتروں پر ایک ذرے کے پھسلنے کے اوقات اسطرح بدلیں گے

جس طرح سمت عمودی سے وتروں کے میلانوں کے
ماسوں کے جذر -

(۱۳) متعدد چکنی سلاخیں ایک نقطے ۱ پر ملتی ہیں اور
ان پر چھلے چڑھے ہوئے ہیں جو ایک ہی وقت
۱ سے چلتے ہیں اور نیچے کو پھسلتے ہیں۔ ثابت کرو کہ
وقت و کے بعد سب چھلے ایک کرے پر ہونگے

جس کا نصف قطر $\frac{w}{2}$ ہے۔

(۱۴) متعدد چکنی مائل سطحیں ایک نقطے پر ملتی ہیں اور
اس نقطے پر شروع ہو کر ایک افقی سطح پر ختم ہوتی
ہیں۔ متعدد چکنے اجسام اس نقطے سے شروع ہو کر
مائل سطحوں پر نیچے کی طرف پھسلتے ہیں۔ ثابت کرو کہ
محصلہ رفتاریں مساوی ہونگی۔

(۱۵) ایک وزنی جسم ایک مائل سطح کے ارتفاع میں
نیچے کو گرتا ہے اور دوسرا اس کے طول میں نیچے کو
پھسلتا ہے۔ ثابت کرو کہ صرف شدہ وقت اس طرح
بدلتے ہیں جس طرح طے شدہ فاصلے اور یہ کہ محصلہ
رفتاریں برابر ہیں۔

(۱۶) ایک وزنی ذرہ ایک چکنی مائل سطح پر نیچے کو
پھسلتا ہے۔ سطح کا ارتفاع دیا ہوا ہے۔
ثابت کرو کہ نزول کا وقت اس طرح بدلتا ہے جس طرح

سمت عمودی سے سطح کے میلان کا قاطع۔
 (۱۷) ایک عمودی دائرے کے متعدد چکنے وتر اسکے
 سب سے نیچے نقطے پر ملتے ہیں۔ اگر ایک جسم
 ان پر نیچے کی طرف پھسلے تو ثابت کرو کہ محصلہ رفتار
 اس سطح برابری جس سطح وتر کا طول۔

(۱۸) اگر دو دائرے اپنے بلند ترین یا پست ترین نقطے
 پر سرس کریں اور اس نقطے میں سے ایک خط کھینچا جائے
 جو دونوں دائروں کو ملے تو اس خط کا جو حصہ دونوں
 دائروں کے اندر ہے اس پر نیچے کو پھسلنے کا وقت
 ایک ہی رہے گا۔

(۱۹) ایک سطح مائل کا ارتفاع θ ہے اور افق سے
 میلان ϕ ہے اور اس پر ایک نالی کھدی ہوئی ہے
 جس کا میلان خط میلان اعظم سے β ہے۔ تو معلوم
 کرو کہ اگر ایک ذرہ سطح کی چوٹی سے اس نالی میں حرکت
 شروع کرے تو وہ اس نالی کو کتنے عرصہ میں طے
 کرے گا؟

(۲۰) اگر ایک فاصلہ θ ، ϕ مساوی حصص میں تقسیم
 کیا جائے۔ اور ہر ایک حصے کے اخیر پر ایک متحرک ذرہ کا
 اسراع بقدر $\frac{1}{2}g \sin \theta$ زیادہ کیا جائے تو معلوم کرو کہ فاصلہ
 θ طے کرنے کے بعد ذرے کی رفتار کیا ہوگی
 اگر وہ حالت سکون سے باسراع ϕ حرکت شروع کرے۔

(۲۱) ایک ذرہ حالت سکون سے باسراع ع حرکت شروع کرتا ہے۔ وقت و کے بعد اس کا اسراع ۲ ع ہو جاتا ہے۔ اور وقت ۲ و کے بعد ۳ ع ہو جاتا ہے و علیٰ ہذا القیاس۔ وقت ن و کے بعد اس کی رفتار دریافت کرو اور ثابت کرو کہ طے شدہ فاصلہ یہ ہوگا

$$\frac{ن(ن+۱)(۲ن+۱)}{۱۲} ع و ۲ *$$

(۲۲) ایک جسم حالت سکون سے شروع ہو کر یکساں اسراع سے حرکت کرتا ہے۔ ثابت کرو کہ (ن+۱) و میں نائے مین طے شدہ فاصلہ دو فاصلوں کے مجموعے کے مساوی ہے۔ ایک، پہلے ن ثانیوں میں طے شدہ فاصلہ اور دوسرا، پہلے (ن+۱) ثانیوں میں طے شدہ فاصلہ۔

(۲۳) کرۂ زمین پر دو مختلف مقام ہیں۔ ایک مقام پر جب ایک ذرہ ایک خاص بلندی سے گرتا ہے تو بمقابلہ دوسرے مقام کے اس کی رفتار محصلہ م فٹ فی ثانیہ زیادہ ہوتی ہے لیکن وقت ن ثانیہ کم صرف ہوتا ہے۔ ثابت کرو کہ ہر دو مقامات پر ج کی عددی قیمتوں کا اوسط ہندسی چگ ہے۔

(۲۴) ایک ریل گاڑی ایک سٹیشن پر سے چل کر دوسرے

سٹیشن پر جا ٹھہرتی ہے۔ دونو سٹیشنوں کے درمیان ایک میل کا فاصلہ ہے اور گاڑی اپنے سفر کے پہلے دو ٹلٹ میں یکساں اسراع سے حرکت کرتی ہے اور آخری ٹلٹ میں اس کا ابطاء یکساں ہے اور کل فاصلہ طے کرنے میں تین منٹ لگتے ہیں۔ گاڑی کا اسراع، ابطاء اور اس کی رفتار اعظم دریافت کرو۔

(۲۵) ایک انجن اپنی پوری چال سے چل رہا ہے۔ اس وقت اچانک اس کو بریک لگا دیا جاتا ہے اور بھاپ بند کر دی جاتی ہے۔ اس کے بعد پہلے سیکنڈ میں انجن ۸۷ فٹ چلتا ہے اور دوسرے سیکنڈ میں ۸۵ فٹ۔ دریافت کرو کہ انجن کی اصلی چال کیا تھی اور وہ کتنے وقت میں ساکن ہو جائے گا اور اس وقت میں کتنا فاصلہ طے کرے گا؟ یہ فرض کر لیا جائے کہ بریک سے یکساں ابطاء پیدا ہوتا ہے۔ اور اگر انجن کے ساتھ گاڑی لگی ہو اور انجن اور گاڑی کا طول ۹۶ گز ہو اور اگر بریک لگنے کے وقت ایک شخص انجن سے ۸۴ گز آگے کی طرف کھڑا ہو تو گاڑی کتنے وقت میں اس شخص کو گذر جائے گی؟

(۲۶) ایک ریل گاڑی ایک سٹیشن سے چل کر دوسرے سٹیشن پر جا ٹھہرتی ہے اور اس سفر کے پہلے حصہ میں اسراع ع سے چلتی ہے اور جب بریک لگا دئے

جاتے ہیں اور بھاپ بند کردی جاتی ہے تو اس کا ابطاء
'ع' ہوتا ہے۔ اگر سٹیشنوں کے درمیان فاصلہ $\frac{1}{2}$
ہو تو ثابت کرو کہ ایک سٹیشن سے دوسرے سٹیشن

تک صرف شدہ وقت $\frac{1}{2} \frac{ع+ع}{ع}$ ہو گا۔

(۲۷) ایک ریل گاڑی سٹیشن ۱ سے سٹیشن ب تک
چلتی ہے اور اس سفر کے پہلے چوتھے حصے میں
اس کا اسراع یکساں ہے اور آخری چوتھے حصے میں
اس کا ابطاء یکساں ہے اور درمیانی نصف حصے میں
چال یکساں رہتی ہے۔ ثابت کرو کہ ریل گاڑی کی اوسط
چال پوری چال کا $\frac{2}{3}$ ہے۔

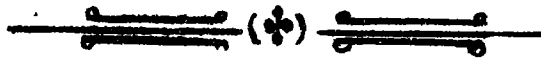
(۲۸) ایک پنجرہ ۶۰۰ فٹ گہرے گڑھے کی تہ سے
یکساں اسراع کے ساتھ اوپر کو چڑھتا ہے۔ گڑھے
کی چوٹی کے قریب اوپر وار قوت مسدود کی جاتی ہے
اور پنجرے کی حرکت محصلہ ہی اسکو عین چوٹی تک
پہنچا دیتی ہے۔ اگر کل وقت صرف شدہ ۳ سیکنڈ
ہو۔ معلوم کرو کہ حرکت کے پہلے حصے میں اسراع
کیا تھا اور زیادہ سے زیادہ رفتار کیا تھی؟

(۲۹) ایک ریل گاڑی حالت سکون سے شروع ہو کر
پانچ منٹ میں اپنی زیادہ سے زیادہ چال یعنی ۵۰
میل فی گھنٹہ حاصل کر لیتی ہے اور اسی چال سے

چلتی رہتی ہے۔ یہاں تک کہ دوسرا سیٹن نصف میل رہ جاتا ہے۔ تو اسراع اور ابطاء کی قیمتیں قٹ سیکند اکائیوں میں دریافت کرو اور یہ بھی معلوم کرو کہ کل سفر میں جو یکصد میل تھا کتنا وقت صرف ہوا۔ اور سارے سفر کے لئے رقرار اور وقت کا خط منحنی کھینچو۔



باب چہارم



قوانین حرکت

(۵۳) اس باب میں ہم اس امر پر غور کریں گے کہ حرکت کس طرح پیدا ہوتی ہے۔ لیکن پہلے ہمیں چند تعریفات کی ضرورت ہوگی۔

مادہ وہ ہے جو حواس کے ذریعہ محسوس ہو سکے۔ یا وہ جس پر قوت لگ سکے یا جو قوت لگا سکے۔ اگر کوئی شخص مادہ کی کیفیت سے ناواقف ہو تو ہم مادہ کی کوئی ایسی تعریف نہیں کر سکتے جس سے اس شخص کو مادہ کی کیفیت معلوم ہو جائے۔ وقت اور فضا کی طرح مادے کا تصور بھی اولیٰ ہے۔

ذره مادہ کا ایک حصہ ہے جس کے تمام ابعاد نہایت ہی چھوٹے ہوں۔ جو بہر حال اس قدر چھوٹا ہو کہ ہماری تحقیقات کی غرض کے لئے اس کے مختلف حصص

در میانی فاصلے نظر انداز ہو سکیں - بعض اوقات ایک محدود تاپ کا جسم بھی ذرہ سمجھا جا سکتا ہے مثلاً کرکٹ کی گیند جو اوپر کو پھینکی جائے یا ایک پتھر جو اوپر سے نیچے کو گرے - اور آفتاب کے گرد زمین کی حرکت پر غور کرنے میں زمین کو بھی ذرہ خیال کر سکتے ہیں -

جسم مادہ کا ایک حصہ ہے جو سطحوں سے گھرا ہوا ہو اور جو ہر طرف سے محدود ہو - یعنی اس میں ذرات کی بہت بڑی تعداد ہوتی ہے -

ایک جسم کی مقدار مادہ کو کمیت کہتے ہیں -
وقت وہ ہے جو کسی جسم کی حالت سکون یا حالت حرکت یکساں کو بدلے یا بدلنے کی قابلیت رکھے -
 شاید طالب علم یہ خیال کرے کہ ان تعریفات سے پورا مفہوم ادا نہیں ہوتا - ہم ذیل میں ان تعریفات کی تشریح کریں گے -

اگر کسی قسم کے مادے مثلاً لوہے کا چھوٹا سا ٹکڑا ایک چکنی مینر پر پڑا ہو تو ہم اسے ذرا ڈھکیں کر آسانی سے حرکت دے سکتے ہیں - اگر اسی لوہے کی زیادہ مقدار لیں تو اتنا ہی زور لگانے سے وہ ایسی آسانی سے نہیں حرکت کر سکیگا - اسی طرح اگر ہم تقیر (پلائنیم) اور لکڑی کے دو ٹکڑے لیں جو ایک ہی

ناپ اور شکل کے ہوں تو ان پر ایک سا زور لگانے سے اثر اور نتیجے مختلف ہوں گے۔ ایسی ہی ایک اور مثال پر غور کرو۔ ایک توپ کا گولہ اور اسی ناپ کا ایک لکڑی کا گولہ لو اور ان کو زمین پر رکھ کر دونوں کو ایک سی ٹھوکر مارو تو لکڑی کے گولے پر اثر زیادہ ہوگا اور توپ کے گولے پر کم۔ اسی طرح اگر ایک سی ٹھوکر دو بیسوں کو لگائی جائیں جن میں سے ایک پانی سے بھرا ہوا ہو اور دوسرا اسی ناپ کا لیکن خالی ہو تو ان ٹھوکروں کے اثر کا ملاحظہ کرنے سے معلوم ہوگا کہ دونوں میں کتنا فرق ہے۔

پس ان تجربوں سے ثابت ہوا کہ اگر مختلف اجسام کو جن کی ظاہری شکل اور حالت ایک ہو ایک سا زور لگایا جائے تو ہمیشہ نتیجہ ایک سا نہیں ہوگا۔ نتائج میں فرق کیوں ہے صراحت اس لئے کہ ہر ایک جسم کی کمیت مادہ مختلف ہے۔

(۵۴) اگر ایک ہی مقدار مادہ پر دو قوتیں یکے بعد دیگرے لگائی جائیں اور ایک مدت معینہ تک انکے عمل کرنے سے اس مقدار مادہ میں ایک ہی رفتار پیدا ہو تو وہ دو قوتیں مساوی کہلاتی ہیں۔

اگر دو مختلف مقادیر مادہ کو ایک ہی قوت لگائی جائے اور وہ قوت ایک مدت معینہ تک عمل کرے

ہر ایک مقدار میں ایک ہی رفتار پیدا کرے تو دونو مقادیر مادہ مساوی کہلائیں گی۔
طالب علم کو معلوم ہو گیا ہوگا کہ ہم یہاں یہ تسلیم کر لیتے ہیں کہ مختلف مواقع پر ایک سی قوتیں پیدا کرنا ممکن ہے۔ مثلاً ہم یہ مان لیتے ہیں کہ اگر ایک چکر دار کمائی کو کھینچ کر مختلف اوقات میں ایک سا لمبا کیا جائے اور باقی حالات متعلقہ نہ بدلیں تو ہر صورت میں کمائی کو اتنا کھینچے رکھنے میں ایک سی قوت درکار ہوگی۔

اس لئے ایک ہی قوت بار بار لگا کر ہم کیت مادہ کی معیاری اکائی کے مساوی متعدد مقادیر مادہ حاصل کر سکتے ہیں۔ اور مساوی مقادیر مادہ معلوم کرنے کا نظری طریقہ جو ہر صورت میں ہو سکے یہی ہے۔
علاہ ہم کو معلوم ہوگا کہ مساوی مقادیر مادہ کے اوزان بھی مساوی ہوتے ہیں اور تول کر مقادیر مادہ کا باہمی مقابلہ نہایت آسانی سے ہو سکتا ہے۔

(۵۵) کیت مادہ کی برطانوی اکائی شہنشاہی پونڈ کہلاتی ہے اور یہ تقریباً (پلاٹینم) کا ایک ٹکڑا ہے جو ویسٹ منسٹر میں رکھا گیا ہے۔ اور بعینہ ایسے اور ٹکڑے دیگر محفوظ مقامات پر بھی رکھے گئے ہیں۔

کیت مادہ کی فرانسیسی یا علمی اکائی گرام کہلاتی ہے اور تقریباً (پلائیم) کی ایک خاص مقدار جو پیرس میں رکھی گئی ہے اس کا ہزارواں حصہ گرام ہے۔ ابتداءً منشا یہ تھا کہ سینٹی گریڈ کے ۴ درجہ حرارت پر خالص پانی کے ایک مکعب سینٹی میٹر کی کیت مادہ کو گرام کہا جائے۔

یہ اکائی پونڈ سے بہت چھوٹی ہے

ایک گرام = ۱۵۵۴۳۲ گرین تقریباً

ایک پونڈ = ۴۵۳۵ گرام تقریباً

اکائیوں کا وہ نظام جس میں سینٹی میٹر، گرام اور ثانیہ بالترتیب طول، کیت مادہ اور وقت کی اکائیاں ہیں اکائیوں کا س گ ڈ نظام کہلاتا ہے۔

(۵۶) کثافت - ایک یکساں جسم کے حجم کی اکائی میں جو مقدار مادہ ہو وہ اس جسم کی کثافت کہلاتی ہے پس اگر کسی جسم کی کیت مادہ م ہو اور اس کا حجم ح ہو اور کثافت ک ہو تو

م = ج ک

(۵۷) ایک جسم کا وزن وہ قوت ہے جس سے زمین اس کو اپنی طرف کھینچتی ہے۔
یہ ثابت ہو سکتا ہے کہ دنیا میں مادہ کا ہر ایک ذرہ ہر ایک دوسرے ذرے کو ایک ایسی قوت سے کھینچتا ہے جو ذرات کی کمیات مادہ کے حاصل ضرب کی راست نسبت اور ان کے درمیانی فاصلے کے مربع کی معکوس نسبت سے بدلتی ہے۔ پس اس سے یہ نتیجہ نکل سکتا ہے کہ اگر ایک ذرہ ایک گریے کی سطح پر یا اس کے باہر واقع ہو تو گرہ اس ذرے کو ایک ایسی قوت سے کھینچتا ہے جو ذرے اور مرکز گرہ کے درمیانی فاصلے کے مربع کی معکوس نسبت سے بدلتی ہے۔ لیکن زمین کی شکل کامل طور پر کروی نہیں ہے اس لئے اسکی سطح کے نقاط مرکز سے مساوی فاصلوں پر نہیں ہیں۔ پس ایک معینہ مقدار مادہ پر زمین کی کشش اسکی سطح کے تمام نقاط پر بالکل ایک نہیں ہو سکتی یعنی ایک معینہ مقدار مادہ کا وزن زمین کے مختلف مقامات پر قدرے مختلف ہوگا۔

(۵۸) ایک جسم کا معیار حرکت اس کی کمیت مادہ اور رفتار کے حاصل ضرب کے متناسب ہوتا ہے۔ اگر معیار حرکت کی اکائی کمیت مادہ کی اکائی کے معیار حرکت کو لیا جائے جب اس کی رفتار، رفتار کی اکائی

علم حرکت ۱۰۷ باب چہارم

ہو تو ایک جسم کا معیار حرکت ہم ر ہوگا جہاں ہم اس کی کمیت مادہ ہے اور ر رفتار ہے۔ معیار حرکت کی سمت وہی ہوگی جو رفتار کی۔

اگر ۱۰۰ گرام کا ایک جسم ۲۷۵ سنٹی میٹر فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کر رہا ہو تو اس کے معیار حرکت میں ۲۷۵۰۰ سنٹی میٹر گرام ثانیہ اکائیاں معیار حرکت کی ہونگی۔

(۵۹) اب ہم قوانین حرکت کو بیان کر سکتے ہیں جو عام طور پر نیوٹن کے قوانین حرکت کہلاتے ہیں پہلے دو کو گلیلیو نے ۱۵۹۰ء کے قریب دریافت کیا تھا اور تیسرا قانون پرنسپیا کی اشاعت سے قبل کسی نہ کسی شکل میں ہک، ہائی گنس، والیس، رین و دیگر ریاضی دانوں کو معلوم تھا۔ نیوٹن نے ان قوانین کو اپنی کتاب پرنسپیا مطبوعہ ۱۶۸۶ء میں منضبط کیا

قوانین حرکت یہ ہیں۔
قانون اول۔ کسی جسم کی سکون کی حالت یا خط مستقیم میں اس کی یکساں حرکت کی حالت ہرگز نہیں بدل سکتی جب تک کہ کوئی بیرونی قوت اس پر عمل کرے اس حالت کو نہ بدلے۔
قانون دوم۔ معیار حرکت کی شرح تبدیل قوتِ عالم کے

تناسب ہوتی ہے اور اس کی سمت اس خط مستقیم کی سمت ہوتی ہے جس میں کہ قوت عمل کرتی ہے۔
قانون سوم۔ ہر ایک عمل قوت کے مساوی اور متقابل ایک جواب عمل ہوتا ہے۔

ان تینوں قوانین کا کوئی برہانی یا تجرباتی یا دیگر ثبوت نہیں دیا جاسکتا۔ لیکن ان قوانین پر تمام علم حرکت کی بنیاد ہے اور علم حرکت پر علم ہیئت بنی ہے۔ اور علم ہیئت سے جو نتائج حاصل ہوتے ہیں اور جو پیشین گوئیاں کی جاتی ہیں ان کا تطابق عینی مشاہداتِ عالم سے اس قدر مکمل ہے کہ اس علم کے بنیادی قوانین کا غلط ہونا حیطہ قیاس سے باہر ہے۔ مثلاً بھری جتري چار سال پہلے شائع ہوتی ہے اور اس میں چاند اور سیاروں کی حرکات کے متعلق پیشین گوئیاں ہوتی ہیں اور سورج گرہن اور چاند گرہن کے متعلق وقت اور مقام کی شرح ہوتی ہے۔ اور یہ تمام پیشین گوئیاں ہمیشہ صحیح نکلتی ہیں۔ پس مندرجہ بالا تین قوانین حرکت کی صحت پر ہمارے اعتقاد کی اصلی وجہ یہ ہے کہ جو نتائج ان سے ماخوذ ہوتے ہیں وہ ہمارے مشاہدات سے متفق اور مطابق ہیں۔

(۶۰) **قانون اول**۔ اس قانون کی مثال ہمیں رو زمین پر نہیں مل سکتی کیونکہ عللاً یہ ناممکن ہے کہ

کسی جسم کی حرکت کے دوران میں اس پر کوئی قوت عمل نہ کرے۔ لیکن اس قانون کا تقریبی عمل ہم اس صورت میں دیکھ سکتے ہیں جب خشک اور سخت برف کا ایک ٹکڑا خشک صاف برف کی افقی سطح پر حرکت دیا جائے۔ برف کے ٹکڑے پر صرف دو قوتیں عمل کرتی ہیں۔ ایک برف کے ٹکڑے اور برف کی سطح کے درمیان **فرک** یا رگڑ۔ دوسری ہوا کی مزاحمت۔ برف کی سطح جتنی زیادہ صاف اور چکنی ہوگی اتنی زیادہ دور برف کا ٹکڑا جائیگا۔ اور ہوا کی مزاحمت جس قدر کم ہوگی اسی قدر زیادہ دور وہ ٹکڑا جائے گا۔ اس قانون کا بیان دعویٰ یہ ہے کہ اگر برف مکمل طور پر چکنی ہو اور **فرک** بالکل معدوم ہو اور اگر ہوا کی مزاحمت بھی نہ ہو اور جسم پر کوئی اور قوت عمل نہ کرے تو وہ ہمیشہ ایک خط مستقیم میں یکساں رفتار سے چلتا رہے گا۔

یہ قانون **اصول جمود** کو بیان کرتا ہے۔ وہ اصول یہ ہے کہ کسی جسم کا یہ طبعی میلان نہیں ہے کہ اپنی سکون کی حالت کو یا خطِ مستقیم میں یکساں حرکت کی حالت کو خود بخود بدل سکے۔ اگر لوہے کا ایک ٹکڑا زمین پر پڑا ہو تو وہ خود حرکت نہیں کر سکتا۔ اس کی حرکت اسی وقت ممکن ہے جب ایک بیرونی قوت اس پر عمل کرے۔

اگر دھات کا ایک ٹکڑا رسی میں باندھ کر

ایک چکنی اقی میز پر گھلایا جائے اور دورانِ حرکت میں رسی ٹوٹ جائے تو چونکہ دھات کے ٹکڑے پر اب کوئی قوت عمل نہیں کرتی اس لئے وہ خطِ مستقیم میں حرکت شروع کرے گا۔ جس نقطے پر دھات کے ٹکڑے کی مدور حرکت بند ہوئی اس نقطے پر کے خطِ مماس کی سمت حرکت کی سمت ہوگی۔

اگر کوئی شخص ایک تیز چلتی ہوئی ریل گاڑی میں سے نکل کھڑا ہو تو وہ بالعموم گر پڑتا ہے۔ اس کے پاؤں زمین کے ساتھ لگتے ہی ساکن ہو جاتے ہیں۔ اور چونکہ جسم کے اوپر کے حصے پر کوئی قوت عمل نہیں کرتی اسلئے اس حصے کی پہلی حرکت جاری رہتی ہے اور وہ زمین پر گر پڑتا ہے۔

اگر ایک شخص گھوڑے پر سوار ہو اور گھوڑا خوب تیز جا رہا ہو اور چلتے چلتے اچانک ٹھیر جائے تو اگر سوار اچھا نہ ہو تو گھوڑے کے سر کے اوپر سے نیچے گر جائے گا۔

اگر کوئی آدمی ایک گاڑی کی پچھلی جگہ پر بیٹھا ہو اور گاڑی اچانک چل پڑے تو اس آدمی کے پیچھے گرنے کا خطرہ ہے۔

(۶۱) قانون دوم۔ اس قانون سے ہم قوت

ناپنے کا طریقہ اخذ کرتے ہیں۔

فرض کرو کہ ایک جسم کی مقدار مادہ m ہے اور ایک
قوت Q اس پر عمل کر کے اسراع a پیدا کرتی ہے۔
تب حسب قانون دوم

$Q \propto$ شرح تبدیل معیار حرکت

\propto شرح تبدیل m جہاں r رفتار ہے

$\propto m \times$ شرح تبدیل r (اگر m غیر تبدیل ہے)

$\propto m \times a$

∴ $Q = m \times a$ جہاں m ایک مقدار مستقل ہے
اب فرض کرو کہ قوت کی اکائی ایک ایسی قوت ہے
جو کمیت مادہ کی ایک اکائی میں اسراع کی ایک اکائی
پیدا کرتی ہے۔

اس لئے جب $m = 1$ اور $a = 1$ ، تو $Q = 1$

لہذا $1 =$
قوت کی اکائی کا انتخاب جب یہ ہو گیا تو مساوات
بالا کی یہ صورت ہوگی

$Q = m \times a$

اس لئے جب اکائیوں کا مناسب انتخاب کیا جائے تو قوت کا ناپ معیار حرکت کی شرح تبدیل کے ناپ کے مساوی ہوتا ہے۔

(۶۲) دفعہ سابقہ سے ظاہر ہے کہ علم حرکت میں قوت کی اکائی کی مقدار کا انحصار کمیت مادہ اور اسراع کی اکائیوں پر ہے۔ اور بموجب دفعات ۲۹ و ۹ اسراع کی اکائی طول اور وقت کی اکائیوں پر منحصر ہے۔

اس لئے قوت کی اکائی کا انحصار کمیت مادہ ، طول اور وقت کی اکائیوں پر ہے۔ جب یہ اکائیاں معلوم ہوں تو قوت کی اکائی معلوم ہو سکتی ہے۔

جب کمیت مادہ ، طول اور وقت کی اکائیاں پونڈ، فٹ اور ثانیہ ہوں تو ان کی متعلقہ قوت کی اکائی پونڈل کہلاتی ہے۔

اس لئے مساوات $Q = M \cdot a$ بالکل درست ہے جہاں M جس میں پونڈوں کی تعداد ہے اور Q قوت عالمہ کے پونڈوں کی تعداد ہے اور a اسراع کی اکائیوں کی تعداد ہے جو کمیت مادہ M میں قوت Q کے عمل سے پیدا ہوئیں۔

یہ تعلق بعض اوقات اس صورت میں بیان کیا جاتا ہے

$$\text{اسراع} = \frac{\text{قوت محرکہ}}{\text{مقدار مادہ محرکہ}}$$

یادداشت - اس کتاب میں قوت کی اکائی پونڈل ہوگی جب تک کہ خاص طور پر کہا نہ جائے۔ مثلاً جب ہم کہیں گے کہ ایک رسی کا تناؤ ت ہے تو اس سے ہمارا مطلب ت پونڈل ہوگا۔

(۶۳) جب کمیت مادہ، طول اور وقت کی اکائیاں گرام، سینٹی میٹر اور ثانیہ ہوں تو ان کی متعلقہ قوت کی اکائی کو ڈائین کہتے ہیں۔ یہ نام ایک یونانی لفظ سے مشتق ہے جس کے معنی قوت ہیں۔ پس جب اس نظام میں مساوات $Q = mc^2$ کا استعمال کیا جائے تو قوت کا اندازہ ڈائینوں میں ہوگا اور کمیت مادہ کا گراموں میں اور اسراع کا سینٹی میٹر ثانیہ اکائیوں میں۔

(۶۴) قوت کی اکائی اور کمیت مادہ کی اکائی کے وزن کا باہمی تعلق۔

جیسا کہ دفعہ ۴۲ میں بیان ہوا ہمیں معلوم ہے کہ جب ایک جسم خلا میں آزادانہ گرتا ہے تو وہ ایک ایسے اسراع سے حرکت کرتا ہے جسے ہم ”ج“ سے تعبیر کرتے ہیں اور جو قوت کہ اس اسراع کو پیدا کرتی ہے وہ ہے جسے ہم جسم کا وزن کہتے ہیں۔ اب اگر کمیت مادہ کی اکائی پر قوت کی اکائی عمل کرے تو

اس میں اسراع کی اکائی پیدا کرتی ہے
اس لئے اگر کمیت مادہ کی اکائی پر قوت کی ج اکائیاں
عمل کریں تو وہ اسراع کی ج اکائیاں پیدا کرنیکی (بموجب
قانون دوم) لیکن کمیت مادہ کی اکائی کا وزن ہی ہے
جو اس میں اسراع کی ج اکائیاں پیدا کرتا ہے۔

پس کمیت مادہ کی اکائی کا وزن = قوت کی ج اکائیاں
(۶۵) اکائیوں کا فٹ پونڈ ثانیہ نظام۔

اس نظام میں ج تقریباً ۳۲.۱۷۴ کے مساوی ہے
اس لئے ایک پونڈ کا وزن قوت کی ج اکائیوں کے
برابر ہے یعنی ج پونڈوں کے مساوی ہے، جہاں
ج = ۳۲.۱۷۴ تقریباً

پس ایک پونڈل ایک پونڈ کا تقریباً $\frac{۱}{۳۲.۱۷۴}$ ہے یعنی
تقریباً نصف اونس کے وزن کے مساوی ہے۔
چونکہ روئے زمین کے مختلف مقامات پر ج کی قیمتیں
مختلف ہیں اور پونڈل ایک ایسی قوت ہے جو ہر جگہ
ایک ہی رہتی ہے اس سے یہ نتیجہ نکلا کہ پونڈ کا وزن
ایک مقدار مستقل نہیں ہے بلکہ روئے زمین کے
مختلف مقامات پر مختلف ہے۔

(۶۶) اکائیوں کا سینٹی میٹر گرام ثانیہ نظام۔

اس نظام میں ج تقریباً ۹۸۱ کے برابر ہے
اس لئے ایک گرام کا وزن قوت کی ج اکائیوں کے

علم حرکت ۱۱۵ باب چہارم

مساوی ہے یعنی ج ڈائینوں کے برابر ہے جہاں

ج = ۹۸۱ تقریباً
پس ڈائین ایک گرام کا تقریباً $\frac{1}{981}$ ہے
ڈائین پونڈل سے بہت چھوٹی اکائی ہے ان کا باہمی
تعلق بطریق ذیل آسانی سے معلوم ہو سکتا ہے۔

$$\frac{\text{ایک پونڈل کے وزن کا } \frac{1}{3262}}{\text{ایک گرام کے وزن کا } \frac{1}{981}} = \frac{\text{ایک پونڈل}}{\text{ایک ڈائین}}$$

$$۲۵۳۶۲ \times \frac{981}{3262} = \frac{\text{ایک پونڈل}}{\text{ایک گرام}} \times \frac{981}{3262} =$$

(مہوجب دفعہ ۵۵)

پس ایک پونڈل = ۱۳۸۰۰ ڈائین تقریباً

امثلہ نمبری (۹)

(۱) ایک جسم پر جس کی کیت مادہ ۲۰ پونڈ ہے ایک
غیر متبادل قوت عمل کرتی ہے اور ۵ ثانیہ میں ۱۵ فٹ
فی ثانیہ کی رفتار پیدا کرتی ہے۔ اگر جسم ابتدا میں ساکن
تھا تو قوت کی مقدار معلوم کرو۔

بذریعہ مساوات ب ر = ب + ع و

$$۳ = \frac{۱۵}{۵} = ع$$

∴ اگر قوت میں قی پونڈل ہوں تو

ق = $3 \times 20 = 60$ پونڈل
 (۲) ایک ۱۰ پونڈ کمیت مادہ والا جسم ایک چکنی افقی سطح پر پڑا ہے اور اس پر ایک ۳ پونڈ وزن کے مساوی قوت عمل کرتی ہے۔ دریافت کرو کہ ۱۰ ثانیہ میں وہ کتنا فاصلہ طے کرے گا؟

سوال ہذا میں قوت محرکہ = ۳ پونڈ کا وزن = ۳ ج پونڈل اور مقدار مادہ محرکہ = ۱۰ پونڈ پس اگر فٹ ثانیہ اکائیاں استعمال ہوں تو اسراع = $\frac{3}{10}$ ج
 ∴ فاصلہ مطلوبہ = $\frac{1}{2} \times \frac{3}{10} \times 10^2 = 15$ فٹ
 (۳) اس قوت کی مقدار معلوم کرو جو ایک کیلو گرام پر ۵ ثانیہ عمل کر کے اس میں ایک میٹر فی ثانیہ کی رفتار پیدا کرے

یہاں رفتار محصلہ = ۱۰۰ سینٹی میٹر فی ثانیہ اس لئے اسراع = ۲ س گ ڈ اکائیاں پس قوت = $20 \times 1000 = 20000$ ڈائن = $\frac{20000}{981}$ گرام کا وزن تقریباً = ۲۰.۵ گرام کا وزن تقریباً

(۴) ذیل کی تین صورتوں میں اسراع معلوم کرو
 (۱) ۵ پونڈل کی قوت ۱۰ پونڈ کمیت مادہ والے جسم پر عمل کرتی ہے۔

(۲) ۵ پونڈ کے وزن کے مساوی قوت ۱۰ پونڈ کمیت مادہ والے جسم پر عمل کرتی ہے۔

(۳) ۵۰ پونڈ وزن کی قوت ۱۰ اٹن مقدار مادہ پر عمل

کرتی ہے۔

(۵) ایک قوت ۲ پونڈ کی مقدار مادہ میں ۱۰ فٹ ثانیہ اکائیاں اسراع کی پیدا کرتی ہے۔ قوت کی مقدار پونڈوں میں اور پونڈوں کے وزن میں دریافت کرو۔

(۶) ایک ایسی قوت معلوم کرو جو ۱۲۰ پونڈ مقدار مادہ پر ۵ سیکنڈ عمل کر کے اس میں ۱۵ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار پیدا کرے۔ مقدار مادہ ایک چکنی مینر پر پڑی ہے اور قوت سمت افقی میں عمل کرتی ہے۔

(۷) ۱۰ ہنڈرڈ ویٹ مقدار مادہ پر ایک قوت ۱۰ ثانیہ عمل کر کے اس میں تین میل فی گھنٹہ کی رفتار پیدا کرتی ہے۔ قوت کی مقدار معلوم کرو۔

(۸) ۲ پونڈ وزن کی ایک قوت ۲۴ پونڈ کی مقدار مادہ پر آدھ منٹ عمل کرتی ہے۔ اور اتنے وقت میں محصلہ رفتار اور طے شدہ فاصلہ معلوم کرو۔

(۹) ایک جسم ایک یکساں قوت کے زیر عمل ۱۰ سیکنڈ میں ۷ میٹر طے کرتا ہے قوت کا مقابلہ جسم کے وزن سے کرو اور رفتار محصلہ دریافت کرو۔

(۱۰) ایک پونڈ وزن کی قوت ۱۸ پونڈ مقدار مادہ پر ایک چکنی افقی سطح پر عمل کرتی ہے۔ دریافت کرو کہ ۵۰ فٹ فاصلہ طے کرنے کے بعد اسکی

کیا رفتار ہوگی؟

*(۱۱) ایک جسم کی کمیت مادہ ۲ ٹن ہے اور اس پر ۱۱۲۰۰۰ پونڈل کی قوت عمل کرتی ہے۔ بتاؤ کہ کتنی مدت

میں اس کی رفتار تیس میل فی گھنٹہ ہوگی؟

(۱۲) ایک ٹن کی مقدار مادہ ۱۰ پونڈ وزن کی قوت کے زیر عمل کتنی مدت میں ۱۴ فٹ کا فاصلہ طے کرے گی؟

(۱۳) ۲۲۴ پونڈ کی کمیت مادہ ایک اچھی چکنی سطح پر پڑی ہے۔ ایک یکساں قوت اس پر ۵ سیکنڈ عمل کر کے اس کو اتنے وقت میں ۵۰ فٹ کا فاصلہ طے کراتی ہے۔ ثابت کرو کہ قوت تقریباً ۲۸ پونڈ وزن کے برابر ہے۔

(۱۴) ایک گاڑی کی مقدار مادہ ۱۶ ٹن ہے اور وہ چکنی ریل کی سڑک پر کھڑی ہے۔ ایک گھوڑا ریل کی سمت میں ایک ہنڈرڈ ویٹ وزن کی قوت کے ساتھ گاڑی کو یکساں کھینچتا ہے۔ دریافت کرو کہ ایک منٹ میں گاڑی کتنی دور جائے گی؟

(۱۵) ۱۰ گرام کے وزن کی ایک قوت ۲۷ گرام کی مقدار مادہ پر ایک سیکنڈ عمل کرتی ہے۔ رفتار محصلہ اور طے شدہ فاصلہ معلوم کرو۔ اور اگر ایک سیکنڈ کے بعد قوت کا عمل مسدود ہو جائے تو معلوم کرو کہ اس وقت سے شمار کر کے ایک منٹ میں جسم کتنی دور جائیگا؟

(۱۶) ایک کیلو گرام کے وزن کی قوت ایک جسم پر ایک سیکنڈ مسلسل عمل کرتی ہے اور اتنے وقت میں جسم ۱۰ میٹر طے کرتا ہے۔ جسم کی مقدار مادہ دریافت کرو۔

(۱۷) ایک چکنی افقی سطح پر ایک ۹ پونڈ وزن کی قوت ایک جسم پر عمل کرتی ہے۔ ۲۵ فٹ طے کرنے کے بعد جسم کی رفتار محصلہ ۱۰ فٹ فی سیکنڈ ہے۔ جسم کی کمیت مادہ دریافت کرو۔

(۱۸) ایک جسم ایک چکنی میز پر پڑا ہے اور ایک ۶ پونڈ وزن کی قوت اس پر مسلسل عمل کرتی ہے۔ ۳ سیکنڈ کے بعد جسم کی رفتار ۴۸ فٹ فی سیکنڈ ہے۔ جسم کی مقدار مادہ دریافت کرو۔

(۱۹) ۳ پونڈ مقدار مادہ کا ایک جسم جاذبہ ارض کے زیر عمل ۱۰۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے گر رہا ہے۔ اس یکساں قوت کی مقدار دریافت کرو جو اسے (۱) ۲ سیکنڈ میں (۲) ۲ فٹ فاصلہ طے کرنے میں، ساکن کر دے۔

(۲۰) ایک قوت ۵ پونڈ کی مقدار مادہ پر $\frac{1}{11}$ ثانیہ عمل کر کے اس میں ۵ فٹ فی ثانیہ کی رفتار پیدا کرتی ہے اور ایک دوسری قوت ۶۲۵ پونڈ کی مقدار مادہ پر ایک منٹ عمل کر کے اس میں ۱۸ میل فی گھنٹہ کی رفتار پیدا کرتی ہے۔ دونو قوتوں کا مقابلہ کرو۔

(۲۱) ایک جسم جس کی کمیت مادہ ۱۰ پونڈ ہے حالت

سکون سے ۱۰ فٹ گرتا ہے اور پھر ایک فٹ ریت میں گھس کر ساکن ہو جاتا ہے۔ جسم پر ریت کا اوسط دباؤ معلوم کرو۔

(۲۲) ایک توپ کی نالی کا طول ۲۰۰ سینٹی میٹر ہے اور اس کے ذریعہ ایک گولہ جس کی مقدار مادہ ۱۰۰۰ گرام ہے ۴۵۰۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے چلایا جاتا ہے۔ ثابت کرو کہ توپ چلنے کے وقت گولے پر عمل کرنے والی اوسط قوت 50.625×10^9 ڈائن ہے۔

(۲۳) ایک توپ میں ۱۰۰ پونڈ کیت مادہ کا گولہ پڑتا ہے۔ اگر توپ کے منہ سے ایک فٹ کاٹ دیا جائے تو گولے کی رفتار ۱۴۹۰ فٹ فی ثانیہ سے بدل کر ۱۳۳۰ فٹ فی ثانیہ رہ جاتی ہے۔ ثابت کرو کہ بارود کی قوت گولے پر تقریباً ۳۱۵ ٹن وزن کے برابر ہے۔

(۲۴) ایک گولی جو ۲۰۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے چلتی ہے ایک لکڑی میں ۹ انچ گھس جاتی ہے۔ اگر ایک اور گولی اسی رفتار سے چلتی ہوئی اسی قسم کی پانچ انچ موٹی لکڑی میں گھسے تو دریافت کرو کہ کتنی رفتار سے وہ دوسری طرف نکلے گی۔ لکڑی کی مزاحمت یکساں فرض کرنی جائے۔

(۲۵) ایک موٹر کار ۴۰ کیلو میٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے اور بریک لگا کر اسکو ۴ سیکنڈ میں ساکن

کردیا جاتا ہے۔ ثابت کرو کہ اس مقام سے جہاں بریک لگائے گئے ہیں ۲۲ میٹر چل کر موٹر کار ساکن ہوگی اور یہ بھی ثابت کرو کہ بریکوں کی قوت موٹر کار کے وزن کا ۲۸۳ گنا ہے۔

نیز یہ بھی کہ یہ قوت موٹر کار کو ایک ایسی سطح مائل پر ساکن رکھ سکتی ہے جس کا میلان $\frac{1}{3}$ میں ایک ہو۔ (۶۷) پونڈل اور ڈائین مطلق اکائیاں کہلاتی ہیں کیونکہ ان کی قیمت ج کی قیمت پر منحصر نہیں ہے۔ ج کی قیمت روئے زمین کے مختلف مقامات پر مختلف ہے۔ چونکہ پونڈ اور گرام کے وزن ج کی قیمت پر منحصر ہیں اس لئے ان کو تجاذبی اکائیاں کہتے ہیں۔ (۶۸) کسی جسم کا وزن اس کی مقدار مادہ کے متناسب ہے اور اس کا انحصار مادہ کی قسم پر نہیں ہے۔

اگر ہمارے پاس ایک ہوابند قابلہ ہو جو ہوا سے بالکل خالی ہو اور اس میں ایک ہی بلندی سے ایک ہی وقت مختلف اقسام کے مادوں کے اجسام نیچے گرنے کے لئے چھوڑے جائیں مثلاً دھات کا ٹکڑا، کسی پرندے کا پر، کاغذ کا پرزہ وغیرہ۔ تو ان کی حرکت کا ملاحظہ کرنے سے معلوم ہوگا کہ تمام چیزیں ایک ساتھ گرتی ہیں۔ اور ایک سے فاصلے طے کرتی ہوئی ایک ساتھ قابلہ کی تہ پر پہنچتی ہیں خواہ ان کو کسی بلندی سے چھوڑا جائے اور خواہ کسی

قسم کے مادے ہوں۔ چونکہ یہ اجسام ایک وقت میں مساوی فاصلے طے کرتے ہیں اس لئے ان کی رفتاریں (نقل مکان کی شرحیں) اور ان کے اسراع (تبدل رفتار کی شرحیں) ہمیشہ برابر ہوں گی۔ طالب علم بغیر خلا پیدا کرنے کے تجربہ بالا تقریباً کر سکتا ہے۔

ایک پیسہ اور ایک ہلکی چیز مثلاً کاغذ کا پرزہ لو۔ کاغذ کے پرزے کو پیسے پر جا کر رکھ دو اور ان کو اسی وضع میں پکڑ کر نیچے چھوڑ دو تو وہ دونوں اکٹھے ہی نیچے گریں گے۔ حالانکہ اگر ان کو علیحدہ علیحدہ ایک ساتھ چھوڑا جائے تو پیسہ کاغذ سے بہت پہلے زمین پر پہنچے گا۔ پیسہ کاغذ کے راستے سے ہوا کو ہٹا دیتا ہے اور حرکت ویسے ہی ہوتی ہے جیسے کہ گویا ہوا نہیں ہے۔

اب فرض کرو کہ دو اجسام کے وزن ۱ اور ۲ پونڈ ہیں اور ان کی کمیت مادہ ۱م اور ۲م ہیں۔ تو چونکہ ان کے اسراع مساوی ہیں اور ج کے برابر ہیں

$$\begin{aligned} \text{اس لئے} \quad ۱ &= ۱م \quad ج \\ \text{اور} \quad ۲ &= ۲م \quad ج \end{aligned}$$

یعنی کسی اجسام کا وزن اس کی مقدار مادہ کے متناسب ہے۔

پس جن اجسام کے وزن برابر ہیں ان میں ایک ہی سی مقدار مادہ ہوگی۔

اس لئے اگر دو اجسام کی کمیت مادہ کی نسبت معلوم ہو تو ان کے اوزان کی نسبت بھی معلوم ہو گئی۔
 مساوات $و = م ج$ ایک عددی مساوات ہے۔
 اس کا مطلب یہ ہے کہ جسم کے وزن میں قوت کی اکائیوں کی تعداد دو عددوں کے حاصل ضرب کے مساوی ہے۔ ایک جسم کی کمیت مادہ کی اکائیوں کی تعداد اور دوسرا اس اسراع کی اکائیوں کی تعداد جو جسم کا وزن اس میں پیدا کرے۔

بذریعہ دفعہ ۶۱ و دفعہ ۶۲ $ق = ع$ یعنی ایک قوت کی ایک جسم کے وزن سے وہی نسبت ہے جو دو اسراعوں کی آپس میں نسبت ہے ایک اسراع وہ جو اس جسم میں اس قوت کے زیر عمل پیدا ہو اور دوسرا اسراع وہ جو وزن کے زیر عمل اسی جسم میں پیدا ہو بعض مولفین ق اور ع کے تعلق کو صورت بالا میں ادا کرتے ہیں۔

(۶۹) مقدار مادہ اور وزن کا فرق۔ طالب علم کو چاہئے کہ کسی جسم کے وزن اور مقدار مادہ کے فرق کو بخوبی سمجھے۔ چونکہ اجسام کی مقادیر مادہ کا اندازہ عادتاً بذریعہ ان کے اوزان کے کیا جاتا ہے اس لئے

ان کا فرق غالباً طالب علم کو معلوم نہیں ہے حالانکہ یہ دو نو بالکل مختلف ہیں۔ فرض کرو کہ توپ کا ایک گولہ عین زمین کے مرکز پر پڑا ہے تو وہاں وہ بالکل بے وزن ہوگا کیونکہ زمین کی قوت جاذبہ عین اس کے مرکز پر صفر ہے۔ لیکن توپ کے گولے کا مادہ وہاں موجود ہے۔ اگر توپ کا گولہ وہاں حرکت میں ہو تو اس کو ساکن کرنے کے لئے اتنی ہی قوت مطلوب ہوگی جتنی کہ سطح زمین پر مماثل حالات میں مطلوب ہو۔ اس سے ظاہر ہے کہ کسی جسم کے وزن کا بالکل معدوم ہونا ممکن ہے لیکن اس کا مادہ ویسے کا ویسا ہی رہتا ہے۔

اس اختلاط کی وجہ غالباً یہ ہے کہ ”پونڈ“ کا لفظ دو معنوں میں استعمال ہوتا ہے جو علمی حیثیت سے مختلف ہیں۔ ”پونڈ“ کا لفظ ”ایک پونڈ کی مقدار مادہ“ کے معنوں میں بھی استعمال ہوتا ہے اور ”ایک پونڈ کا وزن“ بھی اس سے مراد ہوتا ہے۔ لیکن طالب علم کو خاص طور پر یہ بات ذہن نشین کرنی چاہئے کہ لفظ ”پونڈ“ کے اصلی معنے ”ایک پونڈ کی مقدار مادہ“ ہی ہے۔ اور جب ہم اس قوت کا ذکر کرتا چاہیں جس سے زمین اس مقدار مادہ کو اپنی طرف کھینچتی ہے تو ہمیں ”ایک پونڈ کا وزن“ کہنا چاہئے۔

اکثر اوقات اسی ”ایک پونڈ کے وزن“ کو مختصراً ”ایک پونڈ“ کہا جاتا ہے لیکن اس بات کی احتیاط لازمی ہے کہ اس جملے سے اصلی مراد کیا ہے۔

یہ بات بھی قابل ذکر ہے کہ جملہ ”سیسے کا ایک گولہ وزنی ۲ پونڈ“ فی الحقیقت ذیل کے جملے کا اختصار ہے۔ ”سیسے کا ایک گولہ جس کا وزن ۲ پونڈ کے وزن کے مساوی ہے“ سیسے کی مقدار مادہ ۲ پونڈ ہے اور اس کا وزن ۲۰ ج پونڈ ہے۔

(۷) پلٹروں والی ترازو اور کمائی دار ترازو سے تولنے کا فرق۔ دفعہ ۴۲ میں ہمیں یہ معلوم ہو چکا ہے کہ روئے زمین کے ایک مقام سے دوسرے مقام پر جانے میں اسراع بجاذبہ ارض یعنی ج کی قیمت قدرے بدل جاتی ہے۔ جب ہم کوئی چیز مثلاً چائے پلٹروں والی ترازو سے تولتے ہیں۔ تو ہم چائے ایک پلٹے میں ڈالتے ہیں اور باٹ دوسرے پلٹے میں۔ اور چائے کو کم زیادہ کرتے ہیں جب تک چائے کا وزن ان معلومہ باٹوں کے وزن کے برابر نہ ہو جائے۔ اور بذریعہ دفعہ ۶۸ یہ ظاہر ہے کہ چائے کی مقدار مادہ باٹوں کی مقدار مادہ کے برابر ہے۔ پس پلٹروں کی ترازو کے ذریعے مقادیر مادہ ناپی جاتی ہیں نہ کہ اوزان۔ اس لئے چائے کا وزن روئے زمین

کے ہر مقام پر ایک ہی سا معلوم دیگا اگر پڑوں کی ترازو سے تولیا جائے۔

لیکن جب ہم چائے کو کمائی دار ترازو کے ذریعے تولتے ہیں۔ تو ایسے ترازو کے کائنات کے ساتھ ٹھکانہ دیکھتے ہیں کہ چائے کے وزن سے کمائی کہاں تک کچھ گھٹی یعنی چائے کا وزن اس قوت کے مساوی ہے جو کمائی کو وہاں تک کھینچنے کے لئے درکار ہے۔ اگر اس ترازو اور اس چائے کو دوسری جگہ مثلاً لندن پیرس لیجائیں۔ تو چائے کا وزن مختلف ہوگا لیکن ترازو کی کمائی کو اتنا ہی کھینچنے کے لئے اتنی ہی قوت مطلوب ہوگی۔ اس لئے چائے کا وزن کمائی کو مختلف مقام تک کھینچنے کا یعنی کمائی دار ترازو سے تولنے میں چائے کا وزن مختلف معلوم دیگا۔

اگر دو مقامات (۱) اور (ب) ایسے ہوں کہ (۱) پر ج کی قیمت دوسرے مقام پر ج کی قیمت سے زیادہ ہو تو (۱) پر چائے کی ایک دی ہوئی مقدار کا وزن کمائی دار ترازو سے تولنے میں دوسرے مقام پر کے وزن سے زیادہ ہوگا۔

مثال (۱) خط استوا پر ج کی قیمت ۳۲۵۰.۹ ہے اور لندن میں ۳۲۵۲، ایک سود اگر خط استوا پر ہے ایک شنگل فی پونڈ کے حساب سے چائے خریدتا،

اور لندن میں فروخت کرتا ہے۔ اگر وہ دونو مقاموں پر خرید و فروخت کے لئے ایک ہی کمائی دار ترازو استعمال کرے تو دریافت کرو کہ لندن میں کس قیمت پر وہ چائے فروخت کرے کہ اس کو نفع ہو نہ نقصان چائے کی جس مقدار کا وزن خط استوا پر ایک

پونڈ کا وزن ہے لندن میں اس کا وزن $\frac{۳۲۶۲}{۳۲۶۰.۹}$ پونڈ کے وزن کے مساوی ہو گا۔ پس اس کو چاہئے کہ ایک شلنگ میں $\frac{۳۲۶۲}{۳۲۶۰.۹}$ پونڈ چائے دے یعنی $\frac{۳۲۰.۹}{۳۲۲}$ شلنگ فی پونڈ

مثال (۲) ایک مقام ۱ پر ج ۳۲۶۲۲ ہے اور دوسرے مقام ب پر ج کی قیمت ۳۲۶۱۲ ہے۔ ایک سوداگر ۱ پر دس پونڈ فی ہنڈرڈ ویٹ کے حساب سے کچھ سامان خریدتا ہے اور ب پر فروخت کرتا ہے اور خرید اور فروخت دونوں ایک ہی کمائی دار ترازو استعمال کرتا ہے۔ اگر اس کو ۲۰ فیصدی نفع ہو تو ثابت کرو کہ اس کی قیمت فروخت ۱۲ پونڈ $\frac{۳۲}{۱۰۰}$ پنس فی ہنڈرڈ ویٹ ہے۔ (۷۱) قوتوں کا طبعی استغنا - قانون دوم کا آخری حصہ یہ بیان کرتا ہے کہ حرکت کی تبدیلی جو کسی قوت کی وجہ سے ہوتی ہے وہ قوت کے خط عمل کی سمت میں ہوتی ہے۔

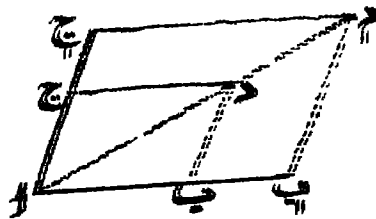
فرض کرو کہ ایک ذرہ سمت ۱ ب میں حرکت کر رہا ہے اور ایک قوت سمت ۱ ج میں اس پر عمل کرتی ہے تو اس قانون کا یہ مطلب ہے کہ سمت ۱ ب میں رفتار میں کوئی تبدیلی واقع نہیں ہوتی اور رفتار میں جو تبدل واقع ہوتا ہے وہ صرف سمت ۱ ج ہی میں ہوتا ہے اس لئے اگر وقت کی ایک اکائی کے اختتام پر ہم اصلی رفتار معلوم کرنا چاہیں تو ہمیں دو رفتاروں کی آپس میں ترکیب کرنی چاہئے۔ ایک تو وہ رفتار جو ۱ ب کی سمت میں ہے اور دوسری وہ رفتار جو وقت کی ایک اکائی میں قوت کے عمل کی وجہ سے سمت ۱ ج میں پیدا ہوئی۔ اب اگر کوئی اور قوت کسی اور سمت میں ذرہ پر عمل کرے تو یہی دلیل اس پر بھی عائد ہو سکتی ہے اور اسی طرح اگر بہت سی قوتیں عمل کریں تو ان پر بھی ایسی ہی دلائل عائد ہونگی۔ پس اگر کسی ساکن یا متحرک ذرے پر قوتوں کا ایک نظام عمل کرے تو ان کا مجموعی اثر اس طرح معلوم ہوگا کہ ذرے کو ساکن سمجھیں اور اس پر ہر ایک قوت کے اثر کا جداگانہ اندازہ کرتے ہوئے باقی قوتوں کو کالعدم تصور کریں۔ اور پھر تمام قوتوں کے اثرات کی ترکیب کریں۔ قوتوں کے طبیعی استغنا کا اصول یہی ہے۔

ہم اس اصول کی توضیح کے لئے ایک مثال دیتے ہیں
 فرض کرو کہ ایک ریل گاڑی تیز جا رہی ہے اور اس میں
 ایک مسافر ایک گیند اپنے ہاتھ سے نیچے چھوڑتا ہے
 تو گیند گاڑی کے فرش کے اسی مقام پر لگیں گی جہاں
 گاڑی کے ساکن ہونے کی حالت میں گرتی۔ اس سے
 ثابت ہے کہ جس رفتار سے گاڑی چل رہی ہے اسی
 رفتار سے گیند بھی ساتھ ساتھ چل رہی ہے۔ یا یوں
 کہو کہ گیند کے وزن کی وجہ سے صرف سمت شاقولی
 میں حرکت تبدیل ہوئی۔ اور گیند کے وزن کا اثر
 گیند کی افقی رفتار پر کچھ نہیں ہوا۔

اب ایک اور مثال پر غور کرو۔ اگر دو چھوٹے
 گولے ایک میز کے کنارے پر رکھے جائیں اور
 اور ان کو اس طرح چوٹ لگائی جائے کہ دونوں ایک ہی
 وقت میز سے علیحدہ ہوں اور میز سے علیحدہ ہونے
 وقت ان کی رفتاروں میں خواہ کتنا ہی فرق ہو۔ تو
 دونوں گولے ایک ہی وقت فرش پر لگیں گے خواہ
 ان کی مقادیر مادہ اور ان کی ابتدائی رفتاریں کچھ ہی
 ہوں۔ اس سے ثابت ہے کہ دونوں اجسام کے
 شاقولی اسراع اور رفتاریں نہ تو ان کی مقادیر مادہ پر
 منحصر ہیں اور نہ ان کی ابتدائی رفتاروں پر۔
 ایک بازیگر کی مثال بھی ویسی ہی ہے جو گھوڑے پر

سوار جو اور ایک حلقے میں سے کودتا چاہے۔ وہ گھوڑے
 کی پیٹھ پر سے سمت عمودی میں کودتا ہے۔ اس کی اتنی
 رفتار دہی ہے جو گھوڑے کی ہے اور وہ بدستور اس وقت
 بھی جاری رہتی ہے جب وہ کود کر گھوڑے کی پیٹھ سے
 جدا ہوتا ہے۔ اس نے جب وہ نیچے واپس آتا ہے
 تو عین گھوڑے کی پیٹھ پر اسی جگہ آ بیٹھتا ہے جہاں
 سے وہ کودا تھا۔

(۷۲) قوتوں کا متوازی الاضلاع۔ ہم نے
 دفعہ ۳۰ میں یہ ثابت کیا ہے کہ اگر ایک قوت کے
 جس کی مقدار مادہ ہم جو دو اسراع α اور β ہوں
 جو مقدار اور سمت میں خطوط α اور β سے
 تعبیر ہوں تو اس کا حاصل اسراع α ہوگا جو مقدار
 اور سمت میں α سے تعبیر ہوگا جہاں α
 اس متوازی الاضلاع کا قطر ہے جس کے اضلاع
 متصل α اور β ہیں۔



چونکہ ذرے کا اسراع سمت α ب میں ϵ ہے تو
 اس سمت میں قوت Q ($= m \epsilon$) ہوگی۔ اسی طرح
 سمت α ج میں قوت Q ($= m \epsilon$) ہوگی۔ فرض کرو
 کہ α ب اور α ج ان قوتوں کو مقدار اور سمت
 میں تعبیر کرتے ہیں۔ متوازی الاضلاع α ب α ج
 کی تکمیل کرو۔ تو چونکہ α ب اور α ج کی سمتوں
 میں جو قوتیں عمل کرتی ہیں وہ ان سمتوں کے اسراعوں
 کے متناسب ہیں اس لئے

α ب : α ج :: α ب : α ج
 لہذا بذریعہ علم ہندسہ α ، α اور α ایک ہی خط
 مستقیم میں ہیں۔

اور α : α :: α : α : α ب : α ج
 اس سے ظاہر ہے کہ جو اسراع α د سے تعبیر ہوتا
 ہے اس کو پیدا کرنے والی قوت α د سے تعبیر ہوگی۔
 یعنی α د اس قوت کو تعبیر کرتا ہے جو قوتوں α ب
 اور α ج کے مساوی ہے۔
 پس قوتوں کے متوازی الاضلاع کا مسئلہ ثابت ہوا
 جو بالفاظ ذیل بیان ہو سکتا ہے۔

اگر ایک ذرے پر دو قوتیں عمل کریں جو مقدار اور سمت
 میں ایک متوازی الاضلاع کے دو اضلاع متصلہ سے
 تعبیر ہوں تو دونوں ملکر ایک ایسی قوت کے مساوی ہوگی

علم حرکت ۱۳۲ باب چہارم

جو مقدار اور سمت میں متوازی الاضلاع کے اس قطر سے
تصیر ہوگی جو ان دونوں اضلاع کے نقطہ اتصال میں سے
گذرتا ہے۔

نتیجہ صریح۔ اگر دفعات ۱۳ تا ۱۹ میں جو رفتاروں کے
متوازی الاضلاع پر مبنی ہیں ہم لفظ ”رفتار“ کی بجائے
لفظ ”قوت“ استعمال کریں تو بھی کل دفعات صحیح ہونگے۔
(۷۳) قانون سوم۔ ہر ایک قوتی عمل کے متساوی
اور متقابل ایک جوابی عمل ہوتا ہے۔

جہاں کہیں قوت لگائی جائے وہاں درحقیقت دو
اجسام کے درمیان باہمی عمل ہوتا ہے اس باہمی عمل
کو تعامل کہتے ہیں یعنی نیوٹن کا عمل اور جوابی عمل
دونوں مل کر تعامل کہلاتے ہیں۔

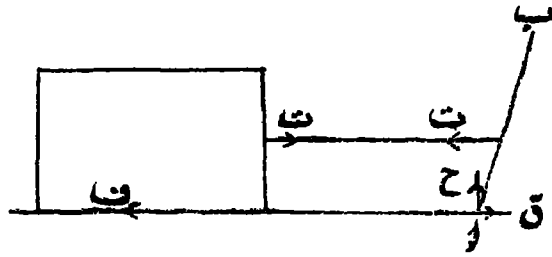
مثالین

(۱) اگر ایک کتاب میز پر پڑی ہو تو جس قوت سے
کتاب میز کو نیچے دباتی ہے اسی قوت سے میز کتاب کو
اوپر دباتی ہے۔

(۲) اگر ایک شخص ایک وزن رسی میں باندھ کر اسے
اٹھائے تو رسی ایک طرف تو وزن کو ایک خاص قوت
سے اوپر کھینچتی ہے اور دوسری طرف اس شخص
کے ہاتھ کو اسی قوت سے نیچے کھینچتی ہے۔

(۳) جس قوت سے زمین کسی جسم کو اپنی طرف کھینچتی ہے وہ اس جسم کا وزن ہے۔ اسی قوت سے وہ جسم بھی زمین کو اپنی طرف کھینچتا ہے۔

(۴) جب ایک آدمی کسی وزنی جسم کو رسی کے ذریعہ زمین پر کھینچتا ہے تو رسی جس قوت سے جسم کو آگے کی طرف کھینچتی ہے اسی قوت سے آدمی کو پیچھے کی طرف کھینچتی ہے (رسی کا وزن نظر انداز کیا گیا ہے)



شکل میں (ب) آدمی کے جسم کا مرکزی خط ہے۔ ق اور ح وہ افقی اور عمودی قوتیں ہیں جن سے زمین اس کے پاؤں کو دباتی ہے اور جو ان قوتوں کے متساوی اور متقابل ہیں جن سے پاؤں زمین کو دباتے ہیں۔ ت رسی کا تناؤ ہے جو اس کے سروں پر متقابل سمتوں میں عمل کرتا ہے۔ اور ف وہ افقی قوت ہے جو زمین اور جسم کے درمیان ہے۔

آدمی حرکت کرتا ہے کیونکہ $ق < ت$
 جسم حرکت کرتا ہے کیونکہ $ت < ق$
 یعنی ابتداء حرکت میں $ق < ت < ق$
 جب آدمی اور جسم یکساں حرکت کر رہے ہوں تو یہ تینوں
 قوتیں برابر ہوں گی۔

(۵) اگر بڑے کے ایک تسمے کو ایک آدمی دونو ہاتھوں سے
 کھینچ کر لمبا کرے تو جس قوت سے تسمہ ایک ہاتھ کو
 کھینچے گا اسی قوت سے دوسرے ہاتھ کو کھینچے گا۔
 دو ریل گاڑیوں کے درمیان جو گڈیاں ہوتی ہیں وہ ایک
 گاڑی کو اسی قوت سے دھکیلتی ہیں جس قوت سے
 دوسری گاڑی کو۔



باب پنجم

قوانین حرکت (مسلل)

آسان سوالات کے حل میں انکا استعمال

(۷۴) دو ایسے ذرات کی حرکت جو ایک رسی سے
مربوط ہیں -

دو ذرے جن کی مقادیر مادہ m اور m ہیں ایک
ہلکی رسی کے سروں سے بندھے ہیں اور رسی ایسی
ہے کہ کھینچنے سے اس کا طول نہیں بڑھتا۔ رسی
ایک چھوٹی ثابت چکنی چرخہ پر سے گذرتی ہے۔
اگر $m < m$ تو اس نظام کی حرکت معلوم کرو اور
رسی کا تناؤ بھی دریافت کرو۔

فرض کرو کہ رسی کا تناؤ T پوٹل ہے۔
چونکہ چرخہ چکنی ہے اس لئے رسی کا
تناؤ اس کے طول کے ہر ایک
مقام پر یکساں ہے۔



چونکہ کچھ سے رسی کا طول نہیں بڑھتا اس لئے م کی حرکت اوپر کی طرف ہر آن وہی ہوگی جو م کی حرکت نیچے کی طرف ۔

پس ان کے اسراع (تبدیل رفتار کی شرحیں) مقدار میں مساوی ہوں گی۔

فرض کرو کہ مشترکہ اسراع ع ہے
م پر نیچے کی طرف عمل کرنے والی قوت (م ج - ت)
پونڈل ہے

لہذا $m \text{ ج} - ت = m \text{ ع}$ (۱)
اسی طرح م پر اوپر کی طرف عمل کرنے والی قوت
(ت - م ج) پونڈل ہے

ت - م ج = م ع (۲)
(۱) اور (۲) پر عمل جمع کرنے سے

$$ع = \frac{(m - m_2) \text{ ج}}{m + m_2} \text{ جو مشترکہ اسراع ہے}$$

چونکہ اسراع معلوم ہے اور غیر متبدل ہے اس لئے
دفعہ ۳۲ کی مساواتوں کے ذریعہ ایک مدت معلومہ میں
پے شدہ فاصلہ اور رفتار محصلہ معلوم ہو سکتی ہے۔

تجربہ - نتیجہ بالا کے استعمال سے ج کی قیمت کا تقریبی
حساب ہو سکتا ہے اگر ہم چرنی کی فرک وغیرہ کا لحاظ کریں
ایک الکی چرنی زمین سے مناسب بلندی پر اس طرح نصب

کرو کہ دونو جسموں کا طے کردہ فاصلہ ناپا جا سکے۔ چرنی پر ایک ہلکی رسی چڑھاؤ جس کے سروں سے دو جسم بند ہوں جن کی کمیت مادہ مساوی ہو (دفعہ ۸۲ میں جو شکل ط کے جسم ہیں وہ موزوں ہیں) تجربے سے جسم ح معلوم کرو جس کو ایک طرف کے جسم ط پر رکھنے سے وہ جسم بہت آہستہ اور یکساں رفتار سے نیچے کو اترے یہ جسم ح عموماً چھوٹا ہوتا ہے ہم اسے نظر انداز کریں گے۔ اب اسی جسم ط پر ایک اور جسم ق ایسا رکھو کہ اس میں زمین کی طرف اسراع ع سے حرکت پیدا کرے۔ اسراع ع ضابطہ مندرجہ بالا سے معلوم ہوگا کیونکہ $m = ط + ق$ اور $m = ط$

$$\therefore ع = \frac{(m - m_1) ج}{m + m_1} = \frac{ق ج}{ط + ق}$$

فاصلہ ف جو جسم نے طے کیا ناپو اور جتنی مدت و میں یہ فاصلہ طے ہوا وہ بھی معلوم کرو۔ تو

$$ف = \frac{1}{ط} ع = \frac{1}{ط} \frac{ق ج}{ط + ق} = ج و$$

اس مساوات میں سوائے ج کے سب مقادیر معلوم ہیں لہذا ج کی قیمت بھی معلوم ہو سکتی ہے۔

ایک تجربے میں ہم نے ایلو مینم کی ہلکی چرخہ استعمال کی تھی اور ط ۲۶۵ گرام تھا دفعہ ۸۲ کے جسم ق کی شکل کا ایک ۴ گرام کا جسم ط پر رکھنے سے بہت ہی آہستہ حرکت پیدا ہوئی یعنی اس جسم کا وزن رگڑ کی مزاحمت پر عین غالب آیا۔

ایک زائد جسم ۹ گرام کا رکھنے سے حرکت باسراع پیدا ہوئی اور ۵،۵ ثانیوں میں ۸ فٹ کا فاصلہ طے ہوا [یہ وقت بذریعہ ایک روک گھڑی کے صحیح طور پر معلوم ہو سکتا ہے۔ اگر ایک معمولی گھڑی ایسی ہو جو ایک سیکنڈ میں چار دفعہ آواز دے اس کو کان کے ساتھ لگانے سے بھی وقت ٹھیک معلوم ہو سکتا ہے۔

کئی دفعہ تجربہ کر کے اوسط لینا چاہئے [اگر ہم ۴ گرام کو نظر انداز کریں جو فرک کو مغلوب کرنے کے لئے استعمال کیا گیا تھا تو $m = 265 + 9$ اور $m = 274$

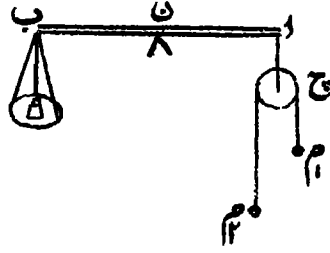
$$c = \frac{9}{539} \text{ ج}$$

$$\text{پس } 8 = \frac{1}{4} \times \frac{9}{539} (5,5)$$

$$\text{تقریباً } 3154 = \frac{4 \times 539 \times 2 \times 8}{121 \times 9} = \text{ج}$$

اس تجربے سے یہ اچھا خاصہ نتیجہ ہے۔

مساوات (۳۱) مندرجہ بالا میں تناؤات کی جو قیمت معلوم ہوئی اس کی تصدیق بذریعہ تجربہ ذیل ہو سکتی ہے۔



ایک یکساں سلخ (ب) اپنے نقطہ وسط (ن) کے گرد گھوم سکتی ہے اس کے سرے ب سے ایک پلڑا لٹکتا ہے اور دوسرے سرے ج سے ہمارے تجربہ بالا کی چرخ لٹکتی ہے۔ اگر دوران حرکت میں چرخ ج ساکن ہو تو رسی ج کا تناؤ بذریعہ مساوات (۳)

$$۲ \text{ ت} + \text{چرخ ج کا وزن} = \frac{۲ \text{ م} + \text{م}}{\text{م} + \text{م}} \text{ ج} + \text{چرخ کا وزن}$$

پس اگر سلخ (ب) کو افقی رکھنا مطلوب ہو تو پلڑے میں ایسے اوزان رکھنے چاہئیں جو اس تناؤ سے متوازن ہوں۔

عددی مثال۔ م = ۷۰ اور م = ۳۰ گرام ہو۔ فرض کرو کہ چرخ کی مقدار مادہ ہم گرام ہے اور پلڑے

۱۰ گرام -

دورین حرکت میں

$$۲ ت = \frac{۲ \times ۴۰ \times ۲}{۲ + ۴} ج = ۸۴ گرام وزن$$

اس نے پلٹے میں جو کس وزن رکھنا چاہئے وہ
= چرخہ ج کا وزن + ۸۴ گرام - ۱۰ گرام = ۷۴ گرام
۷۴ گرام پلٹے میں رکھو اور چرخہ ج کو پکڑو تاکہ گوش
نہ کرے لیکن ! ب انتہی رہے۔ اب م م م
کو حرکت کرنے دو۔ تو جتنی دیر حرکت جاری رہےگی
سلیخ بھی اتنی رہے گی۔ اس سے ثابت ہے کہ راج
کا سٹاؤ ۱۰۳ گرام وزن ہے جیسا حساب سے معلوم
ہوا۔

اگر یہی چرخہ کی تلوں پر سے بند دی جائے تاکہ حرکت
نہ ہو تو پلٹے میں جو وزن رکھے جائیں وہ

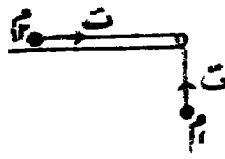
$$= ج + م + م + م کے وزن - پلٹے کا وزن$$

$$= ۲ + ۴۰ + ۲ - ۱۰ = ۳۴ گرام وزن$$

میں یہ ثابت ہوا کہ جب حرکت ہوتی ہے تو رسی کا
سٹاؤ کم ہوتا ہے اور جب حرکت نہیں ہوتی تو سٹاؤ
زیادہ ہوتا ہے۔

» (۵) « دو ذرے جن کی مقدار مادن م اور م میں
ایک جلی سی سے بندھے ہیں جو کچھنے سے بڑھ

نہیں سکتی۔ م ایک چکنی میز پر رکھا ہے اور سی
ایک ہلکی چکنی چمچی پر سے گزرتی ہے جو میز کے
کنارے پر نصب کی گئی ہے اور م آزادانہ لٹکتا
ہے۔ م اور م کی حرکت معلوم کرو



فرض کرو کہ سی کا تناؤ ت پوٹل ہے۔
میز پر م کی رفتار اور اسراع افقی سمت میں مساوی
ہونگے م کی رفتار اور اسراع کے جو سمت شاقولی
میں ہیں۔
فرض کرو کہ اسراع مشترکہ ع ہے۔
م پر نیچے کی طرف عمل کرنے والی قوت م ج۔ ت
ہے۔

۱. م ج۔ ت = م ع (۱)
م پر افقی سمت میں عمل کرنے والی قوت صرف
تناؤ ت ہے (کیونکہ م کا وزن میز کے جوابی
عمل کے ساتھ متوازن ہے)

۲. ت = م ع (۲)

علم حرکت ۱۴۲ باب پنجم

مساوات (۱) و (۲) پر عمل جمع کرنے سے

$$م ج = (م + م) ع$$

∴ $ع = \frac{م}{م + م} ج$ جو اسراع مطلوبہ ہے

اس لئے بذریعہ (۲) $ت = \frac{م}{م + م} ج$ پونڈل

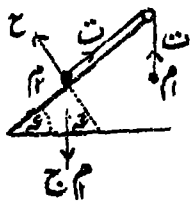
= ایک ایسے جسم کا وزن جس کی

مقدار مادہ $\frac{م}{م + م}$ ہے

(۷۶) دو جسم جن کی مقادیر مادہ $م$ اور $م$ ہیں ایک رسی سے مربوط ہیں $م$ ایک سطح مائل پر رکھا ہے جس کا میلان افق سے $ع$ ہے۔ سطح مائل کی چوٹی پر ایک چرخہ ہے جس پر سے رسی گذر کر دوسری طرف $م$ کو سہارتی ہے جو سمت شاقولی میں لٹکتا ہے۔ اگر $م$ نیچے کی طرف اترے تو $م$ اور $م$ کی حرکت دریافت کرو۔

فرض کرو کہ رسی کا تناؤ

پونڈل ہے۔ یہ ظاہر ہے کہ $م$ کی رفتار اور اسراع سطح کے اوپر کی طرف بالترتیب مساوی



علم حرکت ۱۲۳ باب پنجم

ہیں م کی رفتار اور اسراع کے شاقولی سمت میں -
 فرض کرو کہ یہ مشترکہ اسراع ع ہے -
 م کی حرکت کے لئے

م ج - ت = م ع (۱)
 م کا وزن م ج نیچے کی طرف سمت شاقولی میں عمل کرتا ہے

م ج کا جزء تحلیلی سطح مائل کی عمود وار سمت میں سطح کے جوابی عمل ح کے ساتھ متوازن ہے کیونکہ م کا اسراع سطح کی عمود وار سمت میں کچھ نہیں ہے۔ وزن کا جزء تحلیلی سطح مائل پر نیچے کی طرف م ج جب ع ہے اس لئے کل قوت سطح کے اوپر کی طرف (ت - م ج جب ع) ہوگی۔

اس لئے ت - م ج جب ع = م ع (۲)
 (۱) و (۲) پر عمل جمع کرنے سے باآسانی

$$ع = \frac{م - م جب ع}{م + م}$$

(۱) میں ع کی قیمت آ کر رکھنے سے

$$ت = م (ج - ع) = م ج - \frac{م - م جب ع}{م + م}$$

$$= \frac{م م (۱ + جب ع) + م م}{م + م} ج$$

جو سی کا تناؤ ہے۔

امثلہ نمبری (۱۰)

(۱) ایک رسی جس کے سروں سے ۹ پونڈ اور ۶ پونڈ کیت مادہ کے جسم بندھے ہوئے ہیں ایک چکنی چرخ پر سے گزرتی ہے۔ اس نظام کی حرکت اور رسی کا تناؤ معلوم کرو۔

(۲) دو ذرے جن کی مقادیر مادہ ۴ پونڈ اور ۹ پونڈ ہیں ایک ہلکی رسی سے مربوط ہیں اور رسی ایک چکنی چرخ پر سے گزرتی ہے۔ دریافت کرو (۱) مشترکہ اسراع (۲) رسی کا تناؤ (۳) رفتار باختتام ثانیہ پنجم (۴) فاصلہ طے شدہ در پنج ثانیہ۔

(۳) دو ذروں کی کیت مادہ ۱۱ پونڈ اور ۱۳ پونڈ ہے دونوں ایک ہلکی سی رسی کے دونوں سروں میں بندھے ہوئے ہیں رسی ایک ہلکی چکنی چرخ پر چڑھا دی گئی ہے۔ دریافت کرو (۱) چار ثانیہ کے بعد رفتار (۲) چار ثانیہ میں طے شدہ فاصلہ۔ اگر چار ثانیہ کے بعد رسی کو کاٹ دیا جا تو اس کے بعد ۶ ثانیہ میں ہر ایک ذرہ کتنا فاصلہ طے کرے گا؟

(۴) ۴۵۰ اور ۵۵۰ گرام کے دو جسم ایک ڈورے میں بندھے ہوئے ایک چکنی چرخ پر لٹکا دئے گئے ہیں۔

دریافت کرو کہ پہلے تین ثانیہ میں وہ کتنا فاصلہ طے کریں گے اور رسی کا تناؤ کیا ہو گا ؟

(۵) دو جسموں کی مقادیر مادہ ۵ پونڈ اور ۴ پونڈ ہیں۔ ان کو ایک رسی سے باندھ کر ایک بے حرک چرخ پر لٹکا دیا گیا ہے اور چرخ ایک کانٹے سے لٹکتی ہے۔ اگر حرکت اجسام کو نہ روکا جائے تو ثابت کرو کہ کانٹا $\frac{1}{2}$ پونڈ وزن کی قوت سے نیچے کھینچا جائے گا۔

(۶) تین تین پونڈ کے دو مساوی جسم رسی سے باندھ کر ایک کھوٹی پر لٹکا دئے گئے ہیں۔ اگر تین پونڈ کا ایک تیسرا جسم ان میں سے ایک پر رکھ دیا جائے تو دریافت کرو کہ کھوٹی کے دباؤ میں کس قدر اضافہ ہو گا ؟

(۷) دو مساوی جسم جن میں سے ہر ایک کی کمیت ط ہے ایک رسی سے مربوط ہیں جو ایک کھوٹی پر سے گذرتی ہے۔ ان میں سے ایک پر ایک تیسرا جسم (کمیت ط) رکھ دیا گیا ہے۔ دریافت کرو کہ کھوٹی پر کا دباؤ کس قدر زیادہ ہو جائے گا ؟

(۸) دو جسم جن میں سے ہر ایک کی کمیت م ہے ایک رسی سے بندھے ہیں جو ایک چکنی چرخ پر سے گذرتی ہے۔ دریافت کرو کہ ایک جسم میں سے کس قدر مادہ نکال کر دوسرے جسم پر رکھ دیا جائے کہ یہ نظام پانچ سیکنڈ میں ۲ فٹ کا فاصلہ طے کرے۔

(۹) تین پونڈ کا ایک جسم سمت شاقولی میں نیچے کی طرف حرکت کر کے ایک رسی کے ذریعے جو ایک چرخہ پر سے گذرتی ہے ایک دو پونڈ کے جسم کو اوپر کی طرف کھینچتا ہے۔ پانچ سیکنڈ کے بعد رسی ٹوٹ جاتی ہے۔ دریافت کرو کہ دو پونڈ کا جسم اور کتنا اونچا جائے گا؟

(۱۰) ۹ پونڈ کمیت کا ایک جسم ایک چکنی میز پر اس کے کنارے سے آٹھ فٹ کے فاصلے پر رکھ کر رسی سے بندھ دیا گیا ہے اور رسی میز کے کنارے پر سے گذر کر دوسرے سرے پر ایک پونڈ کمیت کے جسم سے بندھی ہے۔ دریافت کرو

(۱) مشترکہ اسراع

(۲) کتنی مدت میں جسم میز کے کنارے پر پہنچے گا؟

(۳) میز پر سے گرتے وقت اس کی رفتار کیا ہوگی؟

(۱۱) ۳۵۰ گرام کمیت کا ایک جسم ایک چکنی میز پر اس کے کنارے سے ۲۵، ۲۴، ۲۳ سینٹی میٹر کے فاصلے پر رکھا ہے اور ایک ہلکی رسی کا ایک سرا اس جسم سے بندھا ہے اور پھر رسی میز کے کنارے پر سے گذر کر دوسری طرف پچاس گرام کے ایک جسم کو سہارتی ہے جو آزادانہ لگتا ہے۔ دریافت کرو کہ پہلا جسم کتنی مدت میں میز پر سے گر جائے گا؟

(۱۲) ایک ذرہ جس کی کمیت ۵ پونڈ ہے ایک چکنی مائل

سطح پر رکھا ہے جس کا میلان افق سے ۳۰° ہے۔ ایک رسی اس ذرے سے باندھ کر سطح کی چوٹی پر سے گزار دی گئی ہے اور اس کے دوسرے سرے پر ۳ پونڈ کمیت کا ایک ذرہ باندھ دیا گیا ہے جو بلا تکلف لٹکتا ہے۔ دریافت کرو (۱)، مشترکہ اسراع (۲) رسی کا تناؤ (۳) سیکنڈ کے بعد رفتار (۴) ۳ سیکنڈ میں طے شدہ فاصلہ۔

(۱۳) ۴ پونڈ کمیت کا ایک ذرہ ایک مائل سطح کے پایہ پر رکھا گیا ہے جس کا میلان افق سے ۴۵° ہے اور طول ۷ فٹ ہے۔ اس ذرے سے رسی باندھ کر سطح کی چوٹی پر سے گزاری گئی ہے اور رسی کے دوسرے سرے پر ۳ پونڈ کمیت کا ایک ذرہ بندھا ہے جو سمت شاقولی میں لٹکتا ہے اس صورت میں مشترکہ اسراع دریا کرو اور یہ بھی معلوم کرو کہ پہلا ذرہ کتنے وقت میں سطح

کی چوٹی پر پہنچے گا؟
(۱۴) ایک سطح مائل کا طول اس کے ارتفاع سے دوگنا ہے اس کی چوٹی پر ایک چرخی لگی ہے جس پر ایک رسی گزرتی ہے۔ رسی کے ایک سرے سے ۱۲ پونڈ کمیت کا ایک جسم بندھا ہے جو سطح مائل پر رکھا ہے اور دوسرے سرے سے ۸ پونڈ کمیت کا ایک جسم بندھا ہے جو نیچے لٹکتا ہے۔ دریافت کرو کہ ۵ سیکنڈ میں دونو جسم کتنا فاصلہ طے کریں گے؟

(۱۵) ایک سطح مائل ایک مینر کے ساتھ جوڑ کر اس طرح رکھی ہے کہ سطح مائل کی چوٹی مینر کی سطح کے عین برابر ہے۔ ۶ اونس کمیت کا ایک ذرہ سطح مائل پر نیچے کی طرف پھسلتا ہے اور پھسلنے میں ایک دوسرے ذرے کو جو مینر پر ہے رسی کے ذریعہ ۵ سیکنڈ میں ۳ فٹ کھینچتا ہے۔ مینر پر کے ذرے کی کمیت دریافت کرو۔

(۱۶) ایک چکنی چرخہ پر سے رسی گزرتی ہے۔ اس کے ایک طرف ۴ اونس کمیت کا جسم بندھا ہے اور دوسری طرف ایک اس سے بڑا جسم بندھا ہے۔ دریافت کرو کہ بڑے جسم کی مقدار کیا ہونی چاہیے اگر تین سیکنڈ حرکت جاری رہنے کے بعد رسی کاٹنے سے چھوٹا جسم $\frac{1}{4}$ فٹ اور اوپر جا سکے؟

(۱۷) ترازو کے دو پلڑے جن میں سے ہر ایک کی کمیت ۳ پونڈ ہے ایک رسی سے باندھ کر ایک چرخہ پر چڑھا دئے گئے ہیں۔ دریافت کرو کہ ۱۲ پونڈ مادہ کے دو حصے کس طرح کر کے پلڑوں میں رکھے جائیں کہ بڑا حصہ پانچ سیکنڈ میں ۵۰ فٹ نیچے اترے؟

(۱۸) دو رسیاں ایک چکنی چرخہ پر سے گزرتی ہیں۔ ایک طرف وہ علیحدہ علیحدہ دو جسموں سے بندھی ہیں جن کی کمیت ۳ پونڈ اور ۴ پونڈ ہے اور دوسری طرف ۵ پونڈ کمیت کے ایک جسم سے مربوط ہیں۔ تو رسیوں کے

تناؤ اور نظام کا اسراع دریافت کرو۔

(۱۹) ایک رسی ایک چرخ پر چڑھی ہے اس کے ایک سرے سے ۱۰ پونڈ وزن بندھا ہے اور دوسرے سرے سے ۸ اور ۴ پونڈ کے اوزان بندھے ہیں۔ ۵ سیکنڈ کی حرکت کے بعد ۴ پونڈ کا وزن علیحدہ کر دیا جاتا ہے۔ دریافت کرو کہ کتنا مزید فاصلہ طے کرنے کے بعد وزن ساکن ہونگے؟

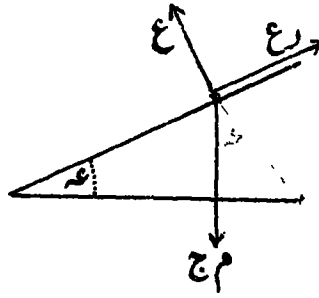
(۲۰) دو نا مساوی جسم ایک رسی سے باندھ کر ایک چرخ پر چڑھا دیئے گئے ہیں۔ ثابت کرو کہ دوران حرکت میں چرخ کے محور کا دباؤ اس کے سہاروں پر جسموں کے مجموعہ اوزان سے کم ہے۔

(۲۱) ایک رسی ایک چکئی مینر پر اس کے دو مقابل کے کناروں پر عمود وار پٹمی ہے اور اس کے سروں سے دو جسم بندھے ہیں جن کی کمیت ط اور ق ہے اور جو سمت شاقولی میں لٹکتے ہیں۔ اگر ایک جسم جس کی کمیت م ہو رسی کے اس حصے سے باندھ دیا جائے جو مینر پر ہے تو ثابت کرو کہ اس

نظام کا اسراع $\frac{ط - ق}{ط + ق + م}$ ج ہوگا۔

(۷۷) ایک کھردری سطح پر حرکت۔ ایک ذرہ ایک کھردری سطح مائل پر نیچے کی طرف پھسلتا ہے۔

علم حرکت ۱۵۰ باب پنجم
 اگر سطح کا میلان اقل سے عہ ہو اور قدر فرک ر ہو
 تو حرکت دریافت کرو۔
 فرض کرو کہ ذرہ کی کیت م ہے تو اس کا وزن م ج
 پونڈل ہوا۔ فرض کرو کہ سطح کا عمودی عمل ع ہے
 اور فرک ر ع ہے۔



سطح کی عمودی سمت میں کل قوت
 $= (ع - م ج \sin \epsilon)$ پونڈل
 سطح کے نیچے کی طرف کل قوت
 $= (م ج \cos \epsilon - ر ع)$ پونڈل
 چونکہ سطح کی عمودی سمت میں حرکت نہیں ہو سکتی اسلئے
 حرکت میں تبدیلی بھی نہیں ہو سکتی۔ یعنی اس سمت
 میں اسراع صفر ہے۔ لہذا اس سمت میں کل قوت
 بھی صفر ہو گی۔
 $ع - م ج \sin \epsilon = \dots \dots \dots (۱)$
 نیز سطح کے نیچے کی طرف اسراع

$$\text{حرکت دینے والی قوت} = \frac{\text{م ج جب عہ - رع}}{\text{م}} = \text{مقدار مادہ جو حرکت دی گئی}$$

= ج (جب عہ - رجم عہ) بوجب (۱)

پس اگر ذرہ حالت سکون سے شروع ہو کر سطح کا طول لے کرے تو اس صورت میں اس کی رفتار محصلہ

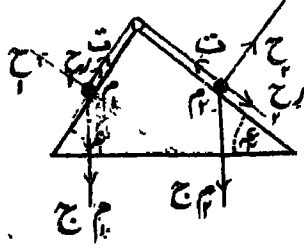
بوجب دفعہ ۳۲ | ۲ ج ل (جب عہ - رجم عہ) ہوگی

اسی طرح اگر ذرہ سطح کے اوپر کی طرف پھینکا جائے تو ہمیں اس کی علامت بدلتی پڑے گی اور اس کا اسراع اسکی حرکت کے متقابل سمت میں ج (جب عہ + رجم عہ) ہوگا۔ (۷۸)

مساوی ہیں اور ان کے میلان افق سے عہ اور عہ ہیں۔ دونو سطحوں کو جوڑ کر اس طرح رکھا گیا ہے کہ ان کی چوٹیاں ملتی ہیں۔ دو جسم م اور م جو ایک رسی سے بندھے ہیں دونو سطحوں پر رکھے گئے ہیں اور رسی ایک چرخ پر سے گزرتی ہے جو سطحوں کی مشترکہ چوٹی پر لگی ہے۔ اگر م نیچے کی طرف پھسلنا شروع کرے تو حرکت دریافت کرو۔

فرض کرو کہ رسی کا تناؤ ت ہے۔ اور فرض کرو کہ

سطحوں کے عمل ج اور ح ہیں اور قدر فرک ر ہے۔



چونکہ م کی حرکت نیچے کی طرف ہے اس لئے اس پر فرک
اوپر کی طرف عمل کرتی ہے اور م اوپر کی طرف حرکت
کرتا ہے اس لئے اس پر فرک کا عمل نیچے کی طرف ہے۔
لہذا م پر نیچے کی طرف عمل کرنے والی کل قوت

$$= م ج جب عہ - ت - ر ح$$

$$= م ج (جب عہ - رجم عہ) - ت$$

پس اگر دونوں ذروں کا مشترکہ اسراع ع ہو تو

$$م ج (جب عہ - رجم عہ) - ت = م ع (۱)$$

اسی طرح م پر اوپر کی طرف عمل کرنے والی کل قوت

$$= ت - ر ح - م ج جب عہ$$

$$= ت - م ج (جب عہ + رجم عہ)$$

$$لہذا ت - م ج (جب عہ + رجم عہ) = م ع (۲)$$

(۱) اور (۲) کو جمع کرنے سے

$$ع (م + م) = ج [م (جب عہ - رجم عہ) - م (جب عہ + رجم عہ)]$$

اس مساوات سے اسراع مطلوبہ حاصل ہوگا۔
(۷۹) ایک ریل گاڑی کی کیت ۵۰ ٹن ہے۔ جس ٹائل
سڑک پر گاڑی اوپر کی طرف جا رہی ہے اس کا میلان
۱۰۰ میں ایک ہے۔ انجن کی مستقل قوت ایک ٹن وزن
کے مساوی ہے اور فرک وغیرہ کی مزاحمت فی ٹن ۸ پونڈ
وزن کے برابر ہے۔ گاڑی کی حرکت کا اسراع دریافت

کرو۔

حرکت کو روکنے والی قوتیں دو ہیں۔ ایک گاڑی کے
وزن کا جزء تحلیلی سطح ٹائل کے نیچے کی طرف دوسری
مزاحمت فرک وغیرہ۔

فرکی مزاحمت 50×8 یعنی ۴۰۰ پونڈ وزن کے برابر ہے

زاویہ میلان θ ہے جہاں جب $\theta = \frac{1}{100}$
گاڑی کے وزن کا جزء تحلیلی سطح ٹائل کے نیچے کی طرف
 $= \text{وزن} \times \text{جب} \theta = 50 \times 2240 \times \frac{1}{100}$ پونڈ وزن

$= 1120$ پونڈ وزن

پس جملہ قوت جو حرکت کو روکتی ہے $= 1520$ پونڈ وزن
لیکن انجن کی قوت ۲۲۴۰ پونڈ وزن کے مساوی ہے
اس لئے چال کو بڑھانے والی قوت $(2240 - 1520)$
یعنی ۷۲۰ پونڈ وزن یا ۷۲۰ ج پونڈل کے مساوی ہے
مقدار مادہ جس کو حرکت دی جاتی ہے 2240×50 پونڈ

ہے۔

پس اسراع = $\frac{ج ۲۰}{۲۲۴۰ \times ۵۰} = \frac{ج ۹}{۱۴۰۰}$ فٹ ثانیہ اکائیاں
 جب اسراع معلوم ہو گیا تو ہم بموجب دفعہ ۳۲ وقت
 مفروض میں حاصل شدہ رفتار اور طے شدہ فاصلہ معلوم
 کر سکتے ہیں۔

امثلہ نمبری (۱۱)

(۱) ۵ پونڈ کمیت کا ایک جسم ایک کھردری میز پر رکھا
 ہے اس سے ایک رسی بندھی ہے جو میز کے کنارے
 پر سے گذر کر دوسری طرف ۸ پونڈ کمیت کے ایک جسم
 کو سہاتی ہے۔ اگر قدر فرک $\frac{۱}{۲}$ ہو تو حاصل اسراع
 دریافت کرو۔

اگر اسراع آزادانہ گرنے والے جسم کے اسراع کا نصف
 ہو تو معلوم کرو کہ قدر فرک کیا ہوگی؟

(۲) ایک جسم بکمیت ق ایک افقی میز پر جس کی
 قدر فرک ۳ ہے رکھا ہے۔ ایک دوسرا جسم جسکی
 کمیت ۳ ق ہے پہلے جسم سے ایک رسی کے
 ذریعہ وصل کیا گیا ہے۔ دوسرا جسم میز کے کنارے
 پر سے نیچے لگتا ہے۔ آغاز حرکت سے ۴ سینکڑ بعد
 رسی ٹوٹ جاتی ہے۔ دریافت کرو کہ اس وقت رفتار کیا ہوگی؟
 رسی ٹوٹنے کے بعد ق جس مقام پر ساکن ہوگا اسکا

فاصلہ ق کے مقام اول سے دریافت کرو۔
 (۳) ۲۰۰ گرام کمیت کا ایک جسم ایک رسی سے باندھ کر
 ایک کھردری میز پر رکھا گیا ہے اور رسی میز کے کنارے
 پر سے گذر کر دوسری طرف ۴۰ گرام کمیت کے ایک جسم
 کو سہارتی ہے جو نیچے لٹکتا ہے۔ میز چلنی ہونے کی
 صورت میں جتنے وقت میں یہ نظام ایک مفروضہ رفتار
 حاصل کرے اس سے دو گنے وقت میں میز کھردری ہونیکی
 صورت میں وہی رفتار حاصل ہوتی ہے۔ قدر فرق
 دریافت کرو۔

(۴) ۱۰ پونڈ کمیت کا ایک جسم ایک کھردری سطح پر رکھا
 گیا ہے جس کی قدر فرق $\frac{1}{10}$ ہے اور جس کا میلان
 افق سے ۳۰° ہے۔ اگر سطح کا طول ۴ فٹ ہو اور
 ۱۵ پونڈ وزن کی قوت جسم پر سطح کے متوازی عمل
 کرے تو سطح کی چوٹی تک پہنچنے میں کتنا وقت خرچ
 ہوگا اور رفتار محصلہ کیا ہوگی؟

(۵) اگر سوال بالا میں جسم سے رسی بندھی ہو جو سطح
 کی چوٹی پر سے گذر کر دوسری طرف ۱۵ پونڈ کمیت کے
 جسم کو سہارے تو وقت اور رفتار دریافت کرو۔

(۶) ایک کھردری سطح کا طول ۱۰۰ فٹ ہے اور اس کا
 میلان افق سے جباً $\frac{3}{5}$ ہے اور قدر فرق $\frac{1}{10}$ ہے۔
 ایک جسم حالت سکون سے سطح کی چوٹی پر سے نیچے کی

طرف پھسلتا ہے۔ دریافت کرو کہ سطح کے نچلے سرے پر جسم کی کیا رفتار ہوگی؟

اگر جسم سطح کے اوپر کی طرف پھینکا جائے اور عین چوٹی تک پہنچ جائے تو اس کی ابتدائی رفتار کیا ہوگی؟
(۷) ایک ذرہ ایک کھردری مائل سطح پر نیچے کی طرف پھسلتا ہے۔ سطح مائل کا میلان افق سے 30° ہے اور قدر فرک $\frac{1}{2}$ ہے۔ تو ثابت کرو کہ اس صورت میں کوئی سا فاصلہ طے کرنے میں جس قدر وقت صرف ہوگا وہ چکنی سطح کی صورت سے دوگنا ہوگا۔

(۸) دو کھردری سطحوں کے میلان افق سے 30° اور 40° ہیں اور ان کے ارتفاع مساوی ہیں۔ ان کو پشت بہ پشت ملا کر رکھا گیا ہے اور ۵ اور ۱۰ پونڈ کمیت کے دو جسم رسی سے وصل کر کے ان پر رکھ دئے گئے ہیں۔ رسی انکی مشترکہ چوٹی پر سے گذرتی ہے۔ اگر قدر فرک $\frac{1}{2}$ ہو تو اسراع معلوم کرو۔

(۹) سوال بالا میں جسموں کا باہمی تبادلہ کرنے سے کیا اسراع ہوگا؟

(۱۰) ایک ریل گاڑی ایک افقی سڑک پر ۱۵ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے۔ اگر بھاپ کو اچانک بند کر دیا جائے تو معلوم کرو کہ گاڑی کتنی دور چل کر ساکن ہو جائے گی۔ مزاحمت ۸ پونڈ وزن فی ٹن ہے۔

(۱۱) ۲۰۰ ٹن کمیت کی ایک ریل گاڑی ۳۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے۔ اگر وہ ۶۰ گزر چل کر ساکن ہو جائے تو فرکی مزاحمت کا مقابلہ ایک ٹن کے وزن سے کرو۔

(۱۲) ایک ریل گاڑی ایک افقی سڑک پر ۳۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جا رہی ہے۔ فرک وغیرہ کی مزاحمت فی ٹن ۱۰ پونڈ وزن ہے۔ اگر بھاپ کو بند کر دیا جائے تو معلوم کرو کہ گاڑی کتنے وقت میں اور کتنا فاصلہ طے کر کے ساکن ہوگی؟

(۱۳) اگر سوال بالا میں ریل کی سڑک ایک سطح مائل ہو جس کا میلان ۱۱۲ میں ایک ہو تو اس صورت میں وقت اور فاصلہ مطلوبہ کیا ہوگا؟

(۱۴) ۲۰۰ ٹن کمیت کی ایک ریل گاڑی ۴۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے۔ ریل کی سڑک کا میلان ۱۲۰ میں ایک ہے۔ اگر وہ نصف میل چل کر ساکن ہو جائے تو فرکی مزاحمت کیا ہوگی؟

(۱۵) ایک ریل کی سڑک کا میلان افقی سے ۱۰۰ میں ایک ہے۔ ایک ریل گاڑی ایک میل اسی سڑک پر نیچے کی طرف چل کر افقی سڑک پر چلنے لگتی ہے۔ اگر فرکی مزاحمت فی ٹن ۸ پونڈ وزن ہو تو افقی سڑک پر گاڑی کتنی دور جائے گی؟

(۱۶) ایک ریل گاڑی جس کی کمیت ۱۲۰ ٹن ہے ۱۵ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے۔ چلتے چلتے سڑک میں میلان شروع ہوا جو ۱۲۸ میں ایک ہے۔ میلان شروع ہوتے ہی بھاپ بند کردی گئی۔ اگر مائل سڑک کا طول نصف میل ہو اور فرکی مزاحمت فی ٹن ۱۰ پونڈ وزن ہو تو معلوم کرو کہ میلان ختم ہونے کے بعد افقی سڑک پر کتنا فاصلہ طے کر کے گاڑی ساکن ہوگی؟

(۱۷) سوال بالا میں اگر میلان ختم ہوتے ہی ایک بریک گاڑی وزنی ۱۰ ٹن کے تمام پہیوں کی گردش بند کردی جائے اور پہیوں اور سڑک کے درمیان قدر فرک ۵، ہو تو گاڑی کا طے کردہ فاصلہ دریافت کرو۔

(۱۸) ۳۰ ٹن کمیت کا ایک انجن ۱۳۰ ٹن کمیت کی ایک ریل گاڑی کو کھینچتا ہے۔ اگر فرک کل گاڑی کے وزن کا $\frac{1}{5}$ ہو اور ایک میل کا فاصلہ طے ہونے کے بعد چال ۴۵ میل فی گھنٹہ ہو تو انجن کی قوت دریافت کرو۔ اگر انجن ریل گاڑی کو حرکت دینے کے عین ناقابل ہو تو سڑک کا میلان کیا ہو گا؟

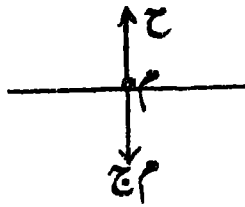
اگر ریل گاڑی مائل سڑک کے نیچے کی طرف یکساں رفتار سے چلے در حالیکہ بھاپ اور بریک عمل نہ کرتے ہوں تو سڑک کا میلان دریافت کرو۔

(۸۰) ۴ پونڈ کمیت کا ایک جسم ایک افقی سطح پر

علم حرکت ۱۵۹ باب پنجم

رکھا گیا ہے جو سمت راس میں اوپر کی طرف اسراع ع سے حرکت کرتی ہے۔ جسم اور سطح کا تعامل دریافت کرو۔

فرض کرو کہ جسم اور سطح کا تعامل ح ہے۔



چونکہ اسراع سمت راس میں

اوپر کی طرف ہے اس لئے

جسم پر عمل کرنے والی قوت

مجموعی اوپر کی طرف سمت

راس میں ہوگی۔

پس مجموعی قوت (ح - م ج) اوپر کی طرف سمت

راس میں ہے اور اس قوت سے اسراع ع پیدا

ہوتا ہے۔ پس

$$ح - م ج = م ع$$

جس سے ح حاصل ہوگا۔

اگر جسم نیچے کی طرف اسراع ع سے حرکت کرے تو

حسب طریق بالا ثابت ہو سکتا ہے کہ تعامل ح ذیل

کی مساوات سے حاصل ہوگا

$$م ج - ح = م ع$$

واضح رہے کہ جب جسم اوپر کی طرف حرکت کرتا ہے

تو تعامل جسم کے وزن سے زیادہ ہوتا ہے اور جب

جسم کی حرکت نیچے کو ہوتی ہے تو تعامل جسم کے

وزن سے کم ہوتا ہے۔
 مثال (۱) جسم کی کمیت ۲۰ پونڈ ہے اور اس کی حرکت
 (۱) ۱۲ فٹ ثانیہ اکائیوں کے اسراع سے اوپر کی طرف
 ہے (۲) اسی اسراع سے نیچے کی طرف ہے۔ دونوں
 صورتوں میں تعامل دریافت کرو۔
 پہلی صورت میں

$$۱۲ \times ۲۰ = ج$$

$$ج = ۲۰ (۱۲ + ۳۲) = ۲۰ \times ۴۴ = ۸۸۰ \text{ پونڈ کا وزن}$$

دوسری صورت میں

$$۱۲ \times ۲۰ = ج$$

مثال (۲) دو ترازو کے پلڑوں میں سے ہر ایک کی
 کمیت ۴۰ ہے۔ ان کو ایک رسی کے سروں سے
 باندھ کر رسی ایک چرخ پر چڑھا دی گئی ہے اور پلڑوں
 میں ۴۰ اور ۴۰ کمیت کے جسم رکھے گئے ہیں۔ ثابت
 کرو کہ دوران حرکت میں پلڑوں کے تعامل بالترتیب
 یہ ہوں گے

$$\frac{۴۰ (۴۰ + ۴۰)}{۴۰ + ۴۰} \text{ ج اور } \frac{۴۰ (۴۰ + ۴۰)}{۴۰ + ۴۰} \text{ ج}$$

فرض کرو کہ اسراع مشترک ع ہے اور فرض کرو کہ

تب بموجب دفعہ ۷۴

$$ع = \frac{م - م}{م + م + م} ج$$

فرض کرو کہ م اور اس کے پلڑے کے درمیان تعامل
ح ہے تو م کی حرکت پر علیحدہ غور کرنے سے ظاہر
ہے کہ م پر عمل کرنے والی جملہ قوت م ج - ح ہے
اور اس کا اسراع ع ہے۔

$$لہذا \quad م ج - ح = م ع$$

$$\therefore ح = م (ج - ع)$$

$$ج = \frac{م (م + م)}{م + م + م}$$

(۸۱) ایک ضلع میں ۱۲ گھنٹہ میں ۳ انچ بارش ہوئی۔
یہ فرض کر کے کہ بارش کے قطرے نصف میل کی
بلندی سے بغیر کسی روک کے گرتے ہیں معلوم کرو کہ
بارش کی وجہ سے ضلع کی زمین پر فی مربع میل کتنا
دباؤ پڑا۔ یہ تسلیم کر لیا جائے کہ ایک مکعب فٹ
پانی کی کمیت ایک ہزار اونس ہے۔

ایک مربع فٹ پر جو بارش ہوتی ہے اس کا حجم $\frac{1}{12}$
مکعب فٹ ہے اور اس کی کمیت ۲۵۰ اونس ہے۔
اس لئے بارش کی کمیت جو ایک ثانیہ میں زمین پر

پڑتی ہے

$$\frac{5}{94 \times 144} = \frac{1}{40 \times 40 \times 12} \times \frac{250}{16} =$$

بارش کے ہر ایک قطرے کی رفتار زمین پر پڑنے کے وقت

$$= \sqrt{33.16} \times 2 \times 3 \times 330 = 33.16 \text{ فٹ فی ثانیہ}$$

لہذا معیار حرکت جو فی سیکنڈ نابود ہوتا ہے

$$= \frac{33.16 \times 5}{844} \text{ یعنی } 33.16 \times \frac{5}{94 \times 144} =$$

لیکن معیار حرکت کی جتنی اکائیاں فی سیکنڈ نابود ہوتی ہیں قوت عالمہ میں اتنے ہی پونڈل ہوتے ہیں -
لہذا زمین پر دباؤ فی مربع فٹ

$$= \frac{33.16 \times 5}{844} \text{ پونڈل}$$

پس دباؤ فی مربع میل

$$= \frac{33.16 \times 5}{844 \times 32} \times 640 \times 640 \times 9 =$$

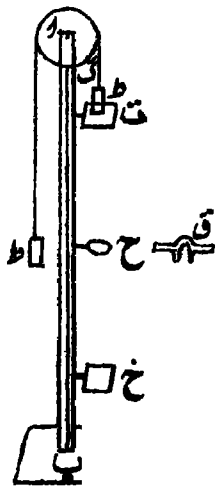
$$= 21 \text{ ٹن کا وزن تقریباً}$$

اسی طرح اگر پانی کی ایک دھار کسی دیوار پر پڑے تو دیوار پر دباؤ فی مربع فٹ ۲۱ ٹن ہوگا جہاں ۲۱ ٹن ایک کعب فٹ پانی کی کمیت پونڈوں میں ہے اور

۱۔ رفتار فی ثانیہ فٹوں میں ہے۔ کیونکہ ایک ثانیہ میں مادہ کی مقدار ہم ۱ دیوار پر پڑتی ہے اور پانی کے ہر ذرے کی رفتار ۱ ہے یعنی جملہ معیار حرکت جو ایک ثانیہ میں نابود ہوتا ہے وہ ہم ۱ x ۱ یعنی ہم ۱ ہے۔

(۸۲) آئیٹ وڈ کی مشین۔ یہ مشین قوانین حرکت کی تصدیق کے لئے استعمال ہوتی ہے اور اس کے ذریعہ ج کی قیمت کا تقریبی اندازہ بھی لگ سکتا ہے۔ اس کی نہایت سادہ شکل یہ ہے۔

ایک سیدھی لکڑی جو درجہ دار ہوتی ہے سمت راس میں زمین میں گاڑی جاتی ہے اور لکڑی کی چوٹی پر ایک ہلکی چرخ ہوتی ہے جو بغیر کسی روک کے گھوم سکتی ہے۔ اس لکڑی پر ایک حلقہ ح اور دو تختیاں ت اور خ ہوتی ہیں جو



پیمچوں کے ذریعے جہاں چاہیں نصب کی جاسکتی ہیں۔ تختی ت کو جس وقت چاہیں نیچے گرا سکتے ہیں۔ چرخ پر ایک باریک رسی گزرتی ہے جس کے سروں پر دو لمبے پتلے مسی اوزان ط بندھے ہوتے ہیں

جن میں سے ایک حلقہ ح میں سے باسانی تمام گزر سکتا ہے۔

ایک وزن ق ، ط پر رکھا جاتا ہے اور تختی ت کو گرا دیا جاتا ہے۔ اس طرح حرکت شروع ہوتی ہے۔ تختی ت کو گرانے سے یہ مطلب ہے کہ وہ اسی مقام پر لکڑی کے متوازی نیچے کی طرف نکلنے لگتی ہے تاکہ ط اور ق حرکت کر سکیں۔ جب ط اور ق چلتے چلتے حلقہ ح پر پہنچتے ہیں تو ط حلقے میں سے گزر جاتا ہے اور ق حلقے پر رہ جاتا ہے اور وزن ط فاصلہ ح خ یکساں رفتار سے طے کرتا ہے۔ وقت و جو یہ فاصلہ طے ہونے میں لگتا ہے احتیاط سے ناپ لیا جاتا ہے۔

ت سے ح تک گرنے میں اس نظام کا اسراع بموجب دفعہ ۷۲، یہ ہے

$$\frac{(ق + ط) - ط}{ط + (ط + ق)} ج \quad \text{یعنی} \quad \frac{ق}{ط + ط} ج$$

فرض کرو کہ یہ اسراع = ع اور فرض کرو کہ فاصلہ ت خ = ف
تو ح پر پہنچنے کی رفتار ر ذیل کی مساوات سے حاصل ہوگی
ر = ۲ ع ف

ح گزرنے کے بعد فاصلہ ح خ یکساں رفتار سے طے ہوتا ہے۔

ہذا اگر $ح = ف$ تو

$$و = \frac{ف}{ر} = \frac{ف}{\sqrt{۲} ع ف}$$

$$: ف = \frac{۲ ق}{ق + ط} ج ف و$$

چونکہ اس مساوات میں جتنی مقادیر ہیں وہ سب ناپی جاسکتی ہیں اس لئے اس سے ج کی قیمت معلوم ہو سکتی ہے۔

ط، ق، ف اور ف کو مختلف قیمتیں دینے سے تمام بنیادی قوانین حرکت کی تصدیق ہو سکتی ہے۔ ج کی قیمت عملاً اس طریقہ سے زیادہ صحیح طور پر معلوم نہیں ہو سکتی۔ ایٹ وڈ کی مشین کی دلچسپی کا باعث خاص کر اس کی قدامت ہے۔ اور بوجہ ذیل اس مشین کے ذریعہ سے صحیح نتائج حاصل نہیں ہو سکتے۔ اول چرخ کی کمیت مادہ جو نظر انداز نہیں ہو سکتی۔ دوم چرخ کے محور کی فرک۔ سوم ہوا کی مزاحمت۔ چہارم یہ کہ تجربہ میں وقت کا صحیح طور پر ناپنا بھی

مشکل ہے۔ یہ ظاہر ہے کہ گلیلیو کی سطح ماٹل اور ایٹ وڈ کی مشین دونوں کا مقصد قوت جاذبہ ارض کے اثر کو کم

کرتا ہے تاکہ نتائج ناپے جاسکیں۔ اگر چرخ کا محور ثابت سہاروں پر نہ ہو بلکہ چار چرخوں کے محیطوں پر ہو جن میں سے دو ایک طرف ہوں اور دو دوسری طرف اور چاروں بغیر کسی روک کے گھوم سکتے ہوں تو محور کی فرک کم ہو سکتی ہے۔

اس تجربہ سے حتی الامکان صحیح نتائج حاصل کرنے کے دیگر وسائل بھی ہیں۔ مثلاً تختی تار کو جب چاہیں فوراً نیچے کرنے کا سامان۔

(۸۳) ایٹ وڈ کی مشین کے ذریعہ ثابت کرو کہ ایک مفروض جسم کا اسراع اس پر عمل کرنے والی قوت کے تناسب ہے۔

پہلے ہم تسلیم کر لیں گے کہ مسئلہ ثبوت طلب درست ہے پھر ہم دیکھیں گے کہ جو نتائج اس سے مستنبط ہوتے ہیں ان کی تصدیق بذریعہ تجربہ ہوتی ہے یا نہیں۔ طریق عمل کی تشریح کیلئے ہم ایک عدد مثال لینگے۔ فرض کرو کہ ط $\frac{1}{4}$ ۴ اونس ہے اور ق ایک اونس یعنی حرکت کرنے والی مقدار مادہ ۱۰۰ اونس ہے اور حرکت دینے والی قوت ایک اونس کا وزن ہے۔

لہذا اس نظام کا اسراع $\frac{1}{4}$ ج ہے (دفعہ ۴۴) فرض کرو کہ فاصلہ ت ح = افٹ ، اس لئے جب ق حلقے پر الٹ کر رہ جاتا ہے اسوقت

رفار $\left[۲۲ \times \frac{۲۲}{۱۰۰} \right]$ یعنی $\frac{۸}{۵}$ فٹ فی ثانیہ ہوگی

جہاں ج بغرض سہولت ۳۲ کے برابر لیا گیا ہے۔
فرض کرو کہ تختی خ ایسے مقام پر لگائی گئی ہے
کہ فاصلہ ح خ طے ہونے میں ۲ سیکنڈ صرف
ہوتے ہیں۔

تب $ح خ = ۲ \times \frac{۸}{۵} = \frac{۱۶}{۵}$ فٹ
اب حالات کو تبدیل کر دو۔ ط کو ۸ م اور ق کو ۴ م
اونس کر دو۔ حرکت کرنے والے مادہ کی مقدار اب
بھی ۱۰۰ اونس ہے اور حرکت دینے والی قوت ۴ اونس
کے وزن کے برابر ہوگی۔

اب اسراع $= \frac{۲۲}{۱۰۰}$

اور ح پر پہنچنے کے وقت رفار $\left[۲۲ \times \frac{۲۲}{۱۰۰} \right] = \frac{۸}{۵}$ فٹ
فی ثانیہ ۲ ثانیہ میں اب $\frac{۱۶}{۵}$ فٹ کا فاصلہ طے ہوگا۔
یعنی اگر ہمارا مفروض صحیح ہے تو تختی خ کو پہلے سے
دو چند فاصلے پر رکھنا پڑے گا۔

تجربہ سے یہ درست ثابت ہوتا ہے۔

اسی طرح اگر $ط = \frac{۱}{۴} ۵ ۴$ اونس اور ق $= ۹$ اونس تو بھی
حرکت کرنے والا مادہ مقدار میں ۱۰۰ اونس ہوگا اور
حسابی عمل سے فاصلہ ح خ $\frac{۲۲}{۵}$ فٹ ہوگا۔ تجربہ سے

معلوم ہوگا کہ یہ درست ہے۔
اب تجربہ پھر شروع سے کرو اور مندرجہ بالا قیمتوں
سے مختلف قیمتیں ط اور ق کو دو اور ان کی مختلف
قیمتوں کو اس طح تبدیل کرو کہ $۲ط + ق$ کی قیمت
نہ بدلے۔

اب ہم اسی طریقہ سے ثابت کریں گے کہ جب اسراع غیر
متبدل ہو تو قوت اسی طح بدلتی ہے جس طح مقدار
مادہ۔

پہلے کی طح فرض کرو کہ $ط = \frac{۱}{۴} ۴۹$ اونس اور $ق = ۱$
اونس تو حسب تجربہ بالا $ح خ = \frac{۸}{۵}$ فٹ
پھر ط کو ۹۹ اونس اور ق کو ۲ اونس کرو تاکہ حرکت
دینے والی قوت دو چند ہو جائے اور حرکت کرنے والے
مادے کی مقدار بھی دو چند ہو جائے۔ پس اگر چارہ
دعویٰ درست ہے تو اسراع وہی ہوگا جو پہلی صورت
میں تھا کیونکہ

$$\frac{\text{حرکت دینے والی قوت بصورت دوم}}{\text{حرکت دینے والی قوت بصورت اول}} = \frac{\text{حرکت کرنے والی مقدار مادہ بصورت دوم}}{\text{حرکت کرنے والی مقدار مادہ بصورت اول}}$$

اس لئے فاصلہ ح خ جو ۲ ثانیہ میں طے ہوتا ہے دو نو
صورتوں میں ایک ہی ہونا چاہئے۔ تجربہ کرنے سے معلوم
ہوتا ہے کہ فی الواقع ایسا ہی ہے۔

اسی طرح اگر ط کو $\frac{1}{128}$ اونس کریں اور ق کو ۳ اونس تو بھی وہی نتیجہ ہوگا۔

تجربہ کی کامیابی کے لئے ضروری ہے کہ چرخ کی فرک کو مغلوب کرنے کی غرض سے ایک قالتو وزن نہ بھی ق کے ساتھ رکھا جائے۔

یہ وزن نہ وزن ق رکھنے سے پہلے معلوم کرنا چاہئے اور یہ وہ وزن ہوگا جس کے رکھنے سے وزن طاریکیساں رفتار سے آہستہ آہستہ زمین تک پہنچ جائے۔ یہ وزن نہ تجربہ کے دوران میں وزن ق کے ساتھ ہی رکھا جائے اور اس کا شمار ق کے وزن میں نہ کیا جائے کیونکہ یہ قالتو وزن ہے اور محض فرک کے اثر کو زائل کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔

امثلہ نمبری (۱۲)

- (۱) اگر ایک شخص ۲۰ پونڈ وزن ہاتھ میں لیکر ایک میز پر سے کودے تو ہاتھ پر وزن کا دباؤ کیا ہوگا؟
- (۲) ۲۰ پونڈ کمیت کا ایک جسم ایک افقی سطح پر پڑا ہے۔ سطح اوپر کی طرف حرکت کرتی ہے (۱) ایک فٹ فی ثانیہ کی یکساں رفتار سے (۲) ایک فٹ فی ثانیہ فی ثانیہ کے یکساں اسراع سے۔ دونوں صورتوں میں جسم اور سطح کا تعامل دریافت کرو۔

(۳) ایک شخص جس کی کمیت مادہ ۸ سٹون ہے ایک تختے پر کھڑا ہے۔ اگر تختہ (۱) اوپر کو (۲) نیچے کو، حرکت کرے تو تختے کا عمل دریافت کرو۔

(۴) کوئلے کی کان کے گڑھے میں سے ایک بڑے ڈول کے ذریعہ ایک ہنڈرڈ ویٹ کوئلہ نکالا گیا ہے۔ ڈول کی تہ اور کوئلے کے درمیان تعامل ۱۲۶ پونڈ وزن کے برابر ہے۔ ڈول کا اسراع دریافت کرو۔

(۵) ایک غبارہ یکساں اسراع سے اوپر کو چڑھتا ہے۔ غبارے کی تہ پر ایک ہنڈرڈ ویٹ کمیت کے جسم کا دباؤ ۱۱۶ پونڈ وزن کے برابر پڑتا ہے۔ دریافت کرو کہ ایک منٹ میں غبارہ کتنی بلندی پر پہنچے گا؟

(۶) ترازو کے دو پلڑے جن میں سے ہر ایک کی کمیت ۳۰ گرام ہے ایک رسی کے سرور، سے باندھ کر ایک چرخ پر چڑھا دئے گئے ہیں۔ ایک پلڑے میں ۳۰۰ گرام اور دوسرے میں ۲۴۰ گرام مقادیر مادہ رکھی گئی ہیں۔ رسی کا تناؤ اور پلڑوں کے عمل دریافت کرو۔

(۷) ایک رسی ایک چکنی چرخ پر سے گذر کر اپنے سرور پر دو پلڑوں کو سہاتی ہے۔ ہر ایک پلڑے کی کمیت ایک اونس ہے۔ اگر ۲ اور ۴ اونس کمیت کے جسم پلڑوں میں رکھے جائیں تو نظام کا اسراع، رسی کا تناؤ اور پلڑوں کے عمل دریافت کرو۔

(۸) ایک روز ۳ گھنٹہ میں نصف انچ بارش ہوئی۔ یہ تسلیم کر کے کہ بارش کے قطرے نہایت چھوٹے ہیں اور زمین پر گرتے وقت ان کی رفتار ۱۰ فٹ فی سیکنڈ ہے زمین پر ان کا دباؤ فی مربع میل دریافت کرو جو انکی حرکت نابود ہونے کے باعث پیدا ہوتا ہے۔ یہ مان لیا جائے کہ ایک مکعب فٹ پانی کی کمیت ۱۰۰۰ اونس ہے اور بارش یکساں اور مسلسل پڑتی ہے۔

(۹) اگر ۲۴ گھنٹہ میں ۳ انچ بارش ہو تو اس کی وجہ سے فی ایکڑ پونڈوں کے وزن میں کس قدر دباؤ پڑیگا۔ بارش کی رفتار زمین پر گرتے وقت اتنی ہی ہے جتنی کہ ایک بغیر روک کے گرنے والے جسم کی رفتار ۳۴۰ فٹ فی بلندی سے گرنے کے بعد ہوتی ہے۔

(۱۰) پانی کی ایک دھار ۸۰ فٹ فی ثانیہ کی افقی رفتار سے دیوار سے اس طرح ٹکراتی ہے کہ ایک ثانیہ میں پانی کی ۳۰۰ گیلن دیوار پر پڑتی ہے۔ یہ تسلیم کر کے کہ ایک گیلن میں $\frac{1}{4}$ مکعب انچ ہیں اور ایک مکعب فٹ پانی کی کمیت ۱۰۰۰ اونس ہے دیوار کا عمل پونڈوں کے وزن میں دریافت کرو۔

(۱۱) ایٹ وڈ کی مشین کے دونو وزنوں میں سے ہر ایک کی کمیت ۲۴۰ گرام ہے اور ۱۰ گرام کی کمیت کا ایک وزن ان میں سے ایک پر رکھنے سے وہ ۱۰ ثانیہ

نہیں ۱۰ میٹر نیچے کی طرف طے کرتا ہے۔ اس سے ثابت

کرو کہ ج = ۹۸۰ (۱۱) بتاؤ کہ ایٹ وڈ کی مشین کے استعمال سے کسطح ثابت کر سکتے ہیں کہ ایک جسم پر یکساں قوت کے عمل کرنے سے یکساں اسراع پیدا ہوگا۔

(۱۲) ایک ہی کمیت کی سولہ گولیاں منکوں کی طرح ایک دوسرے پر چڑھا دی گئی ہیں۔ گولیوں کی لڑی ایک چکنی مائل سطح پر جس کا میلان جب $\frac{1}{4}$ ہے اس طرح رکھ دی گئی ہے کہ کچھ گولیاں سطح پر ہیں اور کچھ سطح کی چوٹی پر سے نیچے لگتی ہیں۔ اگر ابتدا میں اسراع $\frac{1}{2}$ ہے تو دریافت کرو کہ کتنی گولیاں نیچے

لٹک رہی ہیں ؟

(۱۴) ط اور ق کمیت کے دو اجسام ایک رسی کے سروں سے بندھے ہیں۔ ق ایک چکنی مائل سطح پر رکھا ہے جس کا میلان افق سے 30° ہے اور ط چوٹی پر سے نیچے لگتا ہے۔ جتنے وقت میں ط حالت سکون سے ایک مفروضہ فاصلہ طے کرتا ہے وہ اس وقت سے چار گنا ہے جو اتنا ہی فاصلہ بغیر روک کے گرنے میں صرف ہوتا ہے۔ ط اور ق کی نسبت معلوم کرو۔

(۱۵) ط کی کمیت ۹ پونڈ ہے اور وہ نیچے لگتا ہے۔ ق کی کمیت ۶ پونڈ ہے اور وہ ایک سطح مائل پر

رکھا ہے جس کا میلان افق سے 30° ہے۔ ثابت کرو کہ
 جتنا وقت اس صورت میں ق کو سطح مائل کا کل طول
 طے کرنے میں لگتا ہے وہ اس وقت سے نصف ہے
 جو ط کو کل طول طے کرنے میں لگے اگر ق نیچے
 لٹکے اور ط سطح پر ہو۔

(۱۶) ایک سطح مائل کا ارتفاع ۱۲ فٹ ہے اور اس کا
 قاعدہ ۱۶ فٹ ہے۔ ایک ذرہ سطح کی چوٹی پر سے حالت
 سکون سے شروع ہو کر سطح کا تمام طول طے کر کے
 ایک افقی سطح پر حرکت کرنے لگتا ہے۔ دریافت کرو
 کہ سطح افقی پر وہ کس قدر فاصلہ طے کرے گا؟
 یہ تسلیم کر لیا جائے کہ سطح مائل سے سطح افقی پر ذرہ
 بلا نقصان رفتار جاتا ہے اور ہر دو سطوح کی قدر
 فرک $\frac{1}{2}$ ہے۔

(۱۷) ایک ریل گاڑی ۳ میل فی گھنٹہ کی شرح سے
 چل رہی ہے۔ ثابت کرو کہ بریک لگانے سے تقریباً
 ۸۴ گز چل کر ٹھہر جائیگی اگر بریکوں کی قوت گاڑی کے
 وزن کی تین چوتھائی ہو اور قدر فرک ۱۶ د ہو۔

(۱۸) ایک ریل گاڑی جس کی کمیت ۵۰ ٹن ہے ۳
 میل فی گھنٹہ کی رفتار سے حرکت کر رہی تھی۔ جب
 اس کی بھاپ بند کر دی گئی اور بریک کے ڈبے کو
 بریک لگا دیا گیا تو چوتھائی میل چل کر ریل گاڑی

باب پنجم

علم حرکت

ساکن ہوگئی۔ بریک کے ڈبے کی کمیت دریافت کرو۔ پہیوں اور ریل کی سڑک کے درمیان قدر فرق $\frac{1}{2}$ ہے اور یہ مان لیا جائے کہ غیر مقفل پہیے پھسلنے کے بغیر گردش کرتے ہیں۔

(۱۹) ایک رسی کے سروں میں دو جسم بندھے ہیں جن کی کمیت m اور n ہے۔ ہم ایک سطح مائل کے پایہ پر رکھ دیا گیا ہے اور n چوٹی پر سے نیچے لٹکتا ہے۔ اگر یہ مقصود ہو کہ m سطح کی عین چوٹی تک پہنچ جائے تو ثابت کرو کہ جب m

فاصلہ $\frac{m+n}{n} \times \frac{h}{2}$ طے کر چکے تو رسی کاٹ کر n کو الگ کر دینا چاہیے۔

(۲۰) دو جسم ایک رسی کے سروں سے مربوط ہیں اور وہ رسی ایک چرخ پر چڑھی ہے۔ اگر اجسام کی کمیتوں کا مجموعہ ایک مقدار مستقل رہے تو ثابت کرو کہ اسراع کے کم ہونے سے رسی کا تناؤ زیادہ ہوگا۔

(۲۱) ایک جسم جس کی کمیت m ہے ایک رسی کے ایک سرے سے بندھا ہے اور m کمیت والا ایک دوسرا جسم رسی کے دوسرے سرے سے بندھا ہے۔ m ایک میز پر ہے اور میز کے کنارے پر سے

م نیچے لٹک رہا ہے اور م کو کھینچتا ہے۔ اگر میز پر کے جسم کی کمیت دو چند ہو جائے تو رسی کے تناؤ میں اضافہ بقدر نصف ہوتا ہے۔ م اور م کی نسبت معلوم کرو۔

(۲۲) دو جسم جنکی کمیت بالترتیب ۹ پونڈ اور ۱۶ پونڈ ہے ایک چکنی افقی میز پر رکھے ہیں اور انکا درمیانی فاصلہ ۱۰ فٹ ہے۔ اگر ان میں ایک قوت جاذبہ ایسی پیدا ہو جائے کہ وہ ایک دوسرے کو بلا لحاظ فاصلہ ایک پونڈ وزن قوت سے کھینچنا شروع کر دیں تو معلوم کرو کہ وہ کتنی مدت کے بعد ملیں گے؟

(۲۳) ایک حرکت پذیر چرخہ سے وزن و لٹک رہا ہے اور اس چرخہ کے گرد گزرنے والی رسی کا کھلا سر ایک ثابت چرخہ پر سے گزر کر ایک وزن ط کو سہارتا ہے۔ ط، پ و سے بڑا ہے۔ دوران حرکت میں رسی کا تناؤ دریافت کرو۔ واضح رہے کہ رسی کے ہر حصے متوازی ہیں۔

(۲۴) کمیت م کا جسم کمیت ن کے جسم کو چرخوں کے ایک ایسے نظام میں سہارتا ہے جس میں ہر ایک رسی ن سے بندھی ہے اور تمام رسیاں متوازی ہیں۔ اب کمیت م کا ایک اور جسم ن کے ساتھ لگا دیا گیا ہے۔ چرخوں کا وزن نظر انداز کر کے حرکت معلوم کرو۔

(۲۵) تین حرکت پذیر چرخوں کا نظام جس میں تمام رسیاں عمودی ہیں اور شہتیر سے بندھی ہیں ایک ہنڈرویت کمیت کے ایک جسم کو اٹھانے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ اٹھانے والی قوت ۱۵ پونڈ کمیت کا وزن ہے جو ایک ثابت چرخ پر سے گزرنے والی رسی سے بندھا ہے۔ ثابت کرو کہ اگر چرخوں کے وزن کو نظر انداز کیا جائے تو جسم $\frac{1}{13}$ ج کے اسراع سے اوپر کی طرف حرکت کرے گا۔

(۲۶) دو جسم جن کی کمیت m اور m' ہے ایک رسی کے سروں سے بندھے ہیں اور رسی تین ثابت اور دو حرکت پذیر چرخوں پر سے گزرتی ہے جن میں سے ہر ایک کی کمیت n ہے اور جو ثابت چرخوں کے درمیان لٹکتی ہیں۔ رسیوں کے وہ حصے جو چرخوں کے درمیان ہیں عمودی ہیں۔ وہ شرط دریافت کرو جس کے پورے ہونے سے چرخیاں نہ اوپر چڑھیں اور نہ نیچے گریں اور اس صورت میں m اور m' کا اسراع معلوم کرو۔

(۲۷) ایک رسی ایک چکنی چرخ پر چڑھی ہے۔ رسی کا جو حصہ ایک طرف لٹک رہا ہے اس کے ذریعہ ایک ۱۲ سٹون کا آدمی اسراع کی ایک اکائی سے نیچے کی طرف حرکت کر رہا ہے اور ایک اور آدمی جو $\frac{1}{4}$ ۱۱

سٹون کا ہے دوسری طرف اوپر چڑھ رہا ہے۔ دریافت کرو کہ دوسرے آدمی کا اسراع کیا ہو کہ رسی حرکت نہ کرے؟

(۲۸) ایک ہلکی رسی ایک چکنی چرخ پر چڑھی ہے اسکے ایک طرف ۱۲ سٹون کمیت کا ایک آدمی لٹک رہا ہے اور دوسری طرف ۱۰ سٹون کمیت کا ایک تھیلا۔ اگر آدمی رسی کے ذریعہ اوپر وار ایسا چڑھے کہ اس کا اسراع نصف رہ جائے تو تھیلے کا اسراع اوپر کی طرف معلوم کرو اور ثابت کرو کہ آدمی کا اسراع بلحاظ رسی کے بچ ہے۔

(۲۹) ایک ریل گاڑی جس کی کمیت ۱۱۲ ٹن ہے ۵ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے۔ ہوا اور فرک وغیرہ کی مزاحمت ۱۶ پونڈ فی ٹن ہے۔ ۱۲ ٹن کمیت کا ایک حصہ گاڑی سے الگ ہو جاتا ہے۔ یہ تسلیم کر کے کہ انجن کی قوت ایک سی رہتی ہے دریافت کرو کہ اس حصے سے ۵۰ ثانیہ میں گاڑی کس قدر آگے بڑھ جائیگی اور جس وقت وہ حصہ ساکن ہوگا اس وقت گاڑی کی رفتار کیا ہوگی؟

(۳۰) دو فرسے جن کی کمیت ۴ اور ۲ م ہے ایک چکنی میز پر اکٹھے پڑے ہیں اور ایک رسی کے سروں سے بندھے ہیں۔ رسی میز کے کنارے پر سے لٹکے ایک چرخ کو سہاتی ہے اور چرخ سے ۳ م کمیت کا

ایک جسم ٹکلتا ہے۔ ثابت کرو کہ جسم کا اسراع $\frac{9}{16} ج$

ہے۔
(۳۱) ایک چکنا فانہ جس کی کمیت $م$ ہے ایک افقی سطح پر پڑا ہے اور ایک ذرہ جس کی کمیت $ن$ ہے اس کے مائل پہلو پر نیچے کی طرف پھسلتا ہے جس کا میلان افق سے $ع$ ہے۔ ثابت کرو کہ فانہ کا اسراع $ن ج جب ع$ ہے۔

$م + ن جب ع$
فرض کرو کہ $ع$ ذرہ کا اسراع مائل پہلو کی عمودی سمت میں فانہ کی طرف ہے اور $ع$ فانہ کا افقی اسراع ہے اور فرض کرو کہ فانہ اور ذرہ کے درمیان تعامل $ح$ ہے تو $ح$ ایک طرف ذرہ پر عمل کرتا ہے اور دوسری طرف فانہ پر۔

تب $ن ع = ن ج جب ع - ح$ ۔۔۔۔۔ (۱)

اور $م ع = ح جب ع$ ۔۔۔۔۔ (۲)
نیز چونکہ ذرہ مائل پہلو پر حرکت کرتا ہے اور دوران حرکت میں اس سے جدا نہیں ہوتا اس لئے قانے کے اسراع کا جزء تحلیل مائل پہلو کی عمودی سمت میں وہی ہوگا جو ذرہ کے اسراع کا جزء تحلیل اسی سمت میں ہے اور یہ جزء $ع$ ہے۔
(۱)، (۲)، (۳) کو محل کرنے سے $ع$ حاصل ہوگا۔ (۳)

باب ششم

(*)

صدمہ۔ کام اور توانائی

(۸۴) صدمہ۔ تعریف۔ وقت کی ایک مدت مفروضہ میں ایک قوت کا صدمہ، قوت اور وقت کے حاصل ضرب کے مساوی ہوا کرتا ہے۔ قوت کے متبادل ہونے کی صورت میں قوت کی قیمت اوسط لی جائے۔

اگر ایک قوت Q کے عمل کرنے کی مدت t ہو تو

$$\text{صدمہ} = Q \times t$$

مدت مفروضہ میں قوت کا صدمہ قوت کے معیار حرکت کے برابر ہوا کرتا ہے۔ فرض کرو کہ ایک ذرہ جس کی کمیت m ہے ابتدا میں رفتار v سے حرکت کرتا ہے۔ اگر اس پر ایک مستقل قوت Q مدت t تک عمل کرے اور قوت کے عمل سے اسراع a پیدا ہو تو $Q = m \times a$

لیکن اگر مدت و کے اختتام پر رفتار نہ ہو تو

$$ر = ب + ع و$$

پس صدر = ق و = م ع و = م (ر - ب) = م ر - م ب
= اس معیار حرکت کے جو مدت و میں پیدا ہوا

اگر قوت متبدل ہو تو بھی یہ نتیجہ درست ہے۔
لہذا اس سے ظاہر ہے کہ حرکت کا قانون دوم صورت
ذیل میں بھی بیان ہو سکتا ہے۔

ایک مدت مفروضہ میں ایک ذرے کے معیار حرکت
کی تبدیلی قوت عاملہ کے صدرے کے برابر ہے اور
اور دونوں کی سمت ایک ہے۔

(۸۵) صدرے والی قوتیں - فرض کرو کہ
ایک قوت ق ایک جسم پر جس کی کمیت م ہے
مدت و تک عمل کرتی ہے اور فرض کرو کہ اس قوت
کی ابتدا اور اختتام پر جسم کی رفتاریں بالترتیب ب
اور نہ ہیں تو بموجب دفعہ سابقہ

$$ق و = م (ر - ب)$$

اب قوت کو بڑھتا ہوا فرض کرو اور مدت و کو گھٹاتا
ہوا فرض کرو۔ اس طرح آخر کار قوت کی مقدار بچھ
بڑھ جائے گی اور مدت و بے حد کم ہو جائے گی۔
لیکن یہ ممکن ہے کہ ق و کا حاصل ضرب ایک
مقدار محدود ہو

مثلاً فرض کرو کہ $Q = ۶۰$ پونڈل اور $W = \frac{۱}{۱۰۰}$ سیکنڈ
اور $M =$ پونڈ تو اس صورت میں تبدیل رفتار = رفتار کی ایک

اکائی

اگر ایک قوت محدودہ کے عمل کا پورا اثر معلوم کرنا مقصود
ہو جب قوت کے عمل کی مدت محدود اور مقرر ہو تو
ہمیں دو باتیں معلوم کرنی چاہئیں (۱) ذرے کی رفتار
کی تبدیلی جو قوت کے عمل سے اس مدت میں ظہور پذیر
ہو (۲) اس مدت میں ذرے کی نقل مکان -

اب اگر قوت کی مقدار بے حد زیادہ ہو اور قوت کے
عمل کی مدت بے حد کم ہو تو قوت کے دوران عمل میں
ذرہ بہت تھوڑا فاصلہ طے کریگا۔ یعنی ذرے کی نقل مکان
نظر انداز ہو سکتی ہے۔

پس ایسی قوت کی صورت میں قوت کے عمل کا پورا اثر
معلوم ہو جاتا ہے جب معیار حرکت کی تبدیلی جو قوت
سے پیدا ہوئی ہے معلوم ہو جائے۔

ایسی قوت کو صدمے والی قوت کہتے ہیں اس وجہ
سے اس کی تعریف یہ ہے۔ صدمے والی قوت ایک
بہت بڑی قوت ہے جس کی مدت عمل بہت کم ہو ایسی
کہ اس کے عمل سے اس مدت میں ذرے کی نقل مکان
نظر اندازی کے قابل ہو۔ اس کے پورے اثر کا اندازہ
صدمے یعنی معیار حرکت کی تبدیلی سے ہوتا ہے۔

علم حرکت ۱۸۴ باب ششم

فی ثانیہ کی رفتار سے اسی سمت میں حرکت کر رہا ہے۔
دونو جسم مل کر ایک ہو جاتے ہیں۔ اس مجموعی جسم
کی رفتار معلوم کرو۔

فرض کرو کہ رفتار مطلوبہ r ہے تو چونکہ تصادم سے
دونو جسموں کی حرکت کے معیاروں کا مجموعہ نہیں بدلتا
لہذا

$$(2+3) \cdot r = 1 \cdot 3 \times 3 + 2 \times 3 = 15 \text{ اکائیوں (معیار حرکت کی)}$$

∴ $r = 9$ فٹ فی ثانیہ

مثال (۲) اگر مثال بالا میں دوسرا جسم پہلے جسم کی حرکت
کے متقابل حرکت کر رہا ہو تو رفتار کیا ہو گی؟
اس صورت میں چونکہ حرکت کے معیار متقابل سمتوں
میں ہیں اس لئے پہلے جسم کے معیار حرکت کو 3×3
کہیں تو دوسرے جسم کا معیار حرکت (-2×3) ہو گا۔
پس اگر رفتار مطلوبہ r ہو تو

$$(2+3) \cdot r = 3 \times 3 - 2 \times 3 = 3 \text{ اکائیوں (معیار حرکت کی)}$$

∴ $r = \frac{3}{5} = 0.6$ فٹ فی ثانیہ

(۸۷) بندوق اور اس کی گولی کی حرکت۔

جب بندوق چلائی جاتی ہے تو بارود کو آگ لگ جاتی
ہے اور وہ فوراً ایسی گیس بن جاتی ہے جس کا دباؤ
بہت زیادہ ہوتا ہے اور اس دباؤ کے زور سے

گولی بندوق سے نکلتی ہے۔ گیس کا عمل بعینہ ایسا ہے جیسا کہ ایک دبی ہوئی کمائی کا ہوتا ہے جو اپنی اصلی وضع پر آنے کی کوشش کرتی ہے۔ گولی نکلنے سے قبل کسی آن میں جتنا زور گولی پر آگے کی طرف پڑتا ہے اتنا ہی زور بندوق پر پیچھے کی طرف پڑتا ہے۔ اس لئے گولی کا معیار حرکت جو اس طح زور پڑنے سے پیدا ہوتا ہے بندوق کے معیار حرکت کے مساوی اور متقابل ہوگا درآخالیکہ بندوق بلا مزاحمت حرکت کرے۔ اور بندوق چلانے والے کو بندوق کا جو دھکا محسوس ہوتا ہے۔ اس کی یہی وجہ ہوتی ہے۔

مثال۔ ایک گولہ جس کی کمیت ۴۴ پونڈ ہے ایک توپ کے ذریعہ چلایا جاتا ہے۔ توپ کی کمیت ۵۰ ٹن ہے اور گولے کی رفتار توپ کے منہ سے نکلتے وقت ۹۰۰ فٹ فی سیکنڈ ہے۔ گولہ چلنے کے سبب توپ کی رفتار کیا ہوگی ؟

چونکہ توپ کا معیار حرکت گولے کے معیار حرکت کے مساوی اور متقابل ہے اس لئے اگر توپ کی رفتار ہو تو

$$۹۰۰ \times ۴۰۰ = ۱ \times ۲۲۴۰ \times ۵۰$$

$$\therefore ۱ = \frac{۳}{۱۴} \times ۳ \text{ فٹ فی ثانیہ}$$

امثلہ نمبری (۱۳)

- (۱) ۲۰ پونڈ کمیت کا ایک جسم ۲ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کر رہا ہے۔ ایک دوسرا جسم جس کی کمیت ۴ پونڈ ہے ۱۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے اسی سمت میں چلتا ہوا پیچھے سے آکر پہلے جسم کے ساتھ مل جاتا ہے اور پھر دونو اکٹھے ایک رفتار سے حرکت کرتے ہیں۔ مشترکہ رفتار دریافت کرو۔
- (۲) ۸ پونڈ کمیت کا ایک جسم ۶ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے ایک سمت میں حرکت کرتا ہوا ایک دوسرے جسم سے جا ملتا ہے جس کی کمیت ۲۲ پونڈ ہے اور جس کی رفتار ۲ فٹ فی ثانیہ اسی سمت میں ہے۔ دونو جسم ٹکرا کر ایک ہو جاتے ہیں۔ ثابت کرو کہ اس مجموعی جسم کی رفتار ۳ فٹ فی ثانیہ ہے۔
- اگر ان کی حرکت متقابل سمتوں میں ہو تو ثابت کرو کہ ٹکرائے بعد مجموعی جسم ساکن ہو گا۔
- (۳) ۱۰ پونڈ کمیت کا ایک جسم ۴ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کرتا ہوا ۱۲ پونڈ کمیت کے ایک دوسرے جسم سے ٹکراتا ہے جو ۷ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے متقابل سمت میں حرکت کر رہا ہے۔ اگر ٹکرائے کے بعد دونو جسم ایک ہو جائیں تو ثابت

کرو کہ مجموعی جسم کی رفتار ۲ فٹ فی ثانیہ اس سمت میں ہوگی جس سمت میں بڑا جسم حرکت کر رہا تھا۔
(۴) ایک اونس کمیت کی گولی ۱۰ پونڈ کمیت کی بندوب سے ... ۱ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے چلتی ہے۔ بندوب کی رفتار پیچھے کی طرف معلوم کرو۔

(۵) ۲۰ ٹن کمیت کی ایک توپ سے ۸۰۰ پونڈ کمیت کا ایک گولہ ۲۰۰۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے چلایا جاتا ہے۔ اگر توپ پیچھے کی طرف حرکت کرنے کیلئے آزاد ہو تو اس کی رفتار دریافت کرو۔

(۶) ۳۸ ٹن کمیت کی توپ سے ۷۰۰ پونڈ کمیت کا گولہ ۱۷۰۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے چلایا جاتا ہے۔ اگر توپ کی حرکت کو روکنے کے لئے ۷۱ ٹن وزن کی مستقل قوت استعمال کی جائے تو معلوم کرو کہ توپ کتنے فٹ پیچھے کی طرف حرکت کرے گی؟

(۷) ۸۱ ٹن کمیت کی توپ سے ۸۰۰ پونڈ کمیت کا گولہ ۱۴۰۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے چلایا جاتا ہے۔ تو دریافت کرو کہ توپ کی حرکت کو روکنے کے لئے کتنی مستقل قوت استعمال کی جائے کہ توپ ۵ فٹ میں ساکن ہو جائے؟

(۸) ایک ٹن کمیت کی توپ سے ۸۰۰ پونڈ کمیت کا گولہ چلایا جاتا ہے اور توپ پیچھے کی طرف زور کر کے

ایک سطح مائل پر ۵ فٹ چڑھ جاتی ہے۔ گولے کی ابتدائی رفتار دریافت کرو۔

(۸۸) سکونیات کے باب یازدہم میں طالب علم کو معلوم ہو چکا ہے کہ جب کسی قوت کا نقطہ عمل قوت کی سمت میں حرکت کرتا ہے تو یہ کہا جاتا ہے کہ قوت نے کام کیا۔ اور اس کام کی مقدار کا اندازہ دو مقداروں کے حاصل ضرب سے کیا جاتا ہے۔ ایک ان میں سے قوت ہے اور دوسری وہ فاصلہ جو قوت کے نقطہ عمل نے قوت کی سمت میں طے کیا۔ کام کی اکائی جو انجیر استعمال کرتے ہیں فٹ پونڈ کہلاتی ہے۔ اور یہ وہ کام ہے جو ایک پونڈ وزن کو ایک فٹ اوپر اٹھانے میں کیا جاتا ہے۔

برطانیہ میں کام کی مطلق اکائی وہ کام ہے جو ایک پونڈل کی قوت اپنے نقطہ عمل کو ایک فٹ حرکت دینے میں کرتی ہے۔ کام کسی اس اکائی کو فٹ پونڈل کہتے ہیں اگر کام کی اکائی فٹ پونڈل ہو تو جب ط پونڈل کی قوت کا نقطہ عمل x فٹ حرکت کرے گا تو کل کام x فٹ پونڈل ہوگا۔

چونکہ ایک پونڈ کا وزن ج پونڈل کے مساوی ہے اس لئے ایک فٹ پونڈ ج فٹ پونڈل کے برابر ہے۔ کام کی س گ فٹ اکائی وہ کام ہے جو ایک

علم حرکت ۱۸۹ باب ششم

ڈائین کی قوت اپنے نقطہ عمل کو ایک سینٹی میٹر حرکت دینے میں کرے۔

کام کی اس اکائی کو ارگ کہتے ہیں۔

$$\frac{\text{ایک فٹ پونڈل}}{\text{ایک ارگ}} = \frac{\text{پونڈل} \times \text{فٹ}}{\text{ڈائین} \times \text{سینٹی میٹر}}$$

$$= 13800 \times \frac{12}{53936} \text{ تقریباً (دفعات ۳۹۶۶)}$$

$$= ۳۲۱۳۹۰ \text{ تقریباً}$$

جب کوئی عامل ایک ثانیہ میں ایک جول یعنی ۱۰ ارگ کام کر رہا ہو تو یہ کہا جاتا ہے کہ ایک واٹ کی طاقت سے کام کر رہا ہے۔ ایک ایسی طاقت ۷۴۶ واٹوں کے برابر ہے۔

(۸۹) مثال (۱) ۱۵۰ ٹن کمیت کی ایک ریل گاڑی کو ایک انجن ۶۰ میل فی گھنٹہ کی یکساں رفتار سے چلا رہا ہے۔ رگڑ اور ہوا وغیرہ کی مزاحمتوں کا مجموعی اثر ۱۰ پونڈ وزن فی ٹن کے مساوی ہے۔ انجن کی اپنی طاقت معلوم کرو۔

ریل گاڑی کی حرکت کو روکنے والی قوت ۱۵۰ x ۱۰ یعنی ۱۵۰۰ پونڈ وزن کے مساوی ہے۔

۶۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار ۸۸ فٹ فی ثانیہ کے مساوی ہے پس ۱۵۰۰ پونڈ وزن کی قوت کا نقطہ عمل ایک سیکنڈ میں

علم حرکت ۱۹۰ باب ششم

۸۸ فٹ حرکت دیا جاتا ہے اس لئے کام کی مقدار
 ۸۸×۱۵۰۰ فٹ پونڈ فی ثانیہ ہے۔
 اگر انجن کی ایسی طاقت لا ہو تو ایک منٹ میں وہ
 ۳ لا $\times ۳۳۰۰۰$ فٹ پونڈ کام کرے گا۔ اس لئے فی ثانیہ
 کام لا $\times ۵۵۰$ فٹ پونڈ ہوگا۔
 $\therefore ۱۵۰۰ \times ۸۸ = ۵۵۰ \times لا$

$$\therefore لا = ۲۴۰$$

مثال (۲) ۱۰۰ ٹن کمیت کی ایک ریل گاڑی کو ایک
 انجن ۴ منٹ کھینچ کر ۳ میل فی گھنٹہ کی رفتار دیتا
 ہے۔ رگڑ وغیرہ کی مزاحمت ۸ پونڈ وزن فی ٹن ہے۔
 انجن کی قوت یکساں ہے۔ دریافت کرو کہ انجن کی ایسی
 طاقت کم از کم کیا ہے؟

چونکہ ۲۴۰ سیکنڈ میں ۴۴ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار
 پیدا ہوتی ہے اس لئے ریل گاڑی کا اسراع $\frac{۴۴}{۲۴۰}$ یعنی
 $\frac{۱۱}{۶۰}$ فٹ سیکنڈ اکائیاں ہوگا۔

فرض کرو کہ انجن کی قوت ط پونڈل ہے
 رگڑ وغیرہ کی کل مزاحمت ۸۰۰ پونڈ وزن کے مساوی
 ہے اس لئے ریل گاڑی پر کل قوت (ط - ۸۰۰ ج)
 پونڈل ہے۔

$$\text{اس لئے ط - ۸۰۰ ج} = ۱۰۰ \times ۲۴۰ \times \frac{۱۱}{۶۰}$$

$$\therefore ط = ۸۰۰ (ج + \frac{۱۵۴}{۳}) \text{ پونڈل} = ۸۰۰ (۱ + \frac{۱۵۴}{۳ \times ۳۳}) \text{ پونڈ وزن}$$

$$= ۸۰۰ \times \frac{۱۲۵}{۴۸} \text{ پونڈ وزن}$$

جب ریل گاڑی ۳۰ میل فی گھنٹہ چل رہی ہے تو کام جو فی ثانیہ کیا جا رہا ہے وہ $۸۰۰ \times \frac{۱۲۵}{۴۸} \times ۴۴$ فٹ پونڈ ہے۔ پس اگر انجن کی ایسی طاقت لا ہو تو

$$۴۴ \times \frac{۱۲۵}{۴۸} \times ۸۰۰ = ۵۵۰ \times ۹$$

$$۹ = \frac{۲}{۱۶۶}$$

مثال (۳) ۱۰۰ ٹن کمیت کی ایک ریل گاڑی ایک سطح مائل پر چڑھ رہی ہے جس کا میلان ۲۸۰ میں ایک ہے۔ رگڑ وغیرہ کی مزاحمت ۱۶ پونڈ وزن فی ٹن ہے۔ اگر انجن کی ایسی طاقت ۲۰۰ ہو اور وہ اپنی پوری طاقت سے کام کر رہا ہو تو ریل گاڑی کی رفتار معلوم کرو۔ رگڑ وغیرہ کی مزاحمت ۱۶۰۰ پونڈ وزن کے مساوی ہے اور ریل گاڑی کے وزن کا جزء تحلیلی سطح مائل پر نیچے کی طرف ۱۰۰ ٹن کے $\frac{۱}{۲۸}$ کے وزن کے برابر ہے یعنی ۸۰۰ پونڈ وزن کے مساوی ہے۔ لہذا حرکت کو روکنے والی کل قوت ۲۴۰۰ پونڈ وزن کے مساوی ہے

فرض کرو کہ ریل گاڑی کی رفتار فی ثانیہ فٹوں میں ۲۴۰۰ پونڈ وزن ہے تو انجن کا کام وہ ہے جو ۲۴۰۰ پونڈ وزن کی قوت کے نقطہ عمل کو فی ثانیہ ۲۴۰۰ فٹ کھینچنے میں

کیا جاتا ہے۔ یعنی ۲۴۰۰ فٹ پونڈ فی ثانیہ ہے لیکن

کل کام جو انجن کر سکتا ہے وہ $\frac{۳۳۰۰۰ \times ۲۰۰}{۶۰}$ یعنی

۱۱۰۰۰۰ فٹ پونڈ فی ثانیہ ہے

پس ۲۴۰۰ ر = ۱۱۰۰۰۰

یعنی ر = $\frac{۱۱۰۰۰۰}{۲۴}$

اس لئے ریل گاڑی کی رفتار $\frac{۱}{۲۴}$ ۳۱ میل فی گھنٹہ ہے

امثلہ نمبری (۱۴)

(۱) ۵۰ ٹن کمیت کی ایک ریل گاڑی ۳۰ میل فی گھنٹہ کی یکساں رفتار سے چل رہی ہے۔ ہوا اور رگڑ وغیرہ کی مزاحمت ۴۰ پونڈ وزن فی ٹن ہے۔ انجن کی ایسی طاقت معلوم کرو۔

(۲) اس انجن کی ایسی طاقت کیا ہے جو ایک ریل گاڑی کو ۲۰۰۰ پونڈ وزن کی مزاحمت کے متقابل ۴۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چلا رہا ہے ؟

(۳) ۱۰۰ ٹن کمیت کی ایک ریل گاڑی ایک سطح مائل پر ۴۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چڑھ رہی ہے۔ سطح کا میدان ۲۰۰ میں ایک ہے۔ جاذبہ ارض کے سوا تمام مزاحمتوں کو نظر انداز کر کے انجن کی ایسی طاقت معلوم کرو۔

(۴) ۲۰۰ ٹن کمیت کی ایک ریل گاڑی ایک سطح مائل پر ۴۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چڑھ رہی ہے۔ سطح کا میلان ۵۰۰ میں ۳ ہے اور انجن کی اپنی طاقت ۶۰۰ ہے۔ رگڑ وغیرہ کی مزاحمت فی ٹن معلوم کرو۔ ۲۰۰ ٹن میں

انجن کی کمیت بھی شامل ہے۔

(۵) ایک انجن ایک سطح مائل پر ۲۵ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چڑھ رہا ہے۔ سطح کا میلان ۱۰۰ میں ایک ہے۔ انجن اور اس پر کے بوجھ کی کمیت ۱۰ ٹن ہے۔ اور رگڑ وغیرہ کی مزاحمت ۱۰ پونڈ وزن فی ٹن ہے۔ انجن کی اپنی طاقت دریافت کرو۔

(۶) ۶۰ ٹن کمیت کی ایک ریل گاڑی کو ایک انجن کھینچنا شروع کرتا ہے ۳ منٹ کے بعد ریل گاڑی کی رفتار ۱۰ میل فی گھنٹہ ہو جاتی ہے۔ حرکت متقابل مزاحمت ۱۰ پونڈ وزن فی ٹن ہے اور اسراع یکساں ہے۔ انجن کی اپنی طاقت معلوم کرو۔

(۷) ۱۰ ٹن کے ایک وزن کو ایک کھڑ دری سطح پر اوپر کی جانب آدھ گھنٹہ میں ۳۳۰ فٹ کھینچا گیا ہے۔ سطح کا میلان افق سے ۳۰° ہے اور قدر فرق $\frac{1}{10}$ ہے۔ جس انجن نے یہ کام کیا اس کی اپنی طاقت دریافت کرو اور کام کی مقدار بھی معلوم کرو۔

(۸) نصف پونڈ کمیت کا ایک پتھر حالت سکون سے

گنا شروع کرتا ہے۔ دریافت کرو کہ دسویں ثانیہ میں قوت جاذبہ ارض اس پر کتنا کام کرتی ہے۔

(۹) ایک جہاز کے انجن کی ایسی طاقت ۲۵۰۰۰ ہے اور انجن جہاز کو ۲۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چلا سکتا ہے۔ حرکت کے متقابل پانی کی مزاحمت دریافت کرو۔ (۹۰) توانائی - تعریف - ایک جسم کی کام کرنے کی قابلیت کو توانائی کہتے ہیں اور اس کی دو قسمیں ہیں۔ توانائی بالفعل اور توانائی بالقوہ۔ جو توانائی کسی جسم میں حرکت کی وجہ سے ہو وہ اس کی توانائی بالفعل کہلاتی ہے۔ اور اگر اس جسم کو ساکن کرنے کے لئے قوتیں لگائی جائیں تو اس کے ساکن ہوئے تک جس قدر کام ان قوتوں کے متقابل وہ جسم کرے گا وہ اسکی توانائی بالفعل کا اندازہ ہوگا۔

گرنے والا جسم، جھولنے والا رقص، گھومنے والا پہیہ اور توپ کا استحرک گولا سب توانائی بالفعل رکھتے ہیں۔ فرض کرو کہ کمیت م کا ایک ذرہ رفتار سے حرکت کر رہا ہے تو اس کام کی مقدار دریافت کرو جو ساکن ہوئے تک وہ ذرہ اپنی حرکت کے زور سے کر سکتا ہے۔ فرض کرو کہ ایک قوت ق اس کی حرکت کے متقابل عمل کرتی ہے اور اس کو ساکن کر دیتی ہے۔ فرض کرو کہ یہ قوت ایسی ہے جس سے ذرے میں اسراع

(-ع) پیدا ہوتا ہے تو ق = م ع
فرض کرو کہ ساکن ہونے تک ذرہ فاصلہ لاٹے کرتا ہے تو
۰ = ر + ۲ (-ع) لا

پس ذرے کی توانائی بالفعل
= اس کام کی مقدار جو ساکن ہونے تک اس نے کیا
= ق لا = م ع لا = ۱/۲ م ر
پس ایک متحرک ذرے کی توانائی بالفعل دو مقداروں کا
حاصل ضرب ہے ایک ذرے کی کمیت دوسرے اسکی
رفار کے مربع کا نصف۔

(۹۱) مسئلہ - ثابت کرو کہ فاصلے کی اکائی میں
توانائی بالفعل کی تبدیلی قوت عالمہ کے مساوی ہے۔
فرض کرو کہ ایک قوت ق کمیت م کے ایک ذرے
پر وقت و میں عمل کر کے اس کی رفتار کو ب سے
بدل کر ر بنا دیتی ہے۔ اور اس مدت میں ذرہ فاصلہ
لاٹے کرتا ہے تو

ر - ب = ۲ ع فا جہاں ع اسراع ہے جو ذرے میں پیدا ہوا

$$۱/۲ م ر - ۱/۲ م ب = م ع = ق (۱)$$

یہ مساوات مسئلہ کی اس صورت کو ثابت کرتا ہے
جب قوت یکساں ہو۔

اگر قوت متبدل ہو تو بھی ثبوت یہی ہے صرف وقت کی مدت و اس قدر قلیل فرض کرو کہ اس مدت میں قوت میں چنداں تبدیلی نہ واقع ہو۔

نتیجہ صریح۔ مساوات (۱) سے ظاہر ہے کہ ایک ذرے کی توانائی بالفعل کی تبدیلی اس کام کے برابر ہے جو ذرے پر کیا گیا۔ اگر دفعہ (۳۲) کی پہلی اور تیسری مساواتوں کو م سے ضرب دیں

$$تو م (د-ب) = م ع و = ق و$$

اور $\frac{1}{2} م (د-ب) = م ع ف = ق ف$
یہ معیار حرکت اور توانائی کی مساواتیں کہلاتی ہیں الفاظ میں ان مساواتوں کو اس طرح بیان کیا جاتا ہے

معیار حرکت کی تبدیلی = قوت \times وقت

توانائی بالفعل کی تبدیلی = قوت \times فاصلہ

(۹۲) اگر ایک جسم اپنی موجودہ وضع سے نقل مکان کرے تو اس کی بہت سی وضعیں ہو سکتی ہیں۔ ان وضعوں میں سے ایک خاص وضع کو معیاری وضع یا صفری وضع کہتے ہیں۔ یہ وضع حالات پر منحصر ہے

ایک جسم اپنی موجودہ وضع سے نقل مکان کر کے اپنی معیاری وضع تک پہنچنے میں جس قدر کام کر سکتا ہے وہ اس کی توانائی بالقوہ کہلاتی ہے۔

توانائی بالقوہ کی مثالیں۔ ایک دبی ہوئی کمانی میں

توانائی بالقوہ ہوتی ہے۔ یعنی اپنی اصلی شکل پر آنے میں یہ کام کر سکتی ہے اور اس کام کی مقدار کھائی کی توانائی بالقوہ ہے۔

اگر کوئی جسم زمین سے بلند واقع ہو تو بھی اس میں توانائی بالقوہ ہوتی ہے۔

مثلاً کلاک کو حرکت دینے والا وزن جب کہ کلاک کو کبھی دی جائے۔ اور پتھر جو بلندی پر واقع ہو اور پانی جو ایک بلند حوض میں بھرا ہوا ہو۔ ان جسموں کی توانائی بالقوہ وہ کام ہے جو زمین تک پہنچنے میں یہ جسم کر سکتے ہیں ایسے جسموں کے لئے زمین کی سطح معیاری وضع یا صفری وضع فرض کی جاتی ہے۔ دبی ہوئی ہوا میں بھی توانائی بالقوہ ہے یعنی پھیل کر جب یہ اپنا اصلی حجم اختیار کرتی ہے اور ایسا کرنے میں جس قدر کام کرتی ہے وہ اس کی توانائی بالقوہ ہے۔ دبی ہوئی ہوا کا اصلی حجم وہ ہے جو کرہ ہوا میں مل کر اس کا حجم ہو۔ (۹۳) کمیت م کا ایک ذرہ بلندی ی پر ساکن ہے۔ اگر وہ اس بلندی سے گرے تو ثابت کرو کہ دوران حرکت میں اس کی توانائی بالفعل اور توانائی بالقوہ کا مجموعہ ایک مقدار مستقل ہے۔

فرض کرو کہ ذرہ نقطہ ک سے گر کر نقطہ ل پر زمین پر پہنچتا ہے۔

فرض کرو کہ ک ل میں ایک نقطہ ط ہے جہاں ک ط = لا
اور فرض کرو کہ نقطہ ط پر ذرے کی رفتار ل ہے۔

تو $ل = ۲ ج لا$

ط پر ذرے کی توانائی بالفعل = $\frac{1}{2} م ل^2 = م ج لا$
اور ط پر ذرے کی توانائی بالقوہ

= اس کام کے جو ذرے کا وزن ط سے ل تک
گرنے میں کر سکتا ہے

= $م ج x ط ل = م ج (ی - لا)$ ۔

پس مقام ط پر توانائی بالفعل اور توانائی بالقوہ کا مجموعہ

= $م ج ی$

لیکن ک پر ذرے کی توانائی بالقوہ $م ج ی$ ہے اور
اس کی توانائی بالفعل صفر ہے۔

پس توانائی بالقوہ اور توانائی بالفعل کا مجموعہ ط پر وہی
ہے جو ک پر ہے۔ اور چونکہ ط کوئی سا نقطہ ہے

اس لئے ان دونوں مقداروں کا مجموعہ دوران حرکت
میں ایک ہی رہتا ہے۔

یہ واضح رہے کہ جب ذرے کو زمین سے اٹھا کر مقام
ک پر رکھا گیا تھا تو اس عمل سے ذرے میں توانائی
بالقوہ کا ذخیرہ جمع ہو گیا تھا۔ اور جب ذرہ ک سے
گرنے شروع کرتا ہے تو اس کی توانائی بالقوہ شکل بدل کر
توانائی بالفعل کی صورت میں نمودار ہوتی ہے اور

یہ تبدیلی برابر جاری رہتی ہے جب تک کہ ذرہ زمین پر نہیں پہنچ جاتا۔ اس وقت تبدیلی مکمل ہو جاتی ہے اور توانائی بالقوہ کا ذخیرہ بالکل ختم ہو جاتا ہے اب رقاص کی حرکت پر غور کرو۔ جب رقاص کا گولا اپنے بلند ترین مقام پر پہنچ کر ایک آن کیلئے ساکن رہتا ہے تو اس وقت اس میں توانائی بالقوہ ہوتی ہے اور جب اس مقام سے حرکت کر کے گولا پست ترین مقام پر پہنچتا ہے تو توانائی بالقوہ بالتدریج بدل کر توانائی بالفعل کی صورت اختیار کرتی ہے۔ اور پھر جب وہاں سے حرکت کر کے دوسری طرف بلند ترین مقام تک پہنچتا ہے تو اس کی توانائی بالفعل بالتدریج بدل کر توانائی بالقوہ کی صورت میں آجاتی ہے۔ اور یہ عمل جاری رہتا ہے۔

(۹۴) دفعہ سابقہ کی مثال اصول بقاء توانائی کی ایک سادہ تمثیل ہے جو اس طرح بیان کیا جاسکتا

اگر ایک جسم یا جسموں کا ایک نظام قوتوں کے ایک بقائی نظام کے زیر عمل حرکت کر رہا ہو تو اس کی توانائی بالفعل اور توانائی بالقوہ کا مجموعہ نہیں بدلتا۔ عالم مادی میں جو قوتیں ظہور پذیر ہوتی ہیں وہ اس صورت میں بقائی کہلاتی ہیں جب ان کا انحصار

نظام اجسام متعلقہ کی صرف وضع یا تشکیل پر ہو اور ان کی رفتار یا سمت حرکت پر نہ ہو۔ مثلاً دو جسموں کی رگڑ یا ہوا کی مزاحمت بقائی قوتیں نہیں ہیں کیونکہ رگڑ ایسی قوت ہے جس کی سمت جسم کی حرکت کی سمت بدلنے سے بدل جاتی ہے اور ہوا کی مزاحمت اس طرح بدلتی ہے جس طرح جسم کی رفتار کی کوئی قوت۔

بقائی قوتوں کی صورت میں اگر جسموں کا نظام ایک وضع یا شکل سے نقل مکان کرے دوسری وضع یا شکل اختیار کرے تو ایسا کرنے میں جو کام کی مقدار صرف ہوئی وہ ہمیشہ ایک ہی رہتی ہے۔ کام کی مقدار کا انحصار اس راستے یا طریق پر نہیں ہے جو نقل مکان کرنے میں وہ جسم اختیار کریں۔ دفعہ ۷ کی مثال لو جس میں ایک ذرہ ایک کھردری مائل سطح پر نیچے کی طرف پھسلتا ہے۔ سطح کا طول ل ہے۔ جب ذرہ زمین پر پہنچتا ہے تو اس کی توانائی بالفعل

$\frac{1}{2} m [v^2] = mgh$ (جب عہ - رجم عہ)

یعنی mgh جب عہ - mgh رجم عہ اور زمین پر پہنچ کر توانائی بالقوہ صفر ہوگئی۔ اس لئے

وہاں توانائی بالفعل اور توانائی بالقوہ کا مجموعہ
 $m \times c \times L$ جب c - $m \times c \times L$ رجم c ہوگا۔
 لیکن سطح مائل کی چوٹی پر توانائی بالقوہ $m \times c \times L$ جب c ہے۔
 اس لئے اگر ذرہ سطح مائل کی چوٹی سے پایہ تک پھسلے
 تو اس کی مڑی جلی توانائی کا مجموعی نقصان $m \times c \times L$
 L رجم c ہوگا۔ یہ توانائی صورت بدل کر حرارت
 کی شکل میں نمودار ہوتی ہے۔ کچھ حرارت متحرک
 ذرے میں اور کچھ سطح مائل میں پیدا ہوتی ہے
 اور آخر کار یہ حرارت ہوا میں منتشر ہو جاتی ہے۔
 توانائی بالفعل کے نقصان کی اور مثالیں دفعہ ۸۶
 کے حل کردہ سوالات میں ہیں۔

ہر دو صورتوں میں صدمے سے پہلے توانائی بالفعل
 یہ تھی۔

$$100 \times \frac{1}{2} = \frac{100 + 500}{2} = 3 \times 2 \times \frac{1}{2} + 3 \times 3 \times \frac{1}{2}$$

پہلی مثال میں صدمے کے بعد توانائی بالفعل یہ ہوگی

$$200 \times \frac{1}{2} = \frac{200}{2} = 9 \times 5 \times \frac{1}{2}$$

اور دوسری مثال میں صدمے کے بعد توانائی بالفعل
 یہ ہوگی

$$100 \times \frac{1}{2} = \frac{100}{2} = 2 \left(\frac{33}{5} \right) \times 5 \times \frac{1}{2}$$

اس لئے دونوں صورتوں میں توانائی بالفعل کا نقصان بالترتیب ۶۰ اور ۱۵۳۶ فٹ پونڈ ہوگا۔

(۹۵) مثال (۱) ایک گولی جس کی کمیت ۴ اونس

ہے ۱۲۰۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے ۲۰ پونڈ کمیت کے ایک ہدف میں لگتی ہے۔ ہدف بغیر روک کے حرکت کر سکتا ہے۔ توانائی بالفعل کا نقصان فٹ

پونڈوں میں معلوم کرو۔
فرض کرو کہ گولی ہدف پر لگنے کے بعد دونوں کی مشترکہ رفتار ۱ ہے۔ چونکہ بموجب دفعہ ۸۶ معیار حرکت کا نقصان نہیں ہوا اس لئے

$$1200 \times \frac{4}{16} = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{16} + 20 \right)$$

$$\frac{400}{16} = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{16} + 20 \right)$$

گولی کی توانائی بالفعل = $1200 \times \frac{4}{16} \times \frac{1}{2} = 150$ فٹ پونڈ

صدے کے بعد گولی اور ہدف دونوں کی مجموعی توانائی

$$\text{بالفعل} = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{16} + 20 \right)$$

$$= \frac{200}{9} \text{ فٹ پونڈ}$$

$$\text{توانائی بالفعل کا نقصان} = 150 - \frac{200}{9}$$

$$= \frac{1300}{9} \text{ فٹ پونڈ}$$

علم حرکت ۲۰۳ باب ششم

اس سوال سے واضح ہو گا کہ اس صورت میں صدے سے اگرچہ معیار حرکت کا نقصان نہیں ہوا۔ لیکن توانائی بالفعل کے $\frac{8}{11}$ حصے کی صورت بدل گئی۔ یہ معلوم ہو گا کہ صدے کی تمام صورتوں میں توانائی بالفعل کا نقصان ہوتا ہے یا یوں کہو کہ توانائی بالفعل کی صورت بدل جاتی ہے۔

مثال (۲) دفعہ ۸۷ کی مثال میں توپ اور گولے کی توانائی بالفعل کا مقابلہ کرو۔
گولے کی توانائی بالفعل = $\frac{1}{2} \times 200 \times (900)^2$ فٹ پونڈل

$$= \frac{200 \times 900 \times 900}{2 \times 32} \text{ فٹ پونڈل} = \frac{200 \times 900 \times 900}{64}$$

$$= 2240 \text{ فٹ ٹن تقریباً}$$

توپ کی توانائی بالفعل = $\frac{1}{2} \times 50 \times 2240 \times \left(\frac{25}{14}\right)^2$ فٹ پونڈل

$$= \frac{25}{32} \times \left(\frac{25}{14}\right)^2 \times 2240 \text{ فٹ ٹن} = 2500 \text{ فٹ ٹن تقریباً}$$

 اس سے ظاہر ہے کہ گولے کی توانائی بالفعل توپ کی توانائی بالفعل سے ۲۸۰ گنا ہے اگرچہ ان کے معیار حرکت برابر ہیں۔
 گولے کی تباہ کن طاقت کی وجہ یہی ہے کہ اسکی توانائی بالفعل بہت زیادہ ہے۔
 (۹۶) اگر جسموں کا کوئی نظام ایسا ہو جس کا تعلق

کسی دوسرے نظام سے نہ ہو تو اس میں اگر توانائی صورت بدل کر مختلف شکلوں میں نمودار ہو مثلاً حرارت - آواز - روشنی یا کوئی اور صورت جو بموجب طبیعیات جدید توانائی اختیار کر سکتی ہے تو ہمیں معلوم ہوگا کہ فی الحقیقت توانائی ذرات یا ضایع نہیں ہوتی۔ یہ اصول جس سے ظاہر ہوتا ہے کہ توانائی نابود نہیں ہوتی جدید سائنس کا مرکزی اصول ہے۔ یہ الفاظ ذیل بھی بیان ہو سکتا ہے۔

توانائی میں نہ تو اضافہ ہو سکتا ہے اور نہ اس میں کمی ہو سکتی ہے۔ نہ وہ از سر نو پیدا کی جا سکتی ہے اور نہ وہ نابود ہو سکتی ہے۔ لیکن ایک صورت بدل کر کوئی دوسری صورت اختیار کر سکتی ہے۔ یہ عددی مثال دی جاتی ہے کہ کام کے ۷۷۸ فٹ پونڈ اس قدر حرارت کے مساوی ہیں کہ ان سے ایک پونڈ پانی کی حرارت بقدر ایک درجہ فرین ہائٹ بڑھ سکتی ہے۔ یعنی حرارت کا معادل جلی ۷۷۸ فٹ پونڈ ہے۔

امثلہ نمبری (۱۵)

(۱) ۱۰ پونڈ کمیت کا ایک جسم ۳۲ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے اوپر وار سمت راس میں پھینکا جاتا ہے معلوم کرو کہ اس کی توانائی بالفعل کیا ہے (۱) بوقت

رمی (۲) نصف ثانیہ کے بعد (۳) ایک ثانیہ کے بعد۔
 (۲) توپ کا ایک گولہ جس کی کمیت ۲۵ پونڈ ہے
 ۲۰۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے چلایا گیا ہے اسکی
 توانائی بالفعل فٹ پونڈوں میں دریافت کرو۔

(۳) ۱۰۰۰۰ گرام کمیت کا ایک توپ کا گولہ ۵۰۰۰
 سینٹی میٹر فی ثانیہ کی رفتار سے چلایا گیا ہے۔ اسکی
 توانائی بالفعل ارگوں میں معلوم کرو۔

(۴) ۵۰۰۰ گرام کمیت کا ایک توپ کا گولہ ۵۰۰ میٹر
 فی ثانیہ کی رفتار سے چلایا گیا ہے۔ اس کی توانائی
 بالفعل ارگوں میں معلوم کرو اور اگر توپ حرکت
 کرنے کے لئے آزاد ہو اور اس کی کمیت ۱۰۰ کیلوگرام
 ہو۔ تو توپ کی توانائی بالفعل معلوم کرو۔

(۵) ۲ اونس کمیت کی ایک گولی ۱۲۸۰ فٹ فی ثانیہ
 کی رفتار سے ایک ہدف میں چلائی جاتی ہے۔ ہدف
 کی کمیت ۱۰ پونڈ ہے اور وہ حرکت کرنے کے لئے
 آزاد ہے۔ صدمے کی وجہ سے توانائی بالفعل کا جو نقصان ہو وہ
 فٹ پونڈوں میں معلوم کرو۔

(۶) ۴ اونس کمیت کی ایک گولی ۱۲۰۰ فٹ فی ثانیہ
 کی رفتار سے حرکت کر رہی ہے اور ۱۵ پونڈ کمیت
 کا ایک توپ کا گولہ ۴۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے
 حرکت کر رہا ہے۔ دونوں کی توانائی بالفعل اور معیار

حرکت کا مقابلہ کرو۔
اگر دونوں کو یکساں قوتیں لگا کر ایک ثانیہ میں ساکن
کیا جائے۔ تو قوتوں کی مقدار معلوم کرو اور یہ بھی
دریافت کرو کہ کتنا فاصلہ طے کرنے کے بعد ہر ایک
ساکن ہوگا؟

(۹۷) معیار حرکت اور توانائی کے اصولوں کے استعمال
کی مزید تشریح کے لئے ہم ذیل میں اور مثالیں
دیتے ہیں۔

۷.۵ مثال (۱) ہم پونڈ کمیت کا ایک ہتھوڑا سی فٹ کی
بلندی سے ایک کھونٹے کے سر پر گرتا ہے۔ ہتھوڑے
کی چوٹ سے کھونٹا ۱ فٹ زمین میں جاتا ہے۔ زمین
کی مزاحمت دریافت کرو۔ کھونٹے کی کمیت ک پونڈ ہے
یہ تسلیم کر لیا جائے کہ زمین کی مزاحمت یکساں ہے
اور کھونٹے میں لچک نہیں ہے۔

کھونٹے کی مدت حرکت بھی معلوم کرو اور یہ بھی دریا
کرو کہ صدمے سے کس قدر توانائی بالفعل کا نقصان
ہوا؟

فرض کرو کہ کھونٹے کے سر پر لگنے کے وقت ہتھوڑے
کی رفتار ب ہے تو

ب = ۲ ج ی (۱)
فرض کرو کہ صدمے کے عین بعد ہتھوڑے کی رفتار

رہے تو بقاء معیار حرکت کے اصول سے

$$(م + ک) ر = م با (۲) \sim = \frac{۱}{۲}$$

فرض کرو کہ زمین کی فراحت پونڈ لوں میں ط ہے۔
تو زمین کے اندر کھونٹے کی حرکت کو روکنے والی

قوت = ط - (م + ک) ج
بقاء توانائی کے اصول سے

$$\frac{۱}{۲} (م + ک) ر = [ط - (م + ک) ج] \times ۱$$

$$\therefore ط = (م + ک) ج + (م + ک) \frac{۱}{۲}$$

$$(م + ک) ج + (م + ک) \times \frac{۱}{۲} = م با \text{ بذریعہ (۲)}$$

$$(م + ک) ج + (م + ک) \times \frac{۱}{۲} = م با$$

اس سے ظاہر ہے کہ اگر $\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲}$ پونڈ وزن
کھونٹے کے سر پر رکھا جائے تو زمین کی فراحت
پر عین غالب آکر کھونٹے کو زمین کے اندر داخل
کر دیگا۔

معیار حرکت کے اصول سے کھونٹے کی

مدت حرکت و حاصل ہوتی ہے۔ کیونکہ

$$[ط - (م + ک) ج] \times و = معیار حرکت کی تبدیلی = ۱$$

$$= (م + ک) ر = م ب$$

$$\text{اس لئے } و = \frac{م}{م + ک} \times \frac{ب}{۱۲} = م ب$$

$$\therefore و = \frac{م + ک}{م} \times \frac{۱۲}{ب}$$

$$= \frac{م + ک}{م} \times \frac{۲}{۱۲} =$$

صدے سے توانائی بالفعل کا نقصان

$$= \frac{۱}{۲} م ب - \frac{۱}{۲} (م + ک) ر$$

$$= \frac{۱}{۲} م ب - \frac{۱}{۲} \times \frac{م}{م + ک} \times ب$$

$$= \frac{۱}{۲} \times \frac{م ک}{م + ک} \times ب$$

$$= \frac{ک}{م + ک} \times \text{تھوڑے کی توانائی بوقت صدے۔}$$

ک کے مقابلے میں م جس قدر زیادہ ہو یعنی تھوڑے

کی کمیت بمقابلہ کھونٹے کی کمیت کے جس قدر

زیادہ ہو اسی قدر کم توانائی کا نقصان ہو گا۔

مثال (۲) بائی سکل کی حرکت۔ ایک بائی سکل

اور اس کے سوار کا مجموعی وزن ۲۰۰ پونڈ کے وزن کے

مساوی ہے۔ سائیکل سوار ایک مستوی سڑک پر
۱۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جا رہا ہے اور جب اسکے
پاؤں ایک پوری گردش کرتے ہیں تو بائی سکل $2\pi \times 40$
انچ آگے بڑھتی ہے۔ اور بائی سکل کے کریٹک کا
طول ۷ انچ ہے۔ اگر اس کی حرکت کے متقابل مزاحمت
۵ پونڈ وزن ہو تو دریافت کرو کہ سوار اپنے پاؤں
سے کس قدر زور لگاتا ہے اور اس کے کام کی شرح
کا مقابلہ ایک ایسی طاقت سے کرو۔ پاؤں کے زور
کو یکساں قوت تسلیم کر کے فرض کرو کہ وہ ۵ پونڈ وزن
ہے تو ایک پوری گردش میں کام کی مقدار $= 2 \times 5 \times \frac{2\pi}{12}$
فٹ پونڈ اس مدت میں مزاحمت کے مقابلے میں جو
کام کیا گیا اس کی مقدار $= 2\pi \times \frac{2\pi}{12} \times 5$ فٹ پونڈ
یہ تسلیم کرو کہ رگڑ کی وجہ سے کام کا نقصان نہیں ہوتا
یعنی یہ کہ بائی سکل نظرً ایک کامل مشین ہے۔ اس لئے
دونوں کاموں کو مساوی رکھنے سے

$$5 \times \frac{2\pi}{12} \times 2\pi = \frac{2\pi}{12} \times 5 \times 2$$

یعنی $ط = \frac{25}{2} \times 2\pi = \frac{1}{2\pi} \times 29$ پونڈ وزن تقریباً
سوار کا کام فی گھنٹہ $= 5 \times (10 \times 5280) \times 2\pi$ فٹ پونڈ
یہ کام فی منٹ $= 10 \times 88 \times 5$
یہ کام کی شرح $= \frac{10 \times 88 \times 5}{3300}$ ایسی طاقت

= $\frac{2}{5}$ اسی طاقت
 اگر سائیکل سوار ایک سطح مائل پر اسی رفتار سے چڑھ رہا ہو اور سطح کا میلان ۵۰ میں ایک ہو تو دریافت کرو کہ پاؤں سے کس قدر قوت لگا رہا ہے۔
 پاؤں کی پوری گردش سے بائی سکل $2\pi \times 40$ انچ یعنی $2\pi \times \frac{4}{11}$ فٹ آگے بڑھتی ہے یعنی وہ اور اس کی مشین $2\pi \times \frac{4}{11} \times \frac{1}{5}$ فٹ سمت راس میں اوپر چڑھتے ہیں۔ ایسا کرنے میں $2\pi \times \frac{4}{11} \times \frac{2}{5}$ فٹ پونڈ مزید کام کرنا پڑے گا۔ لہذا اس صورت میں

$$2 \times 2 \times \frac{1}{11} = 2\pi \times \frac{4}{11} \times \frac{2}{5} + 5 \times 2\pi \times \frac{4}{11} = \frac{2\pi \times 5}{4} = 3.14 \times 5 = 15.7$$

 پونڈ وزن تقریباً

امثلہ نمبری (۱۶)

(۱) م کمیت کا ایک گولہ ن کمیت کی ایک توپ سے چلایا جاتا ہے اور چلتے وقت گولے کی رفتار بلحاظ توپ کے ب ہے۔ ثابت کرو کہ گولے اور

توپ کی اصلی رفتاریں بالترتیب $\frac{ن}{م+ن}$ اور $\frac{م}{م+ن}$ ہیں۔ نیز یہ بھی ثابت کرو کہ ان کی توانائی بالفعل ان کی کمیتوں کی عکسی نسبت کے متناسب ہیں۔

(۲) ایک توپ ایک گاڑی پر چڑھائی گئی ہے جو ایک چکنی مستوی سطح پر حرکت کر سکتی ہے۔ توپ کا میلہ افق سے عہ ہے۔ توپ سے ایک گولہ چلایا جاتا ہے جو توپ کے منہ سے نکلتے وقت افق سے زاویہ تہ بناتا ہے۔ اگر توپ اور اس کی گاڑی کی کمیت گولے کی کمیت سے n گنا ہو تو ثابت کرو کہ

$$\text{مس تہ} = (1 + \frac{1}{n}) \text{مس عہ}$$

(۳) نصف ٹن کمیت کا ایک جسم ۱۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کرتا ہوا ایک ثابت ہدف پر جا کر لگتا ہے۔ اور $\frac{1}{10}$ ثانیہ میں ساکن ہو جاتا ہے۔ ہدف پر صدمے کی مقدار معلوم کرو۔ اور یہ تسلیم کر کے کہ جسم کے ساکن ہونے تک ہدف کی فرات یکساں ہے دریافت کرو کہ جسم ہدف کے اندر کس قدر داخل ہو گا؟

(۴) ۴ ہنڈرڈ ویٹ کمیت کا ایک جسم ۱۰ فٹ فی بلندی سے ۱۲ ہنڈرڈ ویٹ کمیت کے ایک بے لچک کھونٹے پر آکر گرتا ہے۔ یہ تسلیم کر کے کہ کھونٹے کے دخول کے مقابلے میں زمین کی فرات یکساں ہے اور $\frac{1}{10}$ ٹن وزن کے مساوی ہے

دریافت کرو کہ ایک چوٹ سے کھونٹا کس قدر فاصلہ زمین کے اندر داخل ہوگا اور اس فاصلے کے طے کرنے میں کس قدر وقت صرف ہوگا؟

یہ بھی معلوم کرو کہ ہر ایک چوٹ میں توانائی کی کونسی کسر منتشر ہوتی ہے؟

۵۔ ایک لکڑی جس کی کمیت ۵۰ کیلو گرام ہے پانی کی سطح پر تیر رہی ہے، ایک صندوق سے جس کی تالی امیٹر لمبی ہے ایک ۲۰ گرام وزنی گولی ۲۰۰ میٹر فی سیکنڈ کی رفتار سے لکڑی کی سیدھ میں چلائی گئی ہے، اگر گولی بغیر لکڑی کو گھمانے یا اسکے ٹکڑے الگ کرنے کے لکڑی کے اندر داخل ہو جائے تو گولی مارنے کے فوراً بعد لکڑی کی رفتار دریافت کرو۔ نیز بارود کی اوسط قوت گولی پر گراموں میں دریافت کرو۔

(۶) ایک ہتھوڑے کی کمیت ۴ ہنڈرڈ ویٹ ہے، یہ ۴ فٹ کی بلندی سے نیچے گر کر ایک لوہے کے ٹکڑے پر آکر لگتا ہے اور وہاں ساکن ہو جاتا ہے، اگر ضرب کی مدت $\frac{1}{10}$ سیکنڈ ہو اور ہتھوڑے کی قوت لوہے پر یکساں فرض کی جائے تو اس قوت کی مقدار معلوم کرو۔

۷۔ ایک رسی ایک چکنی چمڑی پر سے گذرتی ہے،

اس کے سروں پر دو وزن جنکی کمیتیں ۴ اور ۲ م ہیں باندھ دئے گئے ہیں، ۳ سیکنڈ کے بعد اوپر چڑھنے والے جسم کے ساتھ ایک وزن جنکی کمیت ۴ م بے شریک ہو جاتا ہے، اس کے بعد اس نظام کی حرکت دریافت کرو۔

۸۔ دو مساوی کمیتوں والے جسموں ۱ اور ۲ کو ایک ۳ فٹ لمبے بے لچک ڈورے میں منسلک کر کے ایک چکنی افقی میز پر ایک دوسرے کے نزدیک رکھ دیا گیا ہے اور ان کا فاصلہ قریب ترین کنارہ سے $\frac{1}{4}$ ۳ فٹ ہے، نیز ۲ کو ایک مساوی کمیت والے جسم ج کے ساتھ جو کنارہ پر سے نیچے لٹکتا ہے ایک تار سے بے لچک ڈورے کے ذریعہ منسلک کر دیا گیا ہے، ان اجسام کی رفتار دریافت کرو جب ۱ حرکت کرنا شروع کرے، نیز جب ۲ میز کے کنارہ پر پہنچے۔

۹۔ دو جسم جنکی کمیتیں بالترتیب ۵ اور ۷ پونڈ ہیں ایک رسی کے ذریعہ جو ایک ثابت چکنی چرخ پر سے گزرتی ہے منسلک کر دئے گئے ہیں، ۳ سیکنڈ کے بعد بڑی کمیت والا جسم ایک ثابت بے لچک افقی سطح مستوی پر آکر ٹکراتا ہے، ثابت کرو کہ $\frac{1}{4}$ ۲ سیکنڈ کے بعد یہ نظام ایک آن کے لئے ساکن ہوگا۔

۱۰۔ ایک رسی ایک چرخہ پر سے گذرتی ہے، اس کے ایک طرف ایک ۵ پونڈ کی کمیت کا وزن بندھا ہے اور دوسری طرف دو وزن ۲ اور ۳ پونڈ کی کمیت کے ایک دوسرے سے ۱ فٹ کے فاصلے پر بندھے ہیں، نیچے والے وزن ۲ پونڈ کو ایک تخت اوپر اٹھا کر ۳ پونڈ کے وزن کے برابر لایا گیا ہے اور نیچے گرنے سے روکنے کے لئے اس کو اس مقام پر تھاما گیا ہے۔ ثابت کرو کہ رسی آدھے سیکنڈ میں عکس جاؤگی اور اس کے بعد کل نظام ۲ و ۳ فٹ فی سیکنڈ کی یکساں رفتار سے حرکت کرے گا۔

۱۱۔ ایک رسی ایک چکنی چرخہ پر سے گذرتی ہے، اس کے سروں پر دو مساوی وزن ۱ اور ۱ بندھے ہیں اور یہ دونوں ایک مشترک رفتار سے حرکت کر رہے ہیں، قی اوپر چڑھتا ہے اور ۱ نیچے اترتا ہے، اگر ۱ کو ایک تخت پھیرا کر فوراً چھوڑ دیا جائے تو معلوم کرو کہ رسی کو دوبارہ کس جانے میں کتنا وقت لگیگا۔

۱۲۔ ایک جسم جسکی کمیت ۱۵ ہے فاصلہ ۱۵ بے روک نیچے گرتا ہے اور اس کے بعد اپنے سے ایک بڑے جسم کو جسکی کمیت ۱۵ ہے اوپر اٹھانے لگتا ہے جس کے ساتھ یہ ایک بے لچک رسی کے

ذریعہ منسلک ہے، یہ رسی ایک ثابت چرخہ پر سے گذرتی ہے۔ ثابت کرو کہ ہم اپنے اصلی مقام پر

وقت $\frac{۲}{۱۱-۱۲}$ کے بعد واپس آجائے گا

جہاں ج قوت جاذبہ کی قیمت ہے،
نیز معلوم کرو کہ جب جسم م جھٹکا کھانے کے بعد
حرکت شروع کرتا ہے تو ہم کی مرئی توانائی کی کونسی
کسر ضائع ہو جاتی ہے؟

۱۳۔ ایک ہلکی بے لچک رسی ایک ہلکی چکنی چرخہ پر
سے گذرتی ہے اور اس کے سروں پر دو وزن ۱۲
اونس اور ۹ اونس کی کمیتوں کے بندھے ہیں،
۹ اونس کے وزن پر ایک ۷ اونس وزنی سلاح
رکھ دی گئی ہے اور جب ۹ اونس کا وزن محل
سکون سے ۷ فٹ نیچے گرتا ہے تو سلاح ایک
ثابت چھلے کے ذریعہ اس پر سے اٹھالی جاتی ہے،
معلوم کرو کہ ۹ اونس کا وزن اور کتنا نیچے گرے گا؟
اگر ۹ اونس کا وزن چھلے میں سے اوپر گذرنے
وقت سلاح کو اپنے ساتھ اوپر لے جائے اور نیچے
گرتے وقت سلاح کو پیچھے چھوڑ دے تو معلوم
کرو کہ کتنے وقت میں یہ نظام پھر ساکن ہو جائیگا؟
۱۴۔ دو ریل گاڑیاں ایک دوسرے کے ساتھ ساتھ

مختلف رفتاروں سے چل رہی ہیں، اگر ان کے مسافروں کا باہم تبادلہ کرتے جائیں تو اس عمل کا آخر الامر کیا نتیجہ ہوگا؟

۱۵۔ ایک شخص وزنی ۱۲ سٹون ... ۱۱ فٹ اونچے پہاڑ پر، گھنٹے میں چڑھ جاتا ہے اور اسکے راستہ کی مشکلات اس کے مساوی ہیں کہ اس کو تمام راستہ ایک ۳ سٹون کا وزن اٹھانا پڑے، اگر راستہ میں مشکلات نہ ہوں تو واٹ کا ایک گھوڑا اس شخص کو اسی بلندی پر ۵۶ منٹ میں کیچنے کر لے جاسکتا ہے، ثابت کرو کہ گھوڑا اتنا کام کرتا ہے جتنا کہ ۶ ایسے آدمی کرتے ہیں۔

۱۶۔ ایک لوہار ایک ۱۴ پونڈ وزنی ہتھوڑے کو لوہے کی ایک سلاخ پر ۲۵ دفعہ فی منٹ مارتا ہے اور ہر ضرب کے بعد ہتھوڑے کو سلاخ پر ساکن ہو لینے دیتا ہے، اگر ہتھوڑے کی رفتار لوہے پر پڑنے سے پہلے ۳۲ فٹ فی سیکنڈ ہو تو اس کے کام کرنے کی شرح کا ایک اسی طاقت کے ساتھ مقابلہ کرو۔

۱۷۔ ایک ہتھوڑا جس کی کمیت ۲۰ ٹن ہے بھاپ کے دباؤ کے زیر عمل جو ۳۰ ٹن وزن کے مساوی ہے ہر دفعہ سمت شاقولی میں ۵ فٹ نیچے گرتا ہے، بتاؤ کہ ۳۱، کہ رفتار محصلہ کیا ہوگی اور ساکن ہونے سے

پہلے یہ کتنے فٹ پونڈ کام کریگا؟
(۱۸) ایک گاڑی وزنی ۵۰ ٹن ۵۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جا رہی ہے، ایک سخت اس کی بھاپ بند کر دی گئی ہے اور بریک لگا دئے گئے ہیں اور یہ ۳۶۳ گز چلنے کے بعد ساکن ہو جاتی ہے، اگر مزاحمت کو یکساں فرض کیا جائے تو اس کی مقدار معلوم کرو اور اس کا کام فٹ پونڈوں میں دریافت کرو۔

(۱۹) ایک ریل گاڑی وزنی ۲۰۰ ٹن ایک ایسی سطح مائل پر جس کا چڑھاؤ ۱۰۰ میں ۱ ہے ۳۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے اوپر چڑھ رہی ہے، سڑک کی مزاحمت فی ٹن ۸ پونڈ وزن کے مساوی ہے، اگر بھاپ بند کر دی جائے اور بریک لگا دئے جائیں تو گاڑی ایک چوتھائی میل کے بعد ساکن ہو جاتی ہے، بریک کی گاڑی کا وزن دریافت کرو۔ یہ معلوم ہے کہ لوہے پر لوہا پھسلنے سے جو رگڑ پیدا ہوتی ہے اس کی قدر $\frac{1}{4}$ ہے۔

(۲۰) اگر ایک سائیکل سوار ہمیشہ $\frac{1}{4}$ ایسی طاقت سے کام کرے اور ہموار سطح پر ۱۲ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جاسکے تو ثابت کرو کہ سڑک کی مزاحمت ۳۶۱۲۵ پونڈ کے وزن کے مساوی ہے۔

اگر سوار اور اُس کی مشین کی کمیت ۱۲ سٹون ہو تو ثابت کرو کہ ایک ایسی سطح مائل پر چڑھتے وقت جبکہ چڑھاؤ ۵۰ میں ۱ ہے رفتار تقریباً ۵.۸ میل فی گھنٹہ رہ جائے گی۔

(۲۱) ایک شخص چکنی ہموار سڑک پر $1\frac{1}{4}$ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے سائیکل چلا سکتا ہے اور وہ ہر پاؤں کے ساتھ اوپر سے نیچے جانے والی ضرب میں جس کا طول ۱۲ انچ ہے ۲۰ پونڈ وزن کے مساوی دباؤ ڈالتا ہے، اگر پاؤں کی ایک گردش سے مشین ۶۳ انچ آگے بڑھے تو اس کے کام کرنے کی شرح فی منٹ دریافت کرو۔

(۲۲) ایک بندوق کی گولی ایک تختہ میں سے گزرنے سے اپنی رفتار کا $\frac{1}{4}$ کھو دیتی ہے، معلوم کرو کہ ساکن ہونے سے پہلے یہ کتنے ایسے تختوں میں سے گزر جائے گی، اس میں فرض کرو کہ تختوں کی مزاحمت یکساں ہے۔

(۲۳) ایک شخص کشتی چلانے میں ڈانڈ کی ہر ضرب سے ۷ فٹ پونڈ کام کرتا ہے اور یہ کام کشتی چلانے میں کارآمد ہوتا ہے، اگر کشتی ۱۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جارہی ہو تو پانی کی کل مزاحمت ۱ پونڈ کے وزن کے مساوی ہوتی ہے، بتاؤ کہ وہ شخص فی منٹ

کتنی ضربیں لگاتا رہے کہ کشتی کی رفتار میں فرق نہ آئے۔
 (۲۴) ایک بانی شکل پاؤں کی ایک گردش سے ۲۷۰۰
 انچ آگے بڑھتی ہے ، سائیکل سوار $\frac{1}{4}$ ایسی طاقت
 سے کام کرتا ہے اور اپنے پاؤں کے ساتھ ۶ گردشیں
 یا چکر فی منٹ لگاتا ہے ، اگر رگڑ کو نظر انداز کیا جائے
 تو اسکی حرکت کے خلاف جو مزاحمت ہے اسکی مقدار
 معلوم کرو اور اگر پائداں کی ڈنڈی کا طول $4\frac{3}{4}$ انچ ہو
 تو اس کے پائداں پر جو دباؤ نیچے کی طرف پڑتا ہے
 اس کو معلوم کرو (اس دباؤ کو مستقل فرض کرو)
 (۲۵) ایک سوار اور اسکی بانی شکل دونوں کی کمیت
 ۱۸۰ پونڈ ہے ، مشین ایک سطح مائل پر جس کا سیلان
 ۶۰ میں ۱ ہے ۸ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے نیچے کی طرف
 بلا تکلف جارہی ہے ، ثابت کرو کہ اگر سوار کو اسی رفتار
 سے ایک ایسی سطح مائل پر چڑھنا منظور ہو جس کا
 چڑھاؤ ۱۰۰ میں ۱ ہو تو اس کو ۱۰۲۲ ، ایسی طاقت کی
 شج سے کام کرنا چاہیے۔

(۲۶) ایک افقی ٹونٹی سے ۲۰۰ پونڈ پانی فی منٹ
 ۱۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے نکلتا ہے اور یہ پانی
 ایک ایسی ثابت عمودی تختی پر آکر لگتا ہے جس کی
 سطح ٹونٹی کی سمت پر عمود وار ہے ، معلوم کرو کہ
 معیار حرکت کی کیا مقدار فی سیکنڈ ضائع ہوتی ہے

علم حرکت ۲۲۰ باب ششم

اور تختی پر جو قوت عمل کرتی ہے اسکی مقدار پونڈوں میں دریافت کرو۔

نیز جس شرح سے ٹوٹی توانائی پیدا کرتی ہے اس کو معلوم کرو اور اسکو ایک ایسی طاقت کی رقوم میں بیان کرو

(۲۶) ایک ۲ اونس وزنی کیل کو ایک تختہ کے اندر ٹھوکنے کے لئے ایک ۳ پونڈ وزنی ہتھوڑے کو استعمال کیا گیا ہے، ہتھوڑا جس وقت کیل پر پڑتا ہے اسکی رفتار ۸ فٹ فی سیکنڈ ہوتی ہے، اگر ہر ضرب سے کیل آدھ اونچ تختہ کے اندر چلی جائے تو کیل کے خلاف جو مزاحمت ہے اسکی مقدار معلوم کرو۔ اس سوال میں کیل اور ہتھوڑے دونوں کو بے لچک خیال کرو۔

ذروں کے کسی نظام کے مرکز جمود کی حرکت

۹۸- مسئلہ

اگر کسی آن میں کیتوں ۱م، ۲م، ۳م، کی رفتاریں ایک ثابت مستقیم خط کے متوازی بالترتیب ۱، ۲، ۳، ... ہوں تو ان کیتوں کے مرکز جمود کی رفتار اسی آن میں خط مذکور کے متوازی

$$\frac{1م + 2م + 3م + \dots}{1م + 2م + 3م + \dots} \text{ ہوگی}$$

فرض کرو کہ اس ثابت خط پر ایک ثابت نقطہ لیا گیا ہے
اور اس نقطہ سے مفروضہ کیتوں کے فاصلے ان زیر
بحث میں بالترتیب $لا$ ، $لا$ ، $لا$ ، ناپے گئے
ہیں، اور فرض کرو کہ $لا$ ان کے مرکز جمود کا فاصلہ ہے۔

تب (بموجب سکونیات دفعہ ۱۱۱)

$$\overline{لا} = م_۱ لا + م_۲ لا + م_۳ لا + +$$

فرض کرو کہ ایک قلیل وقت $ت$ گزرنے کے بعد ان
کیتوں کے فاصلے نقطہ معینہ سے $لا$ ، $لا$ ،
ہیں اور ان کے مرکز جمود کا فاصلہ $لا$ ہے، تب

$$لا = لا + لا ت$$

$$لا = لا + لا ت$$

$$لا = لا + لا ت$$

.....

$$\text{نیز } لا = م_۱ لا + م_۲ لا + +$$

$$لا - لا = م_۱ (لا - لا) + م_۲ (لا - لا) + +$$

$$= م_۱ لا ت + م_۲ لا ت + +$$

لیکن اگر ثابت خط کے متوازی در مرکز جمود کی رفتار ہے،

$$\text{تب } \text{لا} = \text{لا} + \text{رت}$$

$$\therefore \text{ر} = \frac{\text{لا} - \text{لا}}{\text{ت}} = \frac{\text{م}_1 \text{ر}_1 + \text{م}_2 \text{ر}_2 + \dots}{\text{م}_1 + \text{م}_2 + \dots}$$

اس لئے ذروں کے ایک نظام کے مرکز جمود کی رفتار کسی سمت مفروضہ میں ایک ایسی کسر کے مساوی ہے جس کا شمار کنندہ سمت مذکور میں ذروں کی حرکتوں کے معیاروں کے مجموعہ کے مساوی ہے اور جسکا نسب نما ذروں کی کمیتوں کے مجموعہ کے مساوی ہے۔ نتیجہ صریح اگر ذروں کا ایک نظام ایک ہی سطح میں حرکت کرتا ہو اور ذروں کی رفتاریں مع ان کی حرکت کی سمتوں کے معلوم ہوں تو ہم ان رفتاروں کو دو ثابت خطوں کے متوازی تحلیل کرنے اور سابق مسئلہ کو استعمال کرنے سے ذروں کے مرکز جمود کی حرکت معلوم کر سکتے ہیں۔

۹۹۔ مسئلہ اگر کسی آن میں کمیتوں $\text{م}_1, \text{م}_2, \text{م}_3, \dots$ کے اسراع ایک ثابت خط کے متوازی بالترتیب $\text{ع}_1, \text{ع}_2, \text{ع}_3, \dots$ ہوں تو ان کمیتوں کے مرکز

جمود کا اسراع اس خط کے متوازی $\frac{\text{م}_1 \text{ع}_1 + \text{م}_2 \text{ع}_2 + \dots}{\text{م}_1 + \text{م}_2 + \dots}$ ہوگا

اس مسئلہ کا ثبوت پہچلی دفعہ کے ثبوت کے بالکل متضاد ہے، صرف ہمیں لا، لا، لا، لا کی بجائے لا، لا، لا، لا لکھنا چاہئے اور باقی ذروں کے لئے بھی اسی قسم کی تبدیلیاں کرنی چاہئیں۔

مثال (۱) دو کمیتیں ۱م، ۲م ایک ہلکی رسی کے ذریعہ منسلک کر دی گئی ہیں جیسا دفعہ ۲م میں، ان کے مرکز جمود کا اسراع معلوم کرو

کمیت ۱م کا اسراع شاقولی سمت میں $\frac{۱م - ۲م}{۱م + ۲م}$ ج ہے اور ۲م کا اسراع بمقدار میں تو یہی ہے مگر اسکی سمت اس کے متقابل ہے۔

اس لئے $۱ع = -۲ع = \frac{۱م - ۲م}{۱م + ۲م}$ ج، پس مرکز جمود کا اسراع

مثال (۲) دو جسموں کی کمیتیں ۱م اور ۳م ہیں، یہ ایک ہلکی رسی کے ذریعہ جو ایک چکنی چرخ پر سے گذرتی ہے منسلک کر دیئے گئے ہیں۔ ثابت کرو کہ ایسا کرنے سے جو حرکت پیدا ہوگی اس میں کمیتوں کے مرکز جمود کا اسراع $\frac{۱ع}{۴}$ ہوگا

مثال (۳) دو جسم جنکی کمیتیں ۶ اور ۴ پونڈ ہیں دو متوازی خطوں پر بالترتیب ۳ اور ۸ فٹ کی رفتاروں سے حرکت کر رہے ہیں ، ان کے مرکز جمود کی رفتار دریافت کرو (۱) جبکہ وہ ایک ہی سمت میں حرکت کریں (۲) جبکہ وہ متقابل سمتوں میں حرکت کریں۔

جواب (۱) ۵ فٹ فی سیکنڈ (۲) $\frac{1}{5}$ فٹ فی سیکنڈ اُس سمت میں جس میں کہ دوسرا جسم حرکت کر رہا ہے۔

مثال (۴) دو جسم جنکی کمیتیں ۴ اور ۳ میں دو مستقیم خطوں کے نقطہ تقاطع سے ایک ہی وقت میں رفتاروں ۲ اور ۱ کے ساتھ بالترتیب ان خطوں پر حرکت کرتا شروع کرتے ہیں ، ثابت کرو کہ ان کے مرکز جمود کا طریق ایک مستقیم خط ہے جو مفروضہ مستقیم خطوں کے درمیانی زاویہ کی تصیف کرتا ہے۔

مثال (۵) دو جسم یکساں رفتار سے دو مستقیم خطوں پر حرکت کرتے ہیں ، یہ خط ایک دوسرے کو ایک زاویہ معلومہ پر قطع کرتے ہیں ، ثابت کرو کہ انکا مرکز جمود یکساں رفتار سے ایک مستقیم خط پر حرکت کرتا ہے۔

باب ہفتم

مریات

(۱۰۰) گذشتہ بابوں میں ہم نے ایسے جسموں کی حرکت پر بحث کی جو مستقیم خطوں میں حرکت کرتے تھے۔ اس باب میں ہم ایک ایسے ذرہ کی حرکت پر غور کریں گے جو ہوا میں کسی رفتار کے ساتھ کسی سمت میں پھینکا جائے۔ ہم فرض کریں گے کہ جسموں کی حرکت سطح زمین سے بلحاظ فاصلہ کے مناسب حدود کے اندر رہتی ہے اور اسلئے جو اسراع جاذبہ ارض کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے وہ قریب قریب مستقل خیال کیا جاسکتا ہے۔ نیز ہم ہوا کی مزاحمت کو نظر انداز کریں گے اور یہ فرض کریں گے کہ حرکت خلا میں ظہور پذیر ہوتی ہے، اور ایسا فرض کرنے کی دو وجوہ ہیں، اولاً ہوا کی مزاحمت کا قانون جبکہ ایک ذرہ اس میں حرکت کر رہا ہو ٹھیک طور پر معلوم نہیں اور ثانیاً اگر یہ قانون معلوم بھی ہو تو ایسی بحث میں نظری ریاضی کے اصولوں کی وسیع واقفیت کی ضرورت

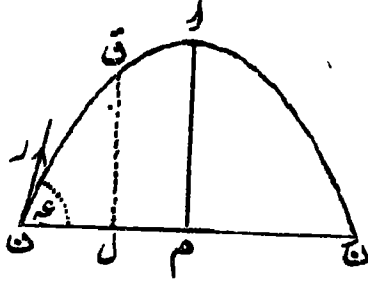
ہوگی اور اس کتاب کے پڑھنے والے سے استقدر توقع نہیں کی جاسکتی۔

تعریفات اگر کسی نقطہ سے کوئی ذرہ کسی خاص سمت میں ہوا کے اندر پھینکا جائے تو جو زاویہ یہ سمت ، نقطہ مذکورہ میں سے گزرنے والی افقی سطح کے ساتھ بناتی ہے اسکو زاویہ رمی کہتے ہیں ، جو راستہ ذرہ کی حرکت سے پیدا ہوتا ہے اسکو خط ہرمی کہتے ہیں ، نیز اگر نقطہ رمی میں سے کوئی ایک مستوی سطح کھینچی جائے اور ذرہ کا طریق (خط رمی) اسکو ایک نقطہ پر ملے تو اس نقطہ اور نقطہ رمی کے درمیان جو فاصلہ ہے اسکو ذرہ کا ٹپہ اُس سطح پر کہتے ہیں ، اور ابتدائی حرکت سے ذرہ کو جتنا وقت ، نقطہ رمی میں سے گزرنے والی افقی سطح سے دوبارہ ملنے میں لگتا ہے اسکو مدت پرواز کہتے ہیں۔

(۱۰۱) اگر زمین ایک ذرہ کو اپنی طرف نہ کھینچتی تو ہر ذرہ ہوا میں پھینکے جانے کے بعد ایک مستقیم خط میں حرکت کرتا ، لیکن زمین کی کشش کی وجہ سے ذرہ کا راستہ ایک منحنی خط ہوتا ہے ، دفعہ ۱۱۳ میں ہم ثابت کریں گے کہ یہ منحنی ہمیشہ قطع مکانی (شلیبی) ہوتا ہے۔

فرض کرو کہ Δ نقطہ رمی ہے ، α رفتار اور θ زاویہ رمی ہے ، نیز فرض کرو کہ Δ Δ Δ ذرہ کا طریق ہے جسکا

سب سے اونچا نقطہ ل ہے اور ن وہ نقطہ ہے جہاں ذرہ کا طریق ن میں سے گزرنے والی افقی سطح سے ملتا ہے۔



قوتوں کے طبیعی استغنا کے اصول کی رو سے (دفعہ ۱) چونکہ جسم کا وزن ایک عمودی قوت ہے اسلئے صرف عمودی سمت میں ہی جسم کی حرکت پر اسکا اثر پڑ سکتا ہے، پس افقی سمت میں جو جسم کی رفتار ہے اُسپر اس کا کوئی اثر نہیں ہو سکتا، اس لئے جسم کی افقی رفتار غیر متبدل رہتی ہے۔

ذرہ کی ابتدائی رفتار کے افقی اور عمودی اجزائے ترکیبی بالترتیب v_x جسم v_y اور v_z جب v ہیں اس لئے اثنائے حرکت میں افقی رفتار ہمیشہ v_x رہتی ہے۔

عمودی سمت میں ابتدائی رفتار v_y جب v ہے اور اسراع - ج،

[کیونکہ جاذبہ ارض کی وجہ سے جو اسراع پیدا ہوتا ہے وہ عمودی سمت میں نیچے کی طرف ج ہے اور ہم اپنی مثبت سمت کو اوپر کی طرف لے رہے ہیں] اس لئے بلحاظ عمودی حرکت کے ذرہ زیر بحث کی حرکت ایک ایسے ذرہ کی حرکت کے متماثل ہوگی جو باسراع ج سمت راس میں ابتدائی رفتار r جب e سے پھینکا گیا ہو۔ پس اسطرح جو ذرہ زیر بحث کی حرکت حاصل ہوتی ہے وہ ایک ایسے ذرہ کی حرکت کے متماثل ہے جو ایک پتلی عمودی نلی میں رفتار r جب e سے پھینکا گیا ہو جبکہ نلی افقی سمت میں رفتار r جب e سے حرکت کرے۔

(۱۰۲) کسی وقت مفروضہ کے بعد ذرہ کی حرکت کی سمت اور رفتار معلوم کرو۔

فرض کرو کہ وقت t گزرنے کے بعد مطلوبہ رفتار r افقی سمت سے زاویہ θ بناتی ہے
تب $r \cos \theta =$ افقی رفتار وقت t گزرنے کے بعد
 $= r \cos \theta$ ، مستقل افقی رفتار
نیز $r \sin \theta =$ عمودی رفتار وقت t گزرنے کے بعد

$= r \sin \theta$ جب e ۔ ج t

اس لئے مربع لینے اور جمع کرنے سے

$$r^2 = r^2 \cos^2 \theta + r^2 \sin^2 \theta$$

اور تقسیم کرنے سے مس طہ = مرآ جب اع - ج ت

(۱۰۳) کسی ارتفاع مفروضہ پر حرکت کی سمت اور رفتار معلوم کرو + فرض کرو کہ مفروضہ بلندی با پر ذرہ کی رفتار مں ہے اور رفتار کی سمت ، افق سے زاویہ طہ بناتی ہے ۔ اسلئے اس نقطہ پر افقی اور عمودی رفتاریں بالترتیب مں جم طہ اور مں جب طہ ہیں۔ اس لئے

مرآ جم طہ = مرآ جم اع ، مستقل افقی رفتار - (۱)
نیز دفعہ ۳۲ کی رو سے

مں جب طہ = مرآ جب اع - ۲ ج با (۲)
(۱) اور (۲) کا مربع لینے اور جمع کرنے سے
مرآ = مرآ - ۲ ج با

نیز عمل تقسیم سے مس طہ = مرآ جب اع - ۲ ج با
مرآ جم اع

(۱۰۴) معلوم کرو کہ اپنی مدت پرواز میں ایک مری کا بڑے سے بڑا ارتفاع کیا ہوتا ہے اور ابتدائے حرکت سے اس ارتفاع اعظم پر پہنچنے کے لئے کتنا وقت ضرور ہوتا ہے + فرض کرو کہ خط مری کا سب سے اونچا نقطہ ہے (دیکھو شکل دفعہ ۱۰۱) اب ضرور ہے کہ مری

نقطہ ۱ پر افقی سمت میں حرکت کر رہا ہو اس لئے
اس کی عمودی رفتار نقطہ ۱ پر صفر ہو گی
لہذا دفعہ ۳۲ کی رو سے
۰ = راجب ع - ۲ ج × م ۱

$$۰ = م ۱ = \frac{راجب ع}{ج ۲}$$

جس سے ارتفاع اعظم حاصل ہوتا ہے
فرض کرو کہ ن سے ۱ تک کی پرواز کا وقت ت ہے،
تب ظاہر ہے کہ وقت ت میں عمودی رفتار راجب ع
جاذبہ ارض کی وجہ سے فنا ہو جاتی ہے
اس لئے دفعہ ۳۲ کی رو سے = راجب ع - ج ت

$$۰ = ت = \frac{راجب ع}{ج}$$

جس سے مطلوبہ وقت حاصل ہوتا ہے
(۱۰۵) نقطہ رمی میں سے گزرنے والی افقی سطح مستوی
پر رمی کا ٹپہ دریافت کرو، نیز اسکی مدت پرواز معلوم
کرو۔

جب رمی نقطہ ن پر پہنچتا ہے (شکل دفعہ ۱۰۱) تو
اس کا عمودی سمت میں طے کردہ فاصلہ صفر ہوتا ہے۔
اسلئے اگر ت مدت پرواز ہو تو دفعہ ۳۲ (۱) کی رو سے
۰ = راجب ع - ۱ ج ت

$$فصل ۱۰۱ + ۱ ج ت = راجب ع$$

ت = $\frac{۲ \text{ جب } ۲}{ج}$ = سب سے اونچے نقطہ

تک پہنچنے کے وقت کا دو چند۔
اس تمام وقت ت میں افقی رفتار کی مستقل قیمت
مرجم عہ رہتی ہے
ن ن ن = افقی فاصلہ جو وقت ت میں طے

ہوا

مرجم عہ \times ت = $\frac{۲ \text{ جب } ۲}{ج}$ جم عہ

اسلئے معلوم ہوا کہ ٹپہ ایک ایسی کسر کے ج مساوی
ہے جس کا شمار کنندہ ابتدائی عمودی اور افقی رفتاروں
کے حاصل ضرب کے دو چند کے برابر ہے اور جس

کا نسب نماج ہے
(۱۰۶) رمی کی مفروضہ رفتار رمی کے لئے
بڑے سے بڑا افقی ٹپہ دریافت کرو اور اس کے
زاویہ رمی کی قیمت معلوم کرو۔

اگر زاویہ رمی عہ تو گزشتہ دفعہ کی رو سے افقی ٹپہ

= $\frac{۲ \text{ جب } ۲}{ج}$ جم عہ = $\frac{۲ \text{ جب } ۲}{ج}$ جم عہ

نیز جب ۲ عہ کی قیمت بڑی سے بڑی اس وقت

ہوگی جبکہ ۲ عہ = ۹۰°

یعنی جبکہ ۲ عہ = ۲۵°

اسلئے ایک افقی سطح پر کا پٹہ بڑے سے بڑا اس وقت ہوگا جب مری کی ابتدائی سمت مری ، نقطہ مری میں سے گزرنے والی افقی سطح سے ۴۵° کا زاویہ بنا کر پس بڑے سے بڑے افقی پٹہ کی مقدار $\frac{1}{2}$ بجے جب ۹۰° یعنی $\frac{1}{2}$ بجے ہوگی

(۱۰۶) اگر رفتار مری کی مقدار معین کردی جائے تو افقی سطح پر ایک مفروض پٹہ حاصل کرنے کے لئے مری کو پھینکنے کی بالعموم دو سمتیں ہونگی اور یہ بڑے سے بڑا پٹہ حاصل کرنے والی سمت سے مساوی زاویے بنائیں گی۔

اگر زاویہ مری ۴۵° ہو تو دفعہ ۱۰۵ کی رو سے پٹہ $\frac{1}{2}$ بجے \times جب ۲۰° ہوگا ،

نیز اگر زاویہ مری ۳۰° ہو تو پٹہ = $\frac{1}{2}$ بجے جب ۲۰° (۳۰° - ۱۰°) = $\frac{1}{2}$ بجے جب ۲۰° (۳۰° - ۱۰°) = $\frac{1}{2}$ بجے جب ۲۰°

اس سے معلوم ہوا کہ زوایاء مری ۴۵° اور ۳۰° - ۱۰° دونوں سے ایک ہی افقی پٹہ حاصل ہوتا ہے۔

یہ سمتیں افقی اور عمودی سمتوں سے بالترتیب مساوی زاویے بناتی ہیں اور اس لئے بڑے سے بڑا پٹہ پیدا کرنے والی سمت سے جو افقی اور عمودی سمتوں کی شقیف کرتی ہے مساوی زاویے بناتی ہیں۔

(۱۰۷) مثال (۱)۔ ایک گولی ۶۴۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے

علم حرکت ۲۳۳ باب ہفتم

پھینکی گئی ہے اور اسکی سمت رمی افق کے ساتھ ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے تو (۱) رمی کی بڑی سے بڑی اونچائی دریافت کرو (۲) افقی سطح پر کاٹپہ اور مدت پرواز معلوم کرو (۳) جب گولی ۵۷۶ فٹ کی اونچائی پر ہو تو گولی کی سمت حرکت اور رفتار معلوم کرو

ابتدائی افقی رفتار = ۶۴۰ جم ۳۰ = $\frac{۳۲۰}{۲} \times ۶۴۰ = ۱۰۲۴۰$ فٹ فی سیکنڈ اور ابتدائی عمودی رفتار = ۶۴۰ جب ۳۰ = ۳۲۰ فٹ فی سیکنڈ

(۱) اگر فرض کیا جائے کہ بڑی سے بڑی مطلوبہ اونچائی ب ہے تو ب وہ فاصلہ ہوگا جو ایک ذرہ ۳۲۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے شروع ہو کر باسراع (ج) حرکت کر کے ساکن ہو جانے تک طے کرے۔

$$\therefore ۰ = ۳۲۰ - ۲ ج ب$$

$$\therefore ب = \frac{۳۲۰}{۳۲ \times ۲} = ۱۶۰۰ \text{ فٹ}$$

(۲) اگر مدت پرواز ت ہو تو ت سیکنڈ میں جو عمودی فاصلہ طے ہوا وہ صفر کے برابر ہے۔

$$\therefore ۰ = ۳۲۰ \times ت - \frac{۱}{۲} ج ت^۲$$

$$\therefore ت = \frac{۶۴۰}{ج} = ۲۰ \text{ سیکنڈ}$$

افقی ٹپہ = اس فاصلہ کے جو ایک ذرہ ۳۲۰ ۱۳۳ فٹ

علم حرکت ۲۳۴ باب ہفتم

فی سیکنڈ کی مستقل رفتار سے ۲۰ سیکنڈ میں طے کرتا ہے

$31.320 \times 20 = 11.085$ فٹ تقریباً
(۳) اگر ۵۷۶ فٹ کی اونچائی پر رفتار r ہو تو اور اس وقت
رنی کی سمت پرواز افق کے ساتھ زاویہ طہ بنائے تو
 $r \times 32 = 576 \times 2 - 320 = 64 \times 32 = 2048$

اور $r \times 32 = 2048$ (۳۱.۳۲۰) $r = 64$

اس لئے عمل جمع سے
 $r = 31.320 \times 32 = 1002.24$ فٹ فی سیکنڈ
نیز عمل تقسیم سے

مس طہ $= \frac{16}{45} = \frac{31.32}{15} = 2.088$ ر
طبیعی کماسات کے جدول سے معلوم ہوگا کہ طہ $= 2.088$ فٹ تقریباً
مثال (۲) - کرکٹ کا ایک گیند ۹۶ فٹ سیکنڈ کی
ابتدائی رفتار سے پھینکا گیا ہے ، افقی سطح پر بڑے
سے بڑا ٹپہ معلوم کرو اور نیز دریافت کرو کہ کن دو
سمتوں میں گیند پھینکا جائے کہ ٹپہ ۱۳۴ فٹ ہو ؟
اگر زاویہ رنی θ ہو تو ٹپہ دفعہ ۱۰۵ کی رو سے
 $\frac{96 \times 2}{g} = \frac{96 \times 2}{g} = 19.2$ ج

علم حرکت ۲۳۵ باب ہفتم

بڑے سے بڑا ٹپہ اس وقت حاصل ہوگا جبکہ $\theta = ۲۵^\circ$ اور اسلئے

$$\frac{۲۹۶}{۳۲} = ۲۸۸ \text{ فٹ} = ۹۶ \text{ گز}$$

اگر ٹپہ ۱۴۴ فٹ ہو تو زاویہ θ مساوات ذیل سے حاصل ہوگا

$$\frac{۲۹۶}{۳} \text{ جب } \theta = ۱۴۴$$

$$\therefore \text{ جب } \theta = \frac{۳۲ \times ۱۴۴}{۲۹۶} = \frac{۱۴۴}{۹۶ \times ۳} = \frac{۱}{۲}$$

$$\therefore \theta = ۳۰^\circ \text{ یا } ۱۵۰^\circ$$

$$\therefore \theta = ۱۵^\circ \text{ یا } ۱۶۵^\circ$$

مثال (۳) ایک توپ کا گولہ ایک برج کی چوٹی سے جس کا ارتفاع ۴۹ فٹ ہے ۲۰۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے افقی سمت میں پھینکا گیا ہے، (۱) اس کی مدت پرواز معلوم کرو (۲) برج کے پائین سے اس نقطہ کا فاصلہ دریافت کرو جہاں یہ زمین پر آکر لگتا ہے۔ (۳) جب یہ زمین پر آکر لگتا ہے اس وقت اس کی رفتار معلوم کرو

(۱) گولے کی ابتدائی عمودی رفتار صفر ہے، اس لئے مدت پرواز t سے وہ وقت تعبیر ہوتا ہے جس میں ایک جسم، جاذبہ ارض کے زیر عمل بلا تکلف گر کر فاصلہ ۴۹ فٹ طے کرتا ہے۔

اس لئے $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times 12 = 3$ ج تا = ۱۲ تا

تا = $\frac{1}{4}$ سیکنڈ

(۲) مدت پرواز میں افقی رفتار مستقل رہتی ہے

اس لئے پائین برج سے مطلوبہ فاصلہ $= 200 \times \frac{1}{4} = 50$

(۳) سیکنڈ کے اختتام پر عمودی رفتار =

$\frac{1}{4} \times 32 = 8$ فٹ فی سیکنڈ اور افقی رفتار ۲۰۰ فٹ فی سیکنڈ ہے

∴ مطلوبہ رفتار $= \sqrt{200^2 + 8^2} = 200.16$

$= 200.16$ فٹ تقریباً

مثال (۴) ایک ٹیلے کی چوٹی سے جس کا ارتفاع

۸۰ فٹ ہے ایک پتھر ۸۰ فٹ فی سیکنڈ کی ابتدائی

رفتار سے ایک ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے جو

افق سے ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے، معلوم کرو کہ پتھر

زمین پر کہاں لگے گا؟

ابتدائی عمودی رفتار ۱۲۸ جب ۳۰° یا ۶۴ فٹ فی

سیکنڈ ہے اور

ابتدائی افقی رفتار ۱۲۸ جم ۳۰° یا ۶۴ فٹ فی

سیکنڈ ہے

فرض کرو کہ وقت t گزرنے کے بعد پتھر زمین

پر آکر لگتا ہے

تب ظاہر ہے کہ تا سے وہ وقت تعبیر ہوتا ہے جس میں ایک پتھر جو ۶۴ فٹ فی سیکنڈ کی عمودی رفتار سے پھینکا گیا ہو باسراع (ج) حرکت کر کے فاصلہ (۸۰-) فٹ طے کرتا ہے۔

$$\therefore ۸۰ = ۶۴ \text{ تا} - \frac{۱}{۲} \text{ ج تا}^۲$$

$$\text{اسلئے تا} = ۵ \text{ سیکنڈ}$$

اس اثناء میں افقی رفتار نہیں بدلتی اسلئے ٹیلہ کے پائین سے اُس نقطہ کا فاصلہ جہاں پتھر جا کر زمین سے ٹکراتا ہے $= ۳۲۰ = ۳۱ \times ۵۵۴$ فٹ تقریباً

امثلہ نمبری ۱۷

(۱) ایک ذرہ ۴۴ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے ایک ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے جو افق سے زاویہ ۳۰° بناتی ہے، بڑے سے بڑا ارتفاع، مدت پرواز اور افقی سطح پر کا پٹہ دریافت کرو جبکہ

$$(۱) ۴۴ = ۴۰، ۳۰ = ۳۰$$

$$(۲) ۴۴ = ۸۰، ۶۰ = ۶۰$$

$$(۳) ۴۴ = ۹۶، ۷۵ = ۷۵$$

$$(۴) ۴۴ = ۲۰۰، ۳۰ = ۳۰$$

علم حرکت ۲۳۸ باب ہفتم

(۲) ایک افقی سطح مستوی پر بڑے سے بڑا ٹپہ دریافت کرو جبکہ رفتار رومی (۱) ۴۸ (۲) ۶۰ (۳) ۱۰۰ فٹ فی سیکنڈ ہو۔

(۳) ایک گولی ایک بندوق سے ۱۶۰ میٹر فی سیکنڈ کی رفتار سے نکلتی ہے ، معلوم کرو کہ زیادہ سے زیادہ یہ کہاں تک جاسکتی ہے اور اس کا ارتفاع اعظم کیا ہوگا ؟

(۴) - ایک شخص ایک پتھر کو ۸۰ میٹر کی دوری تک پھینک سکتا ہے ، معلوم کرو کہ پتھر کتنے عرصہ تک ہوا میں رہتا ہے اور بڑی سے بڑی کیا اونچائی حاصل کرتا ہے ؟

(۵) ایک جسم ۸۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار کے ساتھ ایک ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے جو افقی سے زاویہ ۳۰° بناتی ہے ، ثابت کرو کہ یہ ۵۰ فٹ کی عمودی بلندی تک پہنچے گا ، اور اس کی سمت حرکت افق سے ۶۰° کا زاویہ بنائے گی جب اس کا عمودی ارتفاع زمین سے ۶۰ فٹ ہوگا ،

نیز ثابت کرو کہ اس کی مدت پرواز ۴ میٹر فی سیکنڈ ہوگی۔

(۶) ایک مری زمین سے ۹ فٹ کی بلندی سے افقی سمت میں پھینکا گیا ہے اور سطح زمین سے ۱۰۰۰ فٹ کے افقی فاصلہ پر آکر لگتا ہے ، اس کی ابتدائی رفتار

معلوم کرو۔

(۷) ایک برج کی چوٹی سے جس کا ارتفاع ب ہے ایک پتھر افقی سمت میں رفتار $\frac{1}{2}g$ کے ساتھ پھینکا گیا ہے، معلوم کرو کہ زمین پر یہ کہاں جا کر لگیگا۔ نیز زمین پر ٹکرانے کے وقت اس کی رفتار کیا ہوگی؟

(۸) ایک ریلوے گاڑی ۳۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جا رہی ہے اس کے فرش پر ۹ فٹ کی بلندی سے ایک پتھر پھینکا گیا ہے، جب یہ پتھر گاڑی کے فرش پر آکر لگتا ہے اس وقت اس کی رفتار اور سمت، فضا میں معلوم کرو۔

(۹) ایک جہاز ۱۶ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے جا رہا ہے اور اس کے مستول کی چوٹی سے جس کا ارتفاع ۱۴ فٹ ہے ایک جسم گرتا ہے، جسم کی حرکت کی سمت اور رفتار معلوم کرو (۱) دو سیکنڈ گزرنے کے بعد (۲) جب یہ عرشہ جہاز پر آکر ٹکرائے۔

(۱۰) ایک ٹیلے کی چوٹی پر جس کی بلندی ۴۰۰ فٹ ہے ایک توپ دھری ہے، اس سے ایک گولہ ۷۸ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے ایک ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے جو افق سے ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے، توپ میں سے گزرنے والے عمودی خط سے

علم حرکت ۲۴۰ باب ہفتم

اُس نقطہ کا افقی فاصلہ دریافت کرو جہاں گولہ زمین پر جا کر لگتا ہے۔

(۱۱) ایک عمودی برج کی چوٹی سے جس کا ارتفاع ۳۳ جی فٹ ہے ایک ذرہ پھینکا گیا ہے ، اسکی ابتدائی رفتار کے اجزائے ترکیبی عمودی اور افقی سمتوں میں بالترتیب ۶ جی اور ۸ جی ہیں ، اس کی مدت پرواز معلوم کرو اور پائین برج سے اُس نقطہ کا فاصلہ دریافت کرو جہاں یہ زمین پر آکر لگتا ہے۔

x (۱۲) ایک بندوق سے گولی اس طرح چلائی گئی ہے کہ وہ گرجا ستر اس برگ کے کنگرے کی چوٹی پر افقی سمت میں جا کر لگتی ہے ، چوٹی کا ارتفاع ۱۴۱ میٹر ہے ، اگر زاویہ رمی ۵۵ ہو تو ثابت کرو کہ رفتار رمی تقریباً ۲۶۸ میٹر فی سیکنڈ ہوگی۔

(۱۳) ایک ایسی گولی کی رفتار اور سمت رمی دریافت کرو جو ایک ۷۵ فٹ اونچی دیوار کی چوٹی پر سے عین افقی سمت میں گذر سکے ، دیوار کا فاصلہ نقطہ رمی سے ۵۰ گز ہے۔

(۱۴) ایک ذرہ ایک ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے جو افق سے زاویہ جباً ۱۵ بنا تی ہے ، افقی سطح پر اس کا پٹہ ۴ میل ہے ، اس کی رفتار رمی معلوم کرو اور اسکے راستہ کے سب سے اونچے نقطہ پر جو اسکی

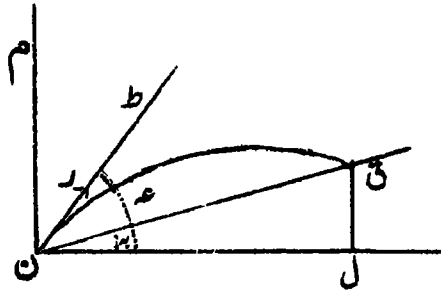
رفقار ہے اسکو بھی معلوم کرو
 (۱۵) ایک ہی نقطہ سے دو گیند ایسی دو سمتوں
 میں پھینکے گئے ہیں جو افق سے ۶۰° اور ۳۰° کے زاویے
 بناتی ہیں، اگر وہ دونوں ایک ہی اونچائی تک پہنچیں
 تو انکی ابتدائی رفقاروں کی نسبت دریافت کرو
 اگر ان دونوں کا افقی پٹہ ایک ہی ہو تو یہ نسبت

کیا ہوگی؟
 (۱۶) ایک ذرہ کی رفقار جب یہ بڑی سے بڑی اونچائی
 پر ہو اس رفقار کا $\frac{1}{2}$ ہوتی ہے جب یہ بڑی
 سے بڑی اونچائی کے نصف پر ہو، ثابت کرو کہ
 زاویہ رمی ۶۰° ہے۔

(۱۷) زاویہ رمی دریافت کرو جبکہ ایک افقی سطح پر کا
 پٹہ رمی کے ارتفاع اعظم کا $(۱) ۴۲$ (۲) ۴۲ گنا ہو۔
 (۱۸) اگر ایک ذرہ پٹے کے مساوی فاصلہ بلا تکلف
 نیچے گرنے سے استقدر رفقار حاصل کرے جو ذرہ کی
 ابتدائی رفقار رمی کے مساوی ہو تو زاویہ رمی دریافت

کرو۔
 ۱۰۹۔ ایک سطح مائل پر کا پٹہ
 ایک سطح مائل افق سے زاویہ بہ بناتی ہے، اس کے ایک نقطے
 سے ایک ذرہ رفقار $\frac{1}{2}$ کے ساتھ ایک ایسی سمت میں
 پھینکا گیا ہے جو سطح مائل پر کے عمود اور خط میلان اعظم

یہ سے گذرتی ہے، اگر ذرہ کا زاویہ رمی عہ ہو تو
 سطح مائل پر کا پٹہ دریافت کرو۔
 فرض کرو کہ سطح مائل پر کا پٹہ ن ق ہے، سمت رمی ن ط ہے
 اور ق ل، ن میں سے گذرنے والی افقی سطح پر
 عمود ہے۔



رفتار کا ابتدائی جزء ترکیبی ن ق کی عمودی سمت میں
 رہے جب (عہ - بہ) ہے اور اس سمت میں اسراع
 ج جمع یہ ہے
 فرض کرو کہ ذرہ کون سے ق تک جانے میں وقت
 ت لگتا ہے تب وقت ت میں فاصلہ طے کردہ
 ن ق کی عمودی سمت میں صفر ہے۔

اسلئے $0 = \text{رہے جب (عہ - بہ)} \times \text{ت} - \frac{1}{2} \text{ج جمع بہ} \times \text{ت}^2$

اسلئے $\text{ت} = \frac{\text{ج جمع بہ}}{\text{رہے جب (عہ - بہ)}}$

اس اثنا میں افقی رفتار رہے جمع عہ منسقل رہتی ہے،

اسلئے ن ل = ر جم عہ x ت پس پٹہ

$$ن ق = \frac{ن ل}{جم بہ} = \frac{ر جم عہ}{جم بہ} x ت = \frac{۲ ر ۲}{جم بہ ج} جم عہ جب (عہ بہ)$$

(۱۱۰) بڑے سے بڑا پٹہ۔ وہ سمت رمی دریافت کرو جس سے سطح مائل پر بڑے سے بڑا پٹہ حاصل ہو اور ثابت کرو کہ کسی ایک مفروضہ پٹہ کے لئے رمی کو پھینکنے کی دو سمتیں ہیں جو بڑے سے بڑے پے والی سمت سے مساوی زاوے بناتی ہیں۔
گزشتہ دفعہ سے پٹہ

$$\frac{۲ ر ۲}{جم بہ ج} = \frac{جم عہ جب (عہ بہ)}{جم بہ ج} = \frac{۲ ر ۲}{جم بہ ج} \{ جب (۲ عہ بہ) - جب (۱ عہ بہ) \}$$

اب ر اور بہ معلوم ہیں اسلئے پٹہ بڑے سے بڑا اسوقت ہوگا جبکہ

$$جب (۲ عہ بہ) بڑی سے بڑی ہو یا جبکہ ۲ عہ بہ = ۲$$

اس صورت میں عہ بہ = ۲ - عہ

یعنی زاوے ط ن ق اور ط ن م مساوی ہیں۔ اسلئے بڑے سے بڑے پٹہ والی سمت، عمودی سمت اور سطح مائل کے درمیانی زاویہ کی تنصیف کرتی ہے۔

$$نیز بڑے سے بڑا پٹہ = \frac{۲ ر ۲}{جم بہ ج} (۱ - جب بہ)$$

$$= \frac{۲ ر ۲}{جم بہ ج (۱ + جب بہ)}$$

علم حرکت ۲۴۴ باب ہفتم

نیر (۱) کی رو سے پٹہ بزاویہ ارتفاع عم وہی ہوگا جو پٹہ بزاویہ ارتفاع عم ہے

اگر جب (۲ عم - بہ) = جب (۲ عم - بہ)

یعنی اگر ۲ عم - بہ = ۱۱ - (۲ عم - بہ)

یعنی اگر عم = $\frac{۱۱}{۲}$ + بہ - عم

یعنی اگر عم - ($\frac{۱۱}{۲}$ + $\frac{۱۱}{۲}$) = ($\frac{۱۱}{۲}$ + $\frac{۱۱}{۲}$) - عم

لیکن زاویہ ارتفاع $\frac{۱۱}{۲}$ + $\frac{۱۱}{۲}$ سے بڑے سے پڑا پٹہ حاصل ہوتا ہے

اس لئے سطح مائل پر کوئی مفروضہ پٹہ حاصل کرنے کے لئے مری کو پھینکنے کی دو سمتیں ہیں

اور یہ سمتیں سطح پر بڑے سے بڑا پٹہ رکھنے والی سمت سے مساوی زاوے بناتی ہیں -

۱۱۱- مثال (۱) ایک سطح مائل کے پائین سے جسکا چڑھاؤ ۲۵ میں ۷ ہے ایک گولی ۶۰۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے (۱) سطح مائل کے اوپر کی طرف (۲) سطح کے نیچے کی طرف، ایسی سمت میں پھینکی گئی ہے جو افق سے ۳۰ کا زاویہ بناتی ہے، ہر صورت میں سطح پر کا پٹہ دریافت کرو۔

فرض کرو کہ سطح کا میلان بہ ہے یعنی

جب بہ = $\frac{۶}{۵}$ اور حجم بہ = $\frac{۲۴}{۲۵}$

علم حرکت ۲۴۵ باب ہفتم

(۱) دفعہ ۱۰۹ کی رو سے ، ٹپہ صورت اول میں

$$۲ = \frac{۲۶۰۰ \text{ جم } ۳۰ \text{ جب } (۳۰-۲۰)}{۳۲ \text{ جم } ۲۰} = \frac{۲۶۰۰}{۱۶} \times \frac{(\frac{۳۶}{۲} - \frac{۲۴}{۲} \times \frac{۱}{۲}) \frac{۳۶}{۲}}{\frac{۲۴}{۲۵}}$$

$$= \frac{۳۶۰۰۰۰}{۱۶} \times \frac{(۳۶ \times ۴ - ۲۴) \frac{۳۶}{۲}}{۵۴ \times ۴} = \frac{۴۵۰۰۰۰}{۱۰۲۴} (۴ - ۳۶ \times ۸)$$

= ۵۰۲۲ فٹ تقریباً

(۲) سطح مائل کی عمودی سمت میں ابتدائی رفتار v جب $(۳۰+۲۰)$ اور اسراع - g جم بہ ہے ، اسلئے مدت پرواز t ،

$\frac{v}{g}$ جب $(۳۰+۲۰)$ جم بہ ہے ، اسلئے اگر ٹپہ H ہو تو دفعہ ۱۹ کے موافق

$$H = \frac{۳۰ \text{ جم } ۲}{g} \times t$$

$$H = \frac{۳۰ \text{ جب } (۳۰+۲۰)}{g} \times \frac{v}{g}$$

$$= \frac{۴۵۰۰۰۰}{۱۰۲۴} (۴ + ۳۶ \times ۸) \text{ جیسا (۱) میں}$$

= ۱۵۲۴۵ فٹ تقریباً

انتباہ اگر ضابطہ دفعہ ۱۰۹ میں v کی جگہ (-۲۰) رکھ دیا جائے تو سطح مائل کے نیچے کی طرف کا ٹپہ حاصل ہوگا اور وہ یہ ہے

علم حرکت ۲۴۶ باب ہفتم

$$\frac{\text{جہم عہ جب (عہ + بہ)}}{\text{جہم بہ}} \times \frac{\sqrt{2}}{ج}$$

مثال (۲) سابق مثال میں بڑے سے بڑا ٹپہ دریافت کرو

$$\text{زاویہ رمی عہ لازماً} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{2}$$

اس صورت میں ٹپہ = $\frac{\sqrt{2}}{جہم بہ} (1 - جب بہ)$

$$\frac{1}{\frac{1}{25} + 1} \cdot \frac{2400}{32} = \frac{1}{جہم بہ + 1} \cdot \frac{2400}{32} =$$

$$= \frac{25 \times 36000}{32 \times 32} = 8489 \text{ فٹ تقریباً}$$

اسی طرح سے سطح مائل کے نیچے کی طرف بڑے سے بڑا ٹپہ $\frac{2400}{32} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{25}}$ یعنی ۱۵۶۲۵ فٹ ہوگا

مثال (۳) ایک سطح مائل کے پائین سے جو افق کے ساتھ زاویہ بہ بناتی ہے ایک ذرہ ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے جس کا میلان افق سے عہ ہے، ثابت کرو کہ اگر جہم بہ = ۲ مس (عہ - بہ) تو ذرہ سطح مائل کو زاویہ قائمہ پہنچے اگر لگیگا۔

فرض کرو کہ رفتار رمی صاف ہے۔ اسلئے سطح مائل کے

علم حرکت ۲۴۷ باب ہشتم

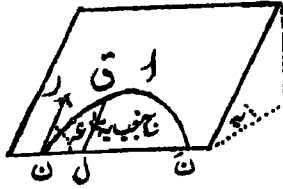
متوازی ابتدائی رفتار کا جزء تحلیلی $\frac{r}{\sin \theta}$ (عہ - بہ) ہے۔
اور سطح کی عمودی سمت میں رفتار کا جزء تحلیلی $r \cos \theta$ (عہ بہ) ہے۔

ان دو سمتوں میں اسراع - $\frac{r}{\sin \theta}$ جب بہ اور - $r \cos \theta$ جب بہ ہو
تب دفعہ ۱۰۹ کے مطابق ذرہ کو جو وقت t سطح سے
دوبارہ ملنے میں لگتا ہے وہ $\frac{r}{\sin \theta}$ جب (عہ - بہ) ہے۔

اگر ذرہ کی سمت حرکت اس آن میں جب یہ سطح پر اگر ٹکرائے سطح پر
عمود وار ہو۔ تو اسکی رفتار کا جو جزء تحلیلی اس آن
میں سطح کے متوازی ہوگا وہ صفر ہوگا۔
اس لئے $\frac{r}{\sin \theta}$ جب (عہ - بہ) - $r \cos \theta$ جب بہ \times تا =

$$\frac{r}{\sin \theta} \text{ جب (عہ - بہ) } = \text{تا} = \frac{r \cos \theta}{\sin \theta} \text{ جب بہ}$$

۱۱۲۔ مم بہ = مس (عہ - بہ) سطح مائل پر حرکت - ایک ذرہ ایک
چکنی سطح مائل پر حرکت کرتا ہے۔ جو افق سے زاویہ
بہ بناتی ہے۔ اگر ذرہ سطح پر کے ایک نقطہ سے
رفتار r کے ساتھ ایسی سمت میں پھینکا گیا ہو جو سطح
مائل اور افقی سطح کے خط تقاطع سے زاویہ عہ
بنائے۔ تو ذرہ کی حرکت دریافت کرو۔



ت جاذبہ ارض کی وجہ سے جو اسراع پیدا ہوتا ہے۔
 سکو دو اجزائے ترکیبی میں تحلیل کرو، ایک تو ج جب بہ
 و خط میلان اعظم کے متوازی ہے اور دوسرا ج جم بہ
 و سطح مائل پر عمود وار ہے۔ یہ دوسرا اسراع سطح کے
 اہل کی وجہ سے بے اثر یا ضائع ہو جاتا ہے،
 سوائے ذرہ سطح مائل پر صرف اسراع ج جب بہ سے
 حرکت کرتا ہے اور یہ اسراع سطح کے خط میلان اعظم
 کے متوازی ہے۔

پس اس صورت میں حرکت کی تحقیق اسی طرح سے
 ہو سکتی ہے جیسے دفعات ۱۰ تا ۱۰۰ میں ہوئی، فرق
 صرف اتنا ہے کہ ہمیں اسراع ”ج“ کو ”ج جب بہ“
 میں بدل دینا چاہیے۔ اور ”عمودی فاصلوں“ کی بجائے
 ان فاصلوں سے مراد لینی چاہیے۔ ”جو سطح مائل پر
 خط میلان اعظم کے متوازی ناپے گئے ہوں“

امثلہ نمبری (۱۸)

(۱) ایک سطح مائل افق سے ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے،

علم حرکت ۲۴۹ باب ہفتم

اس کے پائین سے ایک ذرہ سینکڑ میں ۶۰۰ فٹ کی ابتدائی رفتار سے ایک ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے۔ جو افق سے زاویہ ۶۰ کا بناتی ہے، سطح مائل پر کاٹپہ اور مدت پرواز دریافت کرو۔

(۲) ایک سطح کے پائین سے جس کا میلان ۳۰° ہے ایک ذرہ رفتار سے ساتھ ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے جو افق سے ۷۵° کا زاویہ بناتی ہے، معلوم کرو کہ ذرہ سطح کو کہاں جا کر لگیگا، سطح مائل پر ذرہ کا بڑے سے بڑا ٹپہ دریافت کرو۔

(۳) ایک ذرہ ۶۴ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے ایک جہت ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے جو افق سے ۴۵° کا زاویہ بناتی ہے، ایک ایسی سطح مائل پر اس کا ٹپہ ^{۱۵۰} اور مدت پرواز دریافت کرو جو افق سے ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے، ساتھ ہی اس کا بڑے سے بڑا ٹپہ سطح مائل پر دریافت کرو۔

(۴) ایک ذرہ ۱۲۸۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے جو افق سے ۴۵° کا زاویہ بناتی ہے، ایک ایسی سطح مائل پر جس کا زاویہ میلان افق کے ساتھ جب ۳۰° ہے اس کا ٹپہ دریافت کرو جب یہ بالترتیب سطح کے (۱) اوپر کی طرف (۲) نیچے کی طرف، پھینکا گیا ہو۔

(۵) ایک بندوق کی گولی کی رفتار رمی ۸۰۰ فٹ فی ثانیہ ہے، ذیل کی مائل سطحوں میں سے ہر ایک پر اسکا بڑے سے بڑا ٹپہ اور مدت پرواز دریافت کرو، سطحوں کے زوایاء میلان افق کے ساتھ (۱) ۴۵° (۲) ۶۰° (۳)

جب $\frac{1}{13}$ (۴) جب $\frac{5}{13}$ ہیں
(۶) ایک ذرہ خاص رفتار کے ساتھ ایک سطح مستوی پر پھینکا گیا ہے، اس کا بڑے سے بڑا ٹپہ اس سطح پر ۵۰۰ گز ہے، اس کا بڑے سے بڑا ٹپہ ایک ایسی سطح پر دریافت کرو۔ جس کا میلان افق سے ۴۵° ہو۔ ساتھ ہی جب ذرہ سطح مائل کے نیچے کی طرف پھینکا گیا ہو اس صورت میں اس کا بڑے سے بڑا ٹپہ دریافت کرو۔

(۷) ایک معلومہ رفتار رمی سے سطح مستوی پر ایک رمی کا بڑے سے بڑا ٹپہ ۱۰۰۰ میٹر ہے، ثابت کرو کہ ایک ایسی سطح مائل پر جس کا میلان افق سے ۳۰° ہے رمی کے بڑے سے بڑے ٹپے سطح کے اوپر کی طرف اور نیچے کی طرف بالترتیب $\frac{1}{2}$ ۶۶۶ اور ۲۰۰۰

میٹر ہیں۔
(۸) ایک سطح افق سے زاویہ (۱) ۳۰° (۲) ۶۰° بناتی ہے، اس پر کے ایک نقطہ سے ایک ذرہ ۲۵ میٹر فی ثانیہ کی رفتار سے سطح کی عمودی سمت میں پھینکا

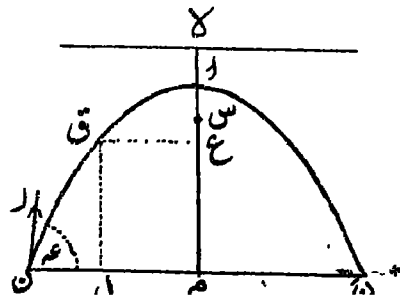
گیا ہے ، دونوں صورتوں میں سطح پر کاٹپہ دریافت کرو۔

۱۱۳۔ ایک ذرہ ہوا کے اندر رفتار معلومہ کے ساتھ ایک مفروضہ سمت میں پھینکا گیا ہے ، ثابت کرو کہ اس کا طریق قطع مکانی (شلیجی) ہے۔
 دفعہ ۱۰ کے موافق فرض کرو کہ رفتار رمی ہے ،
 زاویہ رمی عہ ، افقی ٹپہ ن ن اور طریق کا سب سے اونچا نقطہ ا ہے ، اور ا م ، ن ن پر عمود ہے۔
 تب دفعہ ۱۰۲ کی رو سے

$$ا م = \frac{راجب عہ}{ج ۲} \dots \dots (۱)$$

نیز ن م = ا س افقی فاصلہ کے جو وقت $\frac{راجب عہ}{ج}$ میں طے ہوا
 $= \frac{راجب عہ جم عہ}{ج}$

فرض کرو کہ ذرہ کے طریق پر کوئی نقطہ ق ہے ، اور
 ا م ، ن ن پر ق ع اور ق ل بالترتیب عمود ہیں۔
 فرض کرو کہ ن سے ق تک کی پرواز میں وقت ت لگتا ہے۔



تب ق ل = اُس عمودی فاصلہ کے جو وقت ت میں طے ہوا

$$= راجب عہ \times ت - \frac{1}{2} ج ت^2 \dots\dots (۳)$$

$$اور ن ل = راجم عہ \times ت \dots\dots\dots (۴)$$

اسلئے (۱) اور (۳) سے

$$ل ع = ل م - ع م = ل م - ق ل$$

$$= \frac{راجب عہ^2}{ج} - (راجب عہ \times ت - \frac{1}{2} ج ت^2)$$

$$= \frac{ج}{2} \left(\frac{راجب عہ}{ج} - ت \right)^2$$

ساتھ ہی (۲) اور (۴) سے

$$ق ع = ن م - ن ل = \frac{راجب عہ جم عہ}{ج} - راجم عہ \times ت$$

$$= راجم عہ \left(\frac{راجب عہ}{ج} - ت \right)$$

$$ذ ق ع^2 = راجم عہ^2 \left(\frac{راجب عہ}{ج} - ت \right)^2 = راجم عہ^2 \times \frac{ل ع^2}{ج}$$

$$= \frac{راجم عہ^2}{ج} \times ل ع$$

اس کو شاقولی سمت میں $\frac{راجم عہ^2}{ج}$ کے مساوی ناپو

$$ذ ق ع^2 = راجم عہ^2 \times ل ع$$

علم حرکت ۲۵۳ باب ہفتم
لیکن یہ اس منحنی کی بنیادی خاصیت ہے جسکو شلیچی
یا قطع مکانی کہتے ہیں۔ اسلئے ق ایک ایسے قطع مکانی پر واقع ہے جسکا
محور عمودی ہے، جس کا راس ۱ ہے اور جس کا
وتر خاص

$$= ۲ \text{ اس} = \frac{۲ \text{ ر}^۲ \text{ جم}^۲ \text{ ع}}{\text{ج}}$$

نتیجہ صریح (۱) اس سے معلوم ہوگا کہ قطع مکانی
کا وتر خاص یا دوسرے الفاظ میں اس کا ناپ ابتدائی
رفقار کے صرف افقی جز، تحلیلی پر منحصر ہے اور عمودی
جز پر منحصر نہیں ہے۔

نتیجہ صریح (۲) ماسکہ س کا ارتفاع ن میں سے
گزرنے والے افقی خط سے = س م = ۱ م۔ اس

$$= \frac{۲ \text{ ر}^۲ \text{ جب}^۲ \text{ ع}}{\text{ج}} - \frac{۲ \text{ ر}^۲ \text{ جم}^۲ \text{ ع}}{\text{ج}} = \frac{۲ \text{ ر}^۲ \text{ جم}^۲ \text{ ع}}{\text{ج}}$$

اسلئے اگر ع، ۴۵° سے کم ہو تو یہ فاصلہ منفی ہوگا
اور طریق کا ماسکہ، نقطہ رمی میں سے گزرنے والے
افقی خط سے نیچے واقع ہوگا۔

۱۱۴۔ ثابت کرو کہ طریق کے کسی نقطہ پر ذرہ کی رفقار
مقدار کے لحاظ سے اس رفقار کے مساوی ہوتی
ہے جو وہ مرتب سے نقطہ مذکور تک شاقولی سمت میں

بلا تکلف گرنے سے حاصل کر سکتا ہے۔
دفعہ ۱۱۳ کی شکل میں م و کو لا تک اتنا خارج کرو کہ
و لا اس کے مساوی ہو، لا ک کو افقی سمت میں
کھینچو، تب لا ک مرتب ہوگا۔

اگر ق پر کی رفتار م ہو تو دفعہ ۱۰۲ کی رو سے
ر^۱ = (م جب ع - ج ت) + (م جب ع)^۲
= ر^۲ - ۲ م جب ع × ت + ج ت^۲

$$= ج ۲ - \left[\frac{م}{ج} - (م جب ع \times ت - \frac{۱}{۲} ج ت) \right]$$

$$\text{لیکن م لا} = م + لا = \frac{م}{ج} + \frac{م جب ع}{ج} = \frac{م}{ج}$$

$$\text{اور م ع} = ق ل = م جب ع \times ت - \frac{۱}{۲} ج ت$$

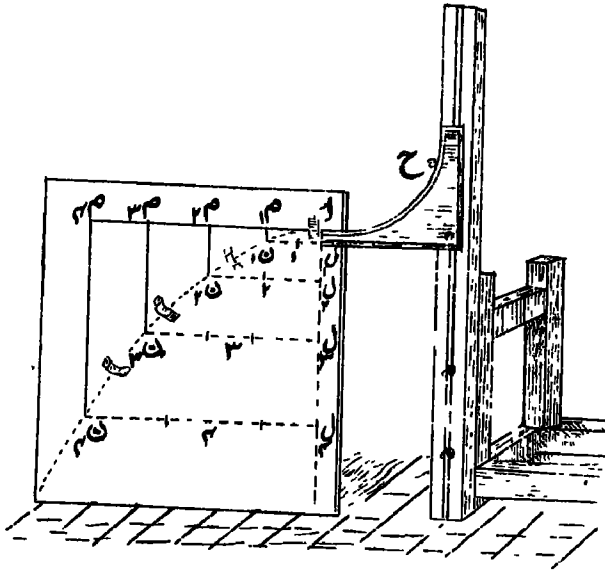
$$\therefore ر^۱ = ج ۲ [م لا - م ع] = ج ۲ \times ع لا$$

اسلئے ر اس رفتار کے مساوی ہے جو ذرہ مرتب
سے نقطہ ق تک شاقولی سمت میں بلا تکلف گرنے
سے حاصل کرتا ہے۔

۱۱۵۔ اس مسئلہ کا تجربی ثبوت کہ ایک مری کا طریق
قطع مکافی ہوتا ہے

فرض کرو کہ ایک منحنی تختہ ا ح پر ایک نالی یا جھری
بنادی گئی ہے جس میں سے ایک چھوٹی گولی نیچے کی
طرف لڑھک سکتی ہے، اس کو ایک عمودی تختہ سیاہ

ساتھ آگے کی طرف مضبوطی سے جڑ دو، نالی پر ایک نقطہ ح مقرر کرو اور فرض کرو کہ گولی ہمیشہ اُس نقطہ سے لڑکھنا شروع کرتی ہے اور نقطہ اُس تک لڑکھنے کے بعد تختہ سیاہ کے عین سامنے ہوا کے اندر بلا تکلف ایک طریق مرتسم کرتی ہے اس تختہ سیاہ پر کاغذ یا مقوے کے کئی چھوٹے حلقے ایسے مقامات پر لگاؤ کہ گولی عین بیچ میں سے ان کے گزر سکے، طاقوں کے مقامات کو آزمائش سے معلوم کرو، مثلاً اگر گولی کو نالی کے ایک ہی مقام ح سے چھوڑ کر دو تین دفعہ تجربہ کیا جائے تو پہلے حلقے کا مقام معلوم ہو سکیگا۔ اسی طرح سے باقی حلقوں کے مقام بھی ایسے تجربوں سے معلوم ہو سکتے ہیں۔



عمودی خط ۱، م، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۴۶، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰، ۵۱، ۵۲، ۵۳، ۵۴، ۵۵، ۵۶، ۵۷، ۵۸، ۵۹، ۶۰، ۶۱، ۶۲، ۶۳، ۶۴، ۶۵، ۶۶، ۶۷، ۶۸، ۶۹، ۷۰، ۷۱، ۷۲، ۷۳، ۷۴، ۷۵، ۷۶، ۷۷، ۷۸، ۷۹، ۸۰، ۸۱، ۸۲، ۸۳، ۸۴، ۸۵، ۸۶، ۸۷، ۸۸، ۸۹، ۹۰، ۹۱، ۹۲، ۹۳، ۹۴، ۹۵، ۹۶، ۹۷، ۹۸، ۹۹، ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۲، ۱۰۳، ۱۰۴، ۱۰۵، ۱۰۶، ۱۰۷، ۱۰۸، ۱۰۹، ۱۱۰، ۱۱۱، ۱۱۲، ۱۱۳، ۱۱۴، ۱۱۵، ۱۱۶، ۱۱۷، ۱۱۸، ۱۱۹، ۱۲۰، ۱۲۱، ۱۲۲، ۱۲۳، ۱۲۴، ۱۲۵، ۱۲۶، ۱۲۷، ۱۲۸، ۱۲۹، ۱۳۰، ۱۳۱، ۱۳۲، ۱۳۳، ۱۳۴، ۱۳۵، ۱۳۶، ۱۳۷، ۱۳۸، ۱۳۹، ۱۴۰، ۱۴۱، ۱۴۲، ۱۴۳، ۱۴۴، ۱۴۵، ۱۴۶، ۱۴۷، ۱۴۸، ۱۴۹، ۱۵۰، ۱۵۱، ۱۵۲، ۱۵۳، ۱۵۴، ۱۵۵، ۱۵۶، ۱۵۷، ۱۵۸، ۱۵۹، ۱۶۰، ۱۶۱، ۱۶۲، ۱۶۳، ۱۶۴، ۱۶۵، ۱۶۶، ۱۶۷، ۱۶۸، ۱۶۹، ۱۷۰، ۱۷۱، ۱۷۲، ۱۷۳، ۱۷۴، ۱۷۵، ۱۷۶، ۱۷۷، ۱۷۸، ۱۷۹، ۱۸۰، ۱۸۱، ۱۸۲، ۱۸۳، ۱۸۴، ۱۸۵، ۱۸۶، ۱۸۷، ۱۸۸، ۱۸۹، ۱۹۰، ۱۹۱، ۱۹۲، ۱۹۳، ۱۹۴، ۱۹۵، ۱۹۶، ۱۹۷، ۱۹۸، ۱۹۹، ۲۰۰، ۲۰۱، ۲۰۲، ۲۰۳، ۲۰۴، ۲۰۵، ۲۰۶، ۲۰۷، ۲۰۸، ۲۰۹، ۲۱۰، ۲۱۱، ۲۱۲، ۲۱۳، ۲۱۴، ۲۱۵، ۲۱۶، ۲۱۷، ۲۱۸، ۲۱۹، ۲۲۰، ۲۲۱، ۲۲۲، ۲۲۳، ۲۲۴، ۲۲۵، ۲۲۶، ۲۲۷، ۲۲۸، ۲۲۹، ۲۳۰، ۲۳۱، ۲۳۲، ۲۳۳، ۲۳۴، ۲۳۵، ۲۳۶، ۲۳۷، ۲۳۸، ۲۳۹، ۲۴۰، ۲۴۱، ۲۴۲، ۲۴۳، ۲۴۴، ۲۴۵، ۲۴۶، ۲۴۷، ۲۴۸، ۲۴۹، ۲۵۰، ۲۵۱، ۲۵۲، ۲۵۳، ۲۵۴، ۲۵۵، ۲۵۶، ۲۵۷، ۲۵۸، ۲۵۹، ۲۶۰، ۲۶۱، ۲۶۲، ۲۶۳، ۲۶۴، ۲۶۵، ۲۶۶، ۲۶۷، ۲۶۸، ۲۶۹، ۲۷۰، ۲۷۱، ۲۷۲، ۲۷۳، ۲۷۴، ۲۷۵، ۲۷۶، ۲۷۷، ۲۷۸، ۲۷۹، ۲۸۰، ۲۸۱، ۲۸۲، ۲۸۳، ۲۸۴، ۲۸۵، ۲۸۶، ۲۸۷، ۲۸۸، ۲۸۹، ۲۹۰، ۲۹۱، ۲۹۲، ۲۹۳، ۲۹۴، ۲۹۵، ۲۹۶، ۲۹۷، ۲۹۸، ۲۹۹، ۳۰۰، ۳۰۱، ۳۰۲، ۳۰۳، ۳۰۴، ۳۰۵، ۳۰۶، ۳۰۷، ۳۰۸، ۳۰۹، ۳۱۰، ۳۱۱، ۳۱۲، ۳۱۳، ۳۱۴، ۳۱۵، ۳۱۶، ۳۱۷، ۳۱۸، ۳۱۹، ۳۲۰، ۳۲۱، ۳۲۲، ۳۲۳، ۳۲۴، ۳۲۵، ۳۲۶، ۳۲۷، ۳۲۸، ۳۲۹، ۳۳۰، ۳۳۱، ۳۳۲، ۳۳۳، ۳۳۴، ۳۳۵، ۳۳۶، ۳۳۷، ۳۳۸، ۳۳۹، ۳۴۰، ۳۴۱، ۳۴۲، ۳۴۳، ۳۴۴، ۳۴۵، ۳۴۶، ۳۴۷، ۳۴۸، ۳۴۹، ۳۵۰، ۳۵۱، ۳۵۲، ۳۵۳، ۳۵۴، ۳۵۵، ۳۵۶، ۳۵۷، ۳۵۸، ۳۵۹، ۳۶۰، ۳۶۱، ۳۶۲، ۳۶۳، ۳۶۴، ۳۶۵، ۳۶۶، ۳۶۷، ۳۶۸، ۳۶۹، ۳۷۰، ۳۷۱، ۳۷۲، ۳۷۳، ۳۷۴، ۳۷۵، ۳۷۶، ۳۷۷، ۳۷۸، ۳۷۹، ۳۸۰، ۳۸۱، ۳۸۲، ۳۸۳، ۳۸۴، ۳۸۵، ۳۸۶، ۳۸۷، ۳۸۸، ۳۸۹، ۳۹۰، ۳۹۱، ۳۹۲، ۳۹۳، ۳۹۴، ۳۹۵، ۳۹۶، ۳۹۷، ۳۹۸، ۳۹۹، ۴۰۰، ۴۰۱، ۴۰۲، ۴۰۳، ۴۰۴، ۴۰۵، ۴۰۶، ۴۰۷، ۴۰۸، ۴۰۹، ۴۱۰، ۴۱۱، ۴۱۲، ۴۱۳، ۴۱۴، ۴۱۵، ۴۱۶، ۴۱۷، ۴۱۸، ۴۱۹، ۴۲۰، ۴۲۱، ۴۲۲، ۴۲۳، ۴۲۴، ۴۲۵، ۴۲۶، ۴۲۷، ۴۲۸، ۴۲۹، ۴۳۰، ۴۳۱، ۴۳۲، ۴۳۳، ۴۳۴، ۴۳۵، ۴۳۶، ۴۳۷، ۴۳۸، ۴۳۹، ۴۴۰، ۴۴۱، ۴۴۲، ۴۴۳، ۴۴۴، ۴۴۵، ۴۴۶، ۴۴۷، ۴۴۸، ۴۴۹، ۴۵۰، ۴۵۱، ۴۵۲، ۴۵۳، ۴۵۴، ۴۵۵، ۴۵۶، ۴۵۷، ۴۵۸، ۴۵۹، ۴۶۰، ۴۶۱، ۴۶۲، ۴۶۳، ۴۶۴، ۴۶۵، ۴۶۶، ۴۶۷، ۴۶۸، ۴۶۹، ۴۷۰، ۴۷۱، ۴۷۲، ۴۷۳، ۴۷۴، ۴۷۵، ۴۷۶، ۴۷۷، ۴۷۸، ۴۷۹، ۴۸۰، ۴۸۱، ۴۸۲، ۴۸۳، ۴۸۴، ۴۸۵، ۴۸۶، ۴۸۷، ۴۸۸، ۴۸۹، ۴۹۰، ۴۹۱، ۴۹۲، ۴۹۳، ۴۹۴، ۴۹۵، ۴۹۶، ۴۹۷، ۴۹۸، ۴۹۹، ۵۰۰، ۵۰۱، ۵۰۲، ۵۰۳، ۵۰۴، ۵۰۵، ۵۰۶، ۵۰۷، ۵۰۸، ۵۰۹، ۵۱۰، ۵۱۱، ۵۱۲، ۵۱۳، ۵۱۴، ۵۱۵، ۵۱۶، ۵۱۷، ۵۱۸، ۵۱۹، ۵۲۰، ۵۲۱، ۵۲۲، ۵۲۳، ۵۲۴، ۵۲۵، ۵۲۶، ۵۲۷، ۵۲۸، ۵۲۹، ۵۳۰، ۵۳۱، ۵۳۲، ۵۳۳، ۵۳۴، ۵۳۵، ۵۳۶، ۵۳۷، ۵۳

فاصلے ۱م، ۱م، ۱م، اور ۱م، ۱م، ۱م، ناپو
تب ۱م، ۱م، ۱م، ۱م، کے مربے لینے اور انکو
بالترتیب ۱م، ۱م، ۱م، پر تقسیم کرنے سے
معلوم ہوگا کہ ہر صورت میں قریب قریب نتیجہ وہی ہے
اسلئے معلوم ہوا کہ منحنی کے کسی نقطہ ن کے لئے $\frac{1}{n}$
مستقل ہے یعنی $\frac{n}{1}$ مستقل ہے۔

اسلئے ن ل ایسے بدلتا ہے جیسے ل
لیکن یہ قطع مکانی کی بنیادی خاصیت ہے
اسلئے منحنی مذکور قطع مکانی ہے

اگر ہم گولی کو نالی کے کسی اور نقطہ ح سے چھوڑیں تو بھی یہی نتیجہ حاصل ہوگا۔ لیکن ابتدائی نقطہ ح کا مقام بدلنے سے شلجمی کی شکل میں تغیر واقع ہوگا۔

اگر منحنی تختہ کو اس طرح ترتیب دیا جائے کہ نالی کے

نقطہ ۱ پر گولی کی سمت متوازی الافق نہ ہو۔ تو بھی اسی طرح سے ہم ثابت کر سکتے ہیں کہ خواہ گولی کسی سمت میں کسی رفتار سے پھینکی گئی ہو اس کا طریق ہمیشہ قطع مکانی یا شبلی ہو گا۔

امثلہ نمبری ۱۹

- (۱) چاند پر کوئی کرہ ہوائی معلوم نہیں ہوتا اور چاند پر کی قوت جاذبہ مقدار میں جاذبہ زمین کی نسبت بقدر $\frac{5}{9}$ کے کم ہے، اگر چاند پر کے ایک قلعہ کی توپ سے ۱۶۰۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے گولہ نکلے۔ تو معلوم کرو کہ ملک کا کتنے حصہ اس توپ کی زد میں ہو گا۔
- (۲) ایک ٹینس کا گیند ۸ فٹ کی بلندی سے پھینکا گیا ہے، یہ جال کو ایک ایسے نقطے پر مس کرتا ہے جس کی بلندی ۳ فٹ ۳ انچ ہے اور دوسری طرف جال سے ۲۱ فٹ کے فاصلہ پر جا کے پڑتا ہے، جال کے پائین سے گیند پھینکنے والے کا افقی فاصلہ ۳۹ فٹ ہے، ثابت کرو کہ گیند کی افقی رفتار ۱۷۱ فٹ فی ثانیہ ہے اور زاویہ رمی دریافت کرو۔
- (۳) ایک سطح مائل افق سے ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے اور اس کا طول ۶ فٹ ہے، ایک ذرہ سطح پر سیدھا

اوپر کی طرف ۱۶ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے پھینکا گیا ہے،
سطح کو چھوڑنے کے بعد ذرہ کا بڑے سے بڑا ارتفاع
معلوم کرو اور سطح کے پائین سے گزرنے والی افقی
سطح پر اس کا پٹہ دریافت کرو۔

(۴) ایک گوبین سے ایک پتھر ایک افقی دائرہ میں
جس کا نصف قطر ۳ فٹ ہے اور جس کا ارتفاع زمین
سے ۶ فٹ ہے یکساں رفتار سے گھما کر پھینکا گیا ہے،
اگر گوبین دو سیکنڈ میں ۲۱ گردشیں کرے تو گوبین سے
چھٹنے کے بعد پتھر کا پٹہ سطح زمین پر دریافت کرو۔
(۵) دو توپوں کے منہ ایک دوسرے کے عین سامنے

ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ ۱۰۰ فٹ ہے، ایک کی
سمت کا زاویہ ارتفاع ۳۰° ہے اور دوسری کا زاویہ
انخفاض اتنا ہی ہے، اگر گولے توپوں سے بالترتیب
۱۱۰۰ اور ۹۰۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے نکلیں تو
معلوم کرو کہ وہ کب اور کس جگہ ایک دوسرے سے ملیں گے۔

(۶) ایک شے نقطہ رمی میں سے گزرنے والی سطح افقی
میں واقع ہے، اگر زاویہ ارتفاع α کے ساتھ اس کا
نشانہ کیا جائے تو رمی ۱ فٹ کم رہ جاتا ہے اور اگر
رمی کا ارتفاع β ہو تو یہ β فٹ آگے چلا جاتا ہے،
ثابت کرو کہ اگر ہر صورت میں رفتار رمی ایک ہی ہو تو
صحیح ارتفاع $\frac{1}{2}g t^2$ جب $\frac{1}{2}g t^2 + \beta + \beta = 2\alpha$ ہوگا۔

(۷) ایک پہاڑی افق سے ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے، اس پر کے ایک نقطہ سے ایک مری اوپر کی طرف اور دوسرا نیچے کی طرف اسی رفتار سے پھینکا گیا ہے اور زاویہ رمی ہر صورت میں ۴۵° ہے، ثابت کرو کہ ایک مری کا ٹپہ دوسرے کے ٹپہ کا $\frac{3}{4}$ ہے۔

(۸) ایک سطح مائل پر کے ایک نقطہ سے ایک ذرہ ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے جو افق سے ۶۰° کا زاویہ بناتی ہے، اگر سطح پر کا ٹپہ اُس فاصلہ کے مساوی ہو جو ایک دوسرا ذرہ محل سکون سے پہلے ذرہ کی مدت پرواز میں بلا تکلف گرنے سے طے کرے تو سطح کا میلان افق سے دریافت کرو۔

(۹) ایک سطح مائل پر کے ایک نقطہ سے دو جسم ایک ہی رفتار سے ایک ہی سطح عمودی میں پھینکے گئے ہیں اور انکی سمتیں ایک دوسرے سے زاویہ قائمہ بناتی ہیں، ثابت کرو کہ ان کے ٹپوں کا فرق مستقل ہے۔

ح (۱۰) ب فٹ بلند پہاڑی پر دشمن کے مقام کا زاویہ ارتفاع بہ ہے، ثابت کرو کہ اس پر گولہ باری کرنے کیلئے مری کی ابتدائی رفتار $\sqrt{2gB}$ (۱ + ق م بہ) سے کم نہیں

ہونی چاہیئے۔

(۱۱) ثابت کرو کہ نقطہ رمی میں سے گزرنے والی ایک سطح مائل پر کا بڑے سے بڑا ٹپہ اُس فاصلہ کے مساوی ہے

جو ذرہ اس پیٹ کی مدت پرواز میں بلا تکلف گرنے سے
ٹپ کرے گا۔

(۱۲) ایک ذرہ ابتدائی رفتار سے پھینکا گیا ہے، اور
نقطہ رمی میں سے گزرنے والی ایک سطح مائل کو زاویہ
قائمہ پر آکر لگتا ہے، اگر سطح کا میلان افق سے یہ ہو
تو ثابت کرو کہ نقطہ رمی میں سے گزرنے والی افقی
سطح پر اس نقطہ کی بلندی جہاں ذرہ سطح مائل سے جا کے

لگتا ہے، $\frac{v^2}{g} \times \frac{\text{جب } 2^{\text{ج}}}{\text{جب } 3+1}$ ہے اور مدت پرواز

$\frac{v}{g} \times \frac{\text{جب } 2^{\text{ج}}}{\text{جب } 3+1}$ ہے اور نقطہ رمی میں سے گزرنے والی
افقی سطح پر ذرہ کا پتہ

$\frac{v^2}{g} \times \frac{\text{جب } 2^{\text{ج}}}{\text{جب } 3+1}$ ہے

(۱۳) ثابت کرو کہ ایک افقی سطح پر کی مدت پرواز میں
جو ثانیوں کی تعداد ہے اسکے مربع کا چار گنا اُن فٹوں کی
تعداد کے مساوی ہے جو خط رمی کے سب سے
اوپر نقطہ کی بلندی میں ہیں۔

(۱۴) ایک رمی کی بڑی سے بڑی بلندی نقطہ رمی
میں سے گزرنے والی افقی سطح سے ہا ہے اور
زاویہ رمی عہ ہے، اُن دو آٹوں کا باہمی وقفہ دریافت

کرو۔ جن میں مری کی بلندی ب جباً عہ ہو
(۱۵) ایک ہندوق چلانے کے وقت ایک جسم ایک غبار
سے بلا تکلف گرنے کے لئے چھوڑا گیا ہے، معلوم کرو کہ
ہندوق کی سمت کیا ہو کہ گولی جسم سے ٹکرائے۔ اگر غبار
کی بلندی ۱۱۰ گز ہو اور نقطہ مری سے غبار کا ارتفاع
۳۰ ہو اور گولی کی رفتار مری ۱۳۲۰ فٹ فی سیکنڈ ہو تو
جہاں گولی اور جسم ٹکراتے ہیں اس نقطہ کو معلوم کرو
(غبار ساکن ہے)۔

(۱۶) دو ذرے ایک ہی آن میں پھینکے گئے ہیں۔
ایک بزاویہ ارتفاع ۶۰° رفتار $\frac{2}{3}$ کے ساتھ اور
دوسرا ایک چکنی سطح مائل پر جو افق سے زاویہ ۳۰°
کائناتی ہے رفتار $\frac{1}{2}$ کے ساتھ، ثابت کرو کہ آن مذکور سے
 $\frac{2}{3}$ ٹانہوں کے بعد ذرے بلحاظ ایک دوسرے کے
ساکن ہوں گے۔

(۱۷) ایک گاڑی کے اگلے اور پچھلے پہیوں کے نصف
قطر ۱ اور ۲ ہیں، اور ان کے دھروں کا درمیانی
فاصلہ ۵ ہے، مٹی کا ایک ذرہ پچھلے پہیے کے سب
سے اونچے نقطہ سے چھٹ کر اگلے پہیے کے سب
سے اونچے نقطہ پر آکر پڑتا ہے، ثابت کرو کہ گاڑی

کی رفتار
$$\frac{(2+2b)(1+a+b)}{2(b-1)} \text{ ج ہے}$$

(۱۸) اگر ۱۰ پونڈ بارود ۶۸ پونڈ کے ایک گولے میں ۱۶۰۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار پیدا کر سکے ، اور گولے کی توانائی بالقوہ بارود کی مقدار کے متناسب ہو۔ تو معلوم کرو کہ اسی گولے کو بار تفاع ۱۵' ، ... ۳ گز تک پھینکنے میں کتنی بارود درکار ہوگی ؟

(۱۹) ۲ پونڈ کی کمیت کا ایک جسم ۲۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے ایسی سمت میں پھینکا گیا ہے ، جو افق سے ۶۰° کا زاویہ بناتی ہے ۳ پونڈ کی کمیت کا ایک اور جسم اسی وقت اسی نقطہ سے ۴۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے بار تفاع ۳۰' پھینکا گیا ہے ، جس بلندی تک ان کا مشترک مرکز ثقل پہنچ سکتا ہے ، اس کو دو مرتبہ کے اعشاریہ تک دریافت کرو اور جہاں یہ مرکز ثقل نقطہ رمی میں سے گزرنے والی افقی سطح سے ملتا ہے ، اس نقطہ کا فاصلہ معلوم کرو۔

۲۰. (۲۰) ایک ریل گاڑی ۴۵ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے

جا رہی ہے ، اس میں کا ایک مسافر ایک گیند کو عمودی سمت میں ۱۲ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے پھینکتا ہے ، گیند کے طریق کا وتر خاص معلوم کرو۔ اگر گیند اسی رفتار سے ۶۰° کے زاویہ پر (۱) گاڑی کی حرکت کی سمت میں (۲) متقابل سمت میں پھینکا جائے تو

ہر صورت میں وتر خاص دریافت کرو۔

(۲۱) جو وقت ایک ذرہ کو خط مری کے وتر خاص کے کسی ایک سرے تک پہنچنے میں لگتا ہے اُسے دریافت کرو۔

(۲۲) ایک ذرہ اسطح پھینکا گیا ہے کہ وہ ایک پتلی چھوٹی مستقیم نلی کے ایک سرے سے داخل ہو کر دوسرے سرے سے نکل جاتا ہے ، نلی کا زاویہ میلان ۵۴° ہے ، ثابت کرو کہ نلی میں داخل ہونے سے پہلے ذرہ کا جو طریق ہے اُس کے وتر خاص اور اُس طریق کے وتر خاص کا باہمی فرق جو نلی سے خارج ہونے کے بعد پیدا ہوتا ہے ، نلی کے طول کا $\frac{1}{2}$ گنا ہے۔

(۲۳) ایک ذرہ ۱۰۰ فٹ بلند برج کی چوٹی سے افقی سمت میں پھینکا گیا ہے ، اور اُس کے طریق کا ماسک اُس افقی سطح میں واقع ہے جو برج کے پائین میں سے گزرتی ہے ، رفتار مری دریافت کرو۔

(۲۴) ایک ذرہ ابتدائی رفتار $\frac{1}{2}$ ج سے پھینکا گیا ہے ، اور وہ یکساں بلندی کی دو دیواروں پر سے عین گذر جاتا ہے ، ہر ایک دیوار کی بلندی ۱ ہے اور ان کا باہمی فاصلہ ۱۲ ہے ، ثابت کرو کہ طریق کا وتر خاص $\frac{1}{2}$ ہے اور دیواروں پر سے گزرنیکا وقت $\frac{1}{2}$ ج ہے۔

(۲۵) ثابت کرو کہ ان سب خطوط رمی کے ماسکوں کا طریق (مقام) جو دو نقاط معلومہ میں سے گذرتے ہیں قطعاً زائد (ہذلولی) ہے۔

(۲۶) اگر ایک رمی کو اپنے طریق کے نقطہ ن پر پہنچنے میں وقت ت صرف ہو، اور ن سے اس افقی سطح تک جانے میں جو نقطہ رمی میں سے گزرتی ہے وقت ت لگے تو ثابت کرو کہ نقطہ ن کی بلندی افقی سطح سے $\frac{1}{2} ج ت^2$ ہے۔

(۲۷) اگر شلیبی طریق کے کسی نقطہ پر ایک ذرہ کی رفتار v ہو اور اس کی سمت حرکت کا میلان افق سے ط ہو تو ثابت کرو کہ وقت $\frac{v}{ج}$ کے بعد ذرہ کی سمت حرکت پہلی سمت سے زاویہ قائمہ بنائے گی۔

۲۴۵ ۵۲

— ۲۴۶ ۴۰

۴۳۹ - ۳۷

۴۳۵ ۲۳

۱۵

باب ہشتم

لچکدار جسموں کا تصادم

(۱۱۶) اگر ایک کلچ کی گولی ایک شخص کے ہاتھ سے سنگ مرمر کے فرش پر گرے تو وہ اچھی خاصی دور یعنی تقریباً اس کے ہاتھ تک اچھلتی ہے۔ اگر وہی گولی لکڑی کے فرش پر گرے تو بہت کم دور اچھلتی ہے۔

اگر ہم دو گولے لیں ایک کلچ کا اور دوسرا ہاتھی دانت کا بلیرڈ کھیلنے کا گولہ اور دونوں گولوں کو ایک ہی بلندی سے فرش پر گرائیں تو دونو اچھل کر مختلف بلندیوں تک جائیں گے۔

اگر ہم سیسے کی گولی اسی بلندی سے اسی فرش پر گرائیں تو وہ کلچ اور ہاتھی دانت کے گولوں سے بہت کم اچھلے گی جس وقت یہ جسم فرش پر پہنچتے ہیں اس وقت ان

سب کی رفتاریں تو ایک ہی ہوتی ہیں۔ لیکن چونکہ وہ اچھل کر مختلف بلندیوں تک جاتے ہیں اس لئے جس وقت یہ جسم فرش سے ٹکرا کر اوپر کو جانا شروع کرتے ہیں اس وقت ان کی رفتاریں مختلف ہوں گی۔ جسموں کی یہ خاصیت جس کی وجہ سے فرش سے ٹکرانے کے بعد ان کی رفتاریں مختلف ہوتی ہیں ان کی لچک کہلاتی ہے۔

اس باب میں ہم لچکدار جسموں کے تصادم کی آسان صورتوں پر غور کریں گے یعنی ہم صرف ایسی صورتوں پر غور کریں گے جہاں ذرے ذروں سے یا سطحوں سے ٹکرائیں یا چکنے یکذات کرے چکنی سطحوں یا چکنے کروں سے ٹکرائیں۔

۱۱۷۔ تعریف۔ دو جسموں کی ٹکر یا تصادم اس صورت میں سیدھی ٹکر یا تصادم راست کہلاتی ہے جب ان کی حرکت کی سمت ان کے نقطہ تماس پر کے عماد مشترک کی سیدھ میں ہو

ان کی ٹکر کو ٹیڑھی ٹکر یا تصادم کج اس صورت میں کہتے ہیں جب ان میں سے ایک کی یا دونوں کی حرکت کی سمت ان کے نقطہ تماس پر کے مشترک عماد کی سیدھ میں نہ ہو۔

اس مشترک عماد کی سمت کو خط تصادم کہتے ہیں۔

علم حرکت ۲۶۷ باب ہشتم
 دو کبروں کی صورت میں ان کے مرکزوں کا خط وصل
 ان کا عماد مشترک ہے۔

۱۱۸۔ نیوٹن کا تجربی قانون۔ نیوٹن نے بذریعہ

تجربہ معلوم کیا کہ اگر دو جسم سیدھے ٹکرائیں تو ٹکر سے
 پہلے کی اضافی رفتار اور ٹکر کے بعد کی اضافی رفتار
 دو نو کی نسبت ایک مقدار مستقل ہوتی ہے اور
 دو نو کی سمتیں ایک دوسرے کے متقابل ہوتی ہیں۔
 (دفعہ ۱۵۱ میں اس تجربہ کا بیان ہے)

اگر جسموں کی ٹکر یڑھی ہو تو اگر ٹکر سے پہلے اور ٹکر
 کے بعد عماد مشترک کی سمت میں ان کی اضافی رفتار
 کے جزء تحلیلی لئے جائیں تو ان تحلیلی جزوں کی نسبت
 ایک مقدار مستقل ہوگی اور یہ جزء متقابل سمتوں میں
 ہوں گے۔

اس مستقل نسبت کا انحصار جسموں کے مادوں کی قسموں
 پر ہے ان کے مادوں کی مقداروں پر نہیں ہے۔
 اس اصول سے تعبیر کرتے ہیں اور یہ لچک کی قدر
 کہلاتی ہے۔

اگر ٹکر سے پہلے دو جسموں کی رفتاروں کے اجزاء
 تحلیلی ان کے مشترک عماد کی سمت میں (دیکھو شکل دفعہ ۱۲۲)
 ب اور ب ہوں اور ٹکر کے بعد رفتاروں کے اجزاء

علم حرکتی = $\frac{ب}{ل} = \frac{۲۶۵}{۱۰۰۰} \times ۸۶۰۰$ مائیکرو سیکونڈ
 تحلیل اسی سمت میں ل اور ر ہوں تو قانون کا یہ مطلب ہے کہ
 ر۔ ل = ل (ب۔ ب) (۱)

یہ تجربی قانون اس طرح بھی بیان ہو سکتا ہے
 رفتارِ تبعاعد = رفتارِ تقارب کا لگنا جہاں یہ دونو
 رفتاریں دونو جسموں کے نقطہ تصادم پر کے مشترک
 عماد کی سمت میں ناپی جاتی ہیں۔

دفعہ ۱۲۲ کی مثال میں بائیں ہاتھ کا کرہ دہنے ہاتھ کے
 کرے سے ٹکراتا ہے اور رفتارِ تقارب ب۔ ب ہے۔
 ٹکر سے بعد دہنے ہاتھ کا کرہ دوسرے سے علیحدہ
 ہوتا ہے اور رفتارِ تبعاعد ر۔ ل ہے تو اس قانون
 کے دوسرے بیان دعوے کے بموجب
 ر۔ ل = ل (ب۔ ب)

یہ بعینہ مساوات (۱) ہے
 مختلف جسموں کی صورت میں ل کی قیمتوں میں بہت
 اختلاف ہوتا ہے۔ کلچ کی گولیوں کی صورت میں ل
 ۹۴ ہے۔ ہاتھی دانت کی گولیوں کی حالت میں ل
 ۸۱ ہے۔ کاک کی گولیوں کے لئے ل ۶۵ ہے۔
 ڈھلے ہوئے لوہے کی گولیوں کے لئے ۶۶ اور سیسے
 کی گولیوں کے لئے ۲۰۔ اور اگر ایک گولی سیسے کی ہو
 اور دوسری لوہے کی تو ل کی قیمت ۱۳ ہوگی۔
 جن جسموں کی صورت میں لچک کی قدر صفر ہو

وہ بے پچک کہلاتے ہیں۔ اور جن جسموں کے لئے پچک کی قدر ایک ہے وہ کامل طور پر پچکدار کہلاتے ہیں۔ لیکن اس عالم میں غالباً ایسے جسم نہیں ہیں جو بالکل بے پچک ہوں یا کامل طور پر پچکدار ہوں۔ ان جسموں کی تقریبی مثالیں موجود ہیں مثلاً پٹین اور گندھا ہوا آٹا تقریباً بے پچک ہیں اور کانچ کی گولیوں میں تقریباً کامل پچک ہوتی ہے۔

زیادہ احتیاط سے تجربے کرنے سے یہ ثابت ہوا ہے کہ ٹکر سے پہلے اور ٹکر کے بعد کی اضافی رفتاروں کی نسبت ایک بالکل مستقل مقدار نہیں ہے۔ بلکہ جب جسموں کی رفتار تقارب بہت زیادہ ہوتی ہے تو اس میں بہت خفیف سی کمی ہوتی ہے۔ بہر حال یہ قانون تقریبی ہے بالکل صحیح نہیں ہے۔

۱۱۹۔ خط تصادم کی عمودی سمت میں دو چکنے جسموں کی حرکت۔

جب دو چکنے جسم ٹکراتے ہیں تو ان کے درمیان ماسی عمل بالکل نہیں ہوتا۔ یعنی جو زور ان کے درمیان ایک دوسرے پر پڑتا ہے وہ صرف عماد مشترک کی سمت میں ہوتا ہے یعنی اس خط کی سمت میں جو نقطہ تماس پر دونوں سطحوں پر عمود ہے۔ لہذا اس مشترک عماد کی عمودی سمت میں کوئی قوت عمل نہیں

علم حرکت ۲۷۰ باب ہشتم

کرتی اس لئے اس سمت میں رفتار کی تبدیلی بھی نہیں ہوتی۔

اس لئے ہر ایک جسم کی رفتار کا جزء تحلیلی مشترک عباد کی عمودی سمت میں ٹکڑے نہیں بدلتا۔

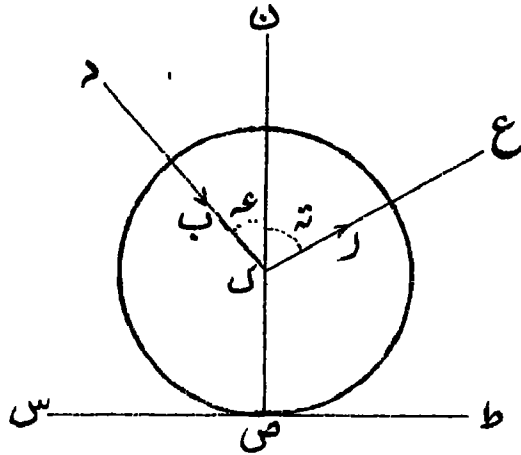
۱۲۰۔ خط تصادم کی سمت میں دو جسموں کی حرکت۔ دفعہ ۸۶ میں ہمیں معلوم ہو چکا ہے کہ جب دو جسم ٹکراتے ہیں تو ان کی حرکت کے معیاروں کا مجموعہ خط تصادم کی سمت میں ٹکڑے سے پہلے اور ٹکڑے کے بعد ایک ہی رہتا ہے۔

اس اصول اور دفعہ ۱۱۹ کے اصول کے ذریعہ ۱۱ کے تجربی قانون کی امداد سے ہم ذروں اور چکنے کی حرکت کی وہ تبدیلی معلوم کر سکتے ہیں جو تصادم سے پیدا ہو۔

۱۲۱۔ ایک ثابت سطح سے ٹکڑے۔ ایک چکنا کرہ یا

ذرہ جس کی کمیت ص ہے اور جس کی پچک کی قدر ص ہے ایک ثابت سطح سے ٹکڑھا ٹکڑاتا ہے۔ اس کی رفتار کی تبدیلی معلوم کرو۔

فرض کرو کہ سطح ثابت سطح ص ہے اور ص دو نقطہ ہے جہاں کرہ ٹکڑاتا ہے۔ اور ص ن نقطہ ص پر سطح پر علا ہے یعنی ص ن کرے کے مرکز کن میں سے



فرض کرو کہ ٹکڑے سے پہلے اور ٹکڑے کے بعد کرے کی حرکت
کی سمتیں تھک اور ک ع میں فرض کرو کہ زاوے
ن اور ن ک ع، ع اور تہ ہیں۔
اور فرض کرو کہ کرے کی رفتار ٹکڑے سے پہلے ب ہے
اور ٹکڑے کے بعد ر ہے جیسا کہ شکل میں دکھلایا گیا
ہے۔

چونکہ سطح چکنی ہے اس لئے سطح کے متوازی کوئی
قوت عمل نہیں کرتی۔ اس لئے کرے کی رفتار کا جز
تحلیلی سطح کے متوازی بالکل نہیں بدلتا۔

ر جب تہ = ب جب عہ (۱)

نیوٹن کے تجربی قانون سے عماد سطح کی سمت میں
رفتار تباعد اسی سمت میں رفتار تقارب کا لگتا ہے۔

اس لئے رجم تہ = ۰ = ل (باجم عہ - ۰)
 رجم تہ = ل باجم عہ (۲)
 (۱) اور (۲) سے مربے لیکر جمع کرنے سے

$$ر = ب + اجم عہ + ل اجم عہ$$

اور عمل تقسیم سے

مم تہ = ل مم عہ
 ان دو مساواتوں سے ٹکر کے بعد کی رفتار اور سمت حرکت معلوم ہوتی ہے۔

ٹکر کی قوت کا جو صدمہ سطح پر ہے۔ اس کے مساوی اور متقابل صدمہ کڑے پر ہے۔ اور اس کی مقدار کڑے کے معیار حرکت کی تبدیلی ہے جو سطح کی عمود سمت میں پیدا ہوتی ہے۔

$$\text{اس لئے ٹکر کا صدمہ} = م باجم عہ + م رجم تہ \\ = م (ا + ل) باجم عہ$$

نتیجہ صریح (۱)۔ اگر ٹکر سیدھی ہو تو عہ = ۰۔

تہ = ۰ اور ر = ل ب
 پس اگر ایک کرہ ایک سطح سے سیدھا ٹکرائے تو اسکی حرکت بالکل متقابل سمت میں ہو جاتی ہے اور اسکی رفتار ا:ل کی نسبت میں کم ہو جاتی ہے۔

علم حرکت ۲۷۳ باب ہشتم

نتیجہ صریح (۲) - اگر لچک کی قدر ایک ہو تو تہ = عہ
اور $R = B$

یعنی جب کرہ کی لچک کامل ہو تو زاویہ وقوع اور زاویہ انعکاس مساوی ہوتے ہیں اور رفتار مقدار میں نہیں بدلتی۔

نتیجہ صریح (۳) اگر لچک کی قدر صفر ہو تو تہ = ۹۰
اور $R = B$ جب عہ

پس اگر کرہ بالکل بے لچک ہو تو سطح سے ٹکرانے کے بعد سطح پر حرکت کرے گا اور اس کی رفتار کا جزء تحلیل سطح کے متوازی نہیں بدلیگا

مثال - ایک گولی ۱۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کرتی ہوئی ایک ثابت چکنی سطح سے ۴۵° کے زاویہ پر ٹکراتی ہے۔ اگر لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہو تو ٹکر ہونے کے بعد گولی کی رفتار اور سمت حرکت معلوم کرو۔

فرض کرو کہ ٹکر کے بعد گولی کی رفتار R سطح سے زاویہ تہ بناتی ہے۔

ٹکر سے پہلے رفتار کے اجزاء تحلیل سطح کے متوازی اور سطح کی عمودی سمت میں $10 \times \frac{1}{2}$ اور $10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ یعنی ۵ اور ۵√۳ ہیں۔

ٹکر کے بعد رفتار کے اجزاء تحلیل انہی دو سمتوں میں رجم تہ اور R جب تہ ہیں۔

اس لئے رجم تہ = ۲۷۵
 اور رجب تہ = ۲۷۵ × ۲ = ۵۵۰
 لہذا مربع لے کر جمع کرنے سے
 $۹۵۰۶ = ۸۲۷ = ۲$ $۸۲ = ۲$

نیز عمل تقسیم سے

مس تہ = $\frac{۲}{۵}$

طبعی ماسوں کے جدول سے تہ = ۳۸° ۴۰' تقریباً
 پس کمر کے بعد گولی ۹۵۰۶ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے
 سطح سے ۳۸° ۴۰' کا زاویہ بناتی ہوئی حرکت کرتی ہے۔

امثلہ نمبری (۲۰)

(۱) کلچ کی ایک گولی ۹ فٹ کی بلندی سے ایک
 افقی فرش پر گرتی ہے۔ اگر لچک کی قدر ۱۹ ہو تو
 دریافت کرو کہ فرش سے کمر وہ کہاں تک اوپر
 جائے گی؟

(۲) ہاتھی دانت کی ایک گولی ۲۵ فٹ کی بلندی سے
 ایک افقی پتھر پر گرتی ہے اور پتھر سے کمرانے کے
 بعد اچھل کر ۱۶ فٹ اوپر کو جاتی ہے۔ ثابت کرو کہ
 پتھر اور گولی کے درمیان لچک کی قدر ۱۸ ہے۔

(۳) ایک وزنی لچکدار گولی ایک کمرے کی چھت سے
 گرتی ہے اور فرش سے دو دفعہ اچھل کر چھت کی نصف

علم حرکت ۲۷۵ باب ہشتم

بلندی تک پہنچتی ہے۔ ثابت کرو کہ لچک کی قدر $\frac{1}{4}$ ہے۔

(۴) ایک کمرے کے فرش کے ایک نقطے سے جو ایک دیوار کے پایہ میں ہے ایک گولی اس طرح چلائی جاتی ہے کہ وہ مقابل کی دیوار سے ٹکرا کر اسی نقطے پر واپس آجاتی ہے جہاں سے وہ چلی تھی۔ اگر لچک کی قدر $\frac{1}{4}$ ہو تو ثابت کرو کہ گولی کو جانے میں جس قدر وقت لگتا ہے اس سے نصف واپس آنے میں صرف ہوتا ہے۔

(۵) ایک کمرے کے ایک نقطے سے ایک گیند $32\frac{1}{2}$ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے اوپر وار پھینکا جاتا ہے۔ اگر کمرے کی بلندی ۱۶ فٹ ہو اور چھت اور گیند کے درمیان اور فرش اور گیند کے درمیان لچک کی قدر ایک ہی ہو اور $\frac{1}{4}$ کے مساوی ہو تو ثابت کرو کہ گیند پہلے چھت سے ٹکرا کر اور پھر فرش سے ٹکرا کر عین چھت تک پہنچ جائے گا۔

(۶) ایک گولی ۸ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کرتی ہوئی ایک چکنی سطح سے ۳۰ فٹ کے زاویہ پر ٹکراتی ہے۔ ٹکر کے بعد اس کی رفتار اور سمت حرکت معلوم کرو۔ لچک کی قدر $\frac{1}{4}$ ہے۔

(۷) ایک کرہ ۵ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کرتا ہوا ایک چکنی سطح سے ٹکراتا ہے۔ اس کی حرکت کی سمت

سطح سے زاویہ جب $\frac{3}{5}$ ($= 36^\circ 52'$) بناتی ہے۔ ثابت
 کرو کہ ٹکڑے کے بعد اس کی رفتار $\frac{1}{2}$ ($= 34^\circ 34'$) فی ثانیہ
 ہے اور سطح سے زاویہ $\frac{1}{4}$ ($= 24^\circ 32'$) بناتی ہے۔

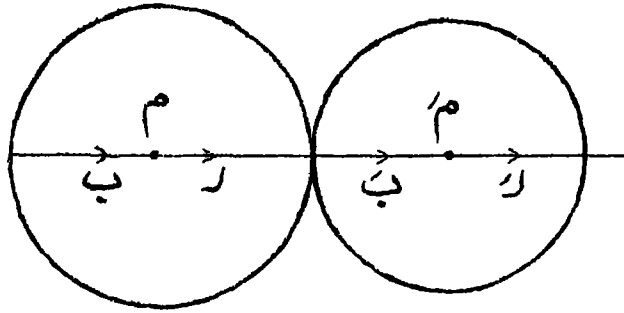
لچک کی قدر $\frac{2}{3}$ ہے۔
 (۸) ایک گولی ۱۶ فٹ کی بلندی سے ایک سطح پر گرتی ہے
 جس کا میلان افق سے (۱) 30° (۲) 45° (۳) 60° ہے۔
 تینوں صورتوں میں ٹکڑے کے بعد رفتار اور سمت حرکت
 دریافت کرو۔ لچک کی قدر $\frac{2}{3}$ ہے۔

۱۲۲۔ دو کروں کی سیدھی ٹکڑ۔ کمیت م کا

ایک چکنا کرہ رفتار ب سے حرکت ہوا، کمیت م کے
 ایک دوسرے چکنے کرے سے جو اسی سمت میں رفتار
 ب سے حرکت کرتا ہے، سیدھا ٹکڑتا ہے۔ اگر لچک کی
 قدر ۱ ہو تو ٹکڑے کے بعد کروں کی رفتاریں معلوم کرو۔
 فرض کرو کہ ٹکڑے کے بعد کروں کی رفتاریں ل اور ل ہیں۔
 چونکہ رفتار تقارب (ب - ب) ہے اور رفتار تباعد
 (ل - ل) ہے اس لئے نیوٹن کے تجربی قانون کے

بموجب

$$ل - ل = (ب - ب) \dots (۱)$$



چونکہ دوران تصادم میں جسموں پر صرف ایک ہی قوت عمل کرتی ہے یعنی مرکزوں کے خط وصل کی سمت میں چوٹ - اس لئے بموجب دفعہ ۱۲۰ دونوں کی حرکت کے معیاروں مجموعہ نہیں بدلتا -

پس $م ر + م ر = م ب + م ب \dots (۲)$
 (۱) کو $م$ سے ضرب دیکر (۲) سے تفریق کرنے سے
 $(م + م) ر = (م - ل م) ب + م (ل + ۱) ب$
 (۱) کو $م$ سے ضرب دیکر (۲) میں جمع کرنے سے
 $(م + م) ر = م (ل + ۱) ب + (م - ل م) ب$
 ان دو مساواتوں سے ٹکڑے کے بعد کی رفتاریں حاصل ہوتی ہیں اگر دوسرے کمرے کی سمت حرکت پہلے کی سمت حرکت کے متقابل ہو تو ہمیں $ب$ کی علامت بدلتی چاہیے -

نیز کرہ $م$ پر چوٹ کا صدمہ
 = اس کے معیار حرکت کی تبدیلی

$$= م (ب - ر) = \frac{م م}{م + م} (۱ + ل) (ب - ب)$$

دوسرے کرے پر صدمہ اس کے مساوی اور متقابل ہے۔

نتیجہ صریح - اگر $م = م$ اور $ل = ۱$

تو $ر = ب$ اور $ل = ب$

پس اگر دو مساوی کرے جن کی لچک کامل ہو آپس میں سیدھے ٹکرائیں تو ان کی رفتاروں کا باہمی تبادلہ ہو جاتا ہے۔

۱۶۳۔ مثال (۱) ایک گولہ جس کی کمیت ۱۰ پونڈ ہے ۲ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کر رہا ہے اسکے پیچھے اسی سمت میں ایک اور گولہ جس کی کمیت ۸ پونڈ ہے ۳ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کرتا ہوا آتا ہے اور پہلے گولے سے ٹکراتا ہے۔ اگر $ل = ۱$ تو ٹکڑے کے بعد گولوں کی رفتاریں معلوم کرو۔

فرض کرو کہ مطلوبہ رفتاریں $ر$ اور $ل$ ہیں

چونکہ مجموعی معیار حرکت نہیں بدلتا

$$۵۲ = ۲ \times ۱۰ + ۳ \times ۸ = ۲۰ + ۲۴$$

نیوٹن کے قانون سے

$$ل - ر = \frac{۱}{۴} (۲ - ۳)$$

ان مساواتوں کو حل کرنے سے

$$ر = \frac{۱}{۴} \text{ اور } ل = \frac{۱}{۴} \text{ فٹ فی ثانیہ}$$

علم حرکت ۲۷۹ باب ششم

مثال (۲) اگر مثال (۱) میں گولوں کی حرکت کی سمتیں ایک دوسرے کے متقابل ہوں تو ٹکڑے بعد کی رفتاریں معلوم کرو۔

اس سوال میں مساواتیں یہ ہونگی

$$۸ + ۱۰ = ۳ \times ۸ - ۲ \times ۱۰ = ۱۲$$

$$\text{اور } ۳ = \frac{۱}{۲} (۲ + ۳)$$

کیونکہ ۳۔ ۲ رفتار بتاعد ہے اور ۲+۳ رفتار تقارب ہے۔ ان مساواتوں کو حل کرنے سے

$$۳ = ۱، ۲ = ۲ \text{ فٹ فی ثانیہ}$$

اس سے ظاہر ہے کہ ٹکڑے بعد دو نو گولے پیچھے ہٹے ہیں کیونکہ مثبت رفتار اس سمت میں فرض کی گئی ہے جس سمت میں ۸ پونڈ کا گولہ ٹکڑے سے پہلے حرکت کر رہا تھا۔

۱۲۴۔ دو کروں کی ٹیڑھی ٹکڑے۔ م کمیت کا

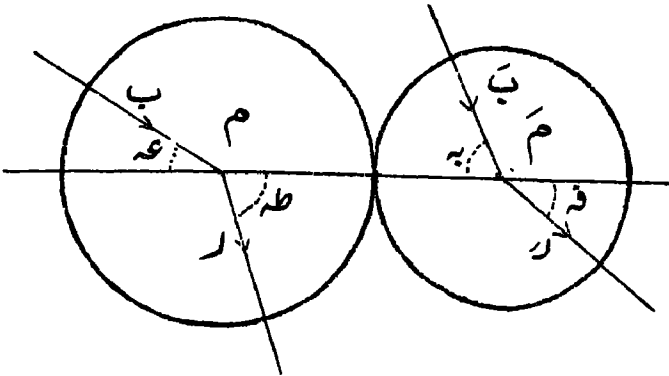
ایک چکنا کرہ رفتار ب سے حرکت کرتا ہوا ایک دوسرے چکنے کرے سے ٹیڑھا ٹکڑا ہے۔ دوسرے کرے کی کمیت م اور رفتار ب ہے۔ اگر ٹکڑے سے پہلے کروں کی حرکت کی سمتیں مرکزوں کے خط وصل سے بالترتیب زاوے عہ اور بہ بنائیں اور لچک کی قدر ل ہو تو ٹکڑے کے بعد رفتاریں اور حرکت کی سمتیں دریافت کرو۔ فرض کرو کہ کروں کی رفتاریں ٹکڑے کے بعد ل اور ل ہیں

اور وہ خط مرکزین سے بالترتیب زاوے طہ اور فہ بناتی

ہیں۔ چونکہ کرے چکنے ہیں اس لئے ان کے خط مرکزین کی عمودی سمت میں کوئی قوت عمل نہیں کرتی۔ اسلئے اس سمت میں رفتاریں نہیں بدلتیں۔

پس رجب طہ = باجم عہ (۱)

رجب فہ = باجم بہ (۲)



چونکہ سمت عماد میں رفتار تقارب باجم عہ - باجم بہ ہے اور اس سمت میں رفتار بتاعد رجم فہ - رجم طہ ہے اس لئے بموجب قانون نیوٹن

رجم فہ - رجم طہ = ل (باجم عہ - باجم بہ) (۳)

نیز چونکہ دوران تصادم میں کروں پر صرف ایک قوت عمل کرتی ہے اور وہ خط مرکزین کی سمت میں ہے اس لئے اس سمت میں مجموعی معیار حرکت نہیں بدلتا۔

م رجم طہ + م رجم فہ = م باجم عہ + م باجم بہ (۴)

مساواتوں (۱)، (۲)، (۳)، (۴) سے مقادیر مجہول
ر، ر، طہ، فہ، معلوم ہو سکتی ہیں
(۳) کو م سے ضرب دیکر (۴) سے تفریق کرنے سے

$$\text{رجم طہ} = \frac{\text{م} - \text{ل} (\text{م}) \text{ب جم عہ} + \text{م} (\text{ل} + ۱) \text{ب جم بہ}}{\text{م} + \text{م}} \dots (۵)$$

اسی طرح (۳) کو م سے ضرب دیکر (۴) میں جمع کرنے سے

$$\text{ر جم فہ} = \frac{\text{م} (\text{ل} + ۱) \text{ب جم عہ} + (\text{م} - \text{ل} \text{م}) \text{ب جم بہ}}{\text{م} + \text{م}} \dots (۶)$$

(۱) اور (۵) سے، مرے لیکر جمع کرنے سے ۲ اور تقسیم کرنے
سے مس طہ حاصل ہوگا۔

اسی طرح (۲) اور (۶) سے ۲ اور مس فہ حاصل
ہو گئے۔

پس حرکت پورے طور پر معلوم ہو گئی
پہلے کرے پر چوٹ کا صدمہ = اس کے معیار حرکت کی تبدیلی
= م (ب جم عہ - ر جم طہ)

$\frac{\text{م}}{\text{م} + \text{م}} (\text{ل} + ۱) (\text{ب جم عہ} - \text{ب جم بہ})$ مختصر کرنے سے۔
چوٹ کا صدمہ دوسرے کرے پر اس کے مساوی اور
متقابل ہے

نتیجہ صریح (۱) اگر $b = ۰$ تو مساوات (۲) سے
 فہ = ۰ ، اس لئے کرو m خط مرکزین کی سمت میں حرکت
 کرتا ہے۔ یہ نتیجہ اس کے بغیر بھی نکل سکتا ہے کیونکہ
 m پر صرف ایک ہی قوت عمل کرتی ہے اور وہ خط
 مرکزین کی سیدہ میں ہے۔

نتیجہ صریح (۲) اگر $m = m$ اور $l = ۱$ تو
 رجم طہ = بجم بہ اور رجم فہ = بجم عہ
 پس اگر دو مساوی چکنے کرے جو مکمل طور پر لچکدار ہیں
 آپس میں ٹکرائیں تو خط مرکزین کی سمت میں ان کی رفتاروں کا
 باہمی تبادلہ ہو جاتا ہے۔

۱۲۵۔ مثال (۱) ۵ پونڈ کمیت کا ایک گولہ ۱۵ فٹ
 فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کرتا ہوا ۱۰ پونڈ کمیت کے
 ایک گولے سے ٹکراتا ہے۔ ۱۰ پونڈ کا گولہ ۵ فٹ فی ثانیہ
 کی رفتار سے حرکت کر رہا ہے۔ اگر ان کی رفتاریں متوالی
 ہوں اور بوقت تصادم خط مرکزین سے ۳۰° کا زاویہ
 بنائیں تو ٹکر کے بعد کی حرکت معلوم کرو۔ لچک کی قدر
 ۱/۲ ہے۔

فرض کرو کہ ٹکر کے بعد رفتاریں r اور r' ہیں اور
 خط مرکزین سے زاویے طہ اور فہ بنائی ہیں۔
 چونکہ خط مرکزین کی عمودی سمت میں رفتاریں نہیں

بدلتیں اس لئے

$$(۱) \dots\dots\dots \frac{۱۵}{۴} = ۳۰ \text{ جب طہ} = ۱۵ \text{ جب}$$

$$(۲) \dots\dots\dots \frac{۵}{۴} = ۳۰ \text{ جب فہ} = ۵ \text{ جب}$$

نیوٹن کے قانون سے

$$(۳) \dots\dots\dots \frac{۳۷}{۴} = [۱۵ \text{ حجم} ۳۰ - ۵ \text{ حجم} ۳۰] \frac{۱}{۴} = ۱۰ \text{ حجم طہ} - ۵ \text{ حجم فہ}$$

چونکہ خط تضادم کی سمت میں معیار حرکت نہیں بدلتا
 $\therefore ۵ \text{ حجم طہ} + ۱۰ \text{ حجم فہ} = \frac{۳۷}{۴} \times ۱۵ \times ۵ + \frac{۳۷}{۴} \times ۵ \times ۱۰$

$$(۴) \dots\dots\dots \frac{۳۷}{۴} ۲۵ = ۲ \text{ حجم طہ} + ۲ \text{ حجم فہ}$$

(۳) اور (۴) کو حل کرنے سے

$$(۵) \dots\dots\dots \frac{۳۷}{۴} ۵ = ۲ \text{ حجم طہ}$$

$$(۶) \dots\dots\dots \frac{۳۷}{۴} ۵ = ۲ \text{ حجم فہ}$$

(۱) اور (۵) سے

$$۲ = ۵ = \frac{۳۷}{۴} ۵ = ۸۶۶ \text{ فٹ فی ثانیہ تقریباً اور طہ} = ۹۰$$

(۲) اور (۶) سے

$$۲ = \frac{۵}{۴} = \frac{۱۳۷}{۴} = ۹ \text{ فٹ فی ثانیہ تقریباً اور مس فہ} = \frac{۱}{۴} = \frac{۱۳۷}{۴}$$

اس لئے طبعی ماسوں کے جدول سے فہ = ۹۱۶

مثال (۲) دو چکنے کرے جن میں سے ایک کی کمیت

دوسرے سے دوہنی ہے مساوی رفتاروں سے

متوازی متقابل سمتوں میں حرکت کرتے ہوئے آپس میں

نکارتے ہیں۔ ٹکر کے وقت ان کی حرکت کی سمتیں خط
مکزیں سے ۳۰ کے زاویے بنتی ہیں۔ اگر ٹکڑے کی
تقدیر ۱ ہو تو تصادم کے بعد رفتاریں اور حرکت کی
سمتیں دریافت کرو۔

فرض کرو کہ گولوں کی کمیتیں م اور ۲ م ہیں اور تصادم
کے بعد رفتاریں لہ اور لہ ہیں اور خط مکزیں سے
زاویے طہ اور قہ بنتی ہیں اور فرض کرو کہ ٹکر سے
پہلے ب ایک کی رفتار ب ہے۔

چونکہ خط مکزیں کی عمودی سمت میں رفتاریں نہیں
پرتتیں

$$۱۔ لرجیم طہ = برجیم ب = ۲۔ پ = ۱۔ (۱)$$

$$اور لرجیم قہ = برجیم ۲۔ پ = ۱۔ (۲)$$

چونکہ سمت عماد میں رفتار قطار ب + جم ۲۔ ب + جم ۱۔
ہے اور اسی سمت میں رفتار تباہد لرجیم قہ۔ لرجیم طہ
ہے اس لئے نیوٹن کے قانون کے طریقہ

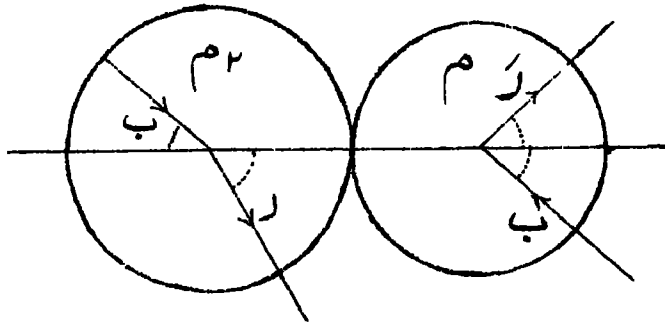
$$لرجیم قہ۔ لرجیم طہ = ل [بجم ۲۔ بجم ۱۔]$$

$$یعنی لرجیم قہ۔ لرجیم طہ = ل پ ب (۳)$$

چونکہ خط مکزیں کی سمت میں معیار حرکت نہیں بدلتا

$$۲۔ م لرجیم طہ + م لرجیم قہ = ۲۔ م بجم ۲۔ م بجم ۱۔$$

$$۲۔ لرجیم طہ + لرجیم قہ = ل پ ب (۴)$$



(۳) اور (۴) کو حل کرنے سے

ر حجم طہ = ۰ اور ر حجم فہ = $\frac{۱۳}{۲} ب$

ان مساواتوں اور (۱) و (۲) سے

طہ = ۹۰ ، ر = $\frac{۱۳}{۲} ب$ ، فہ = ۳۰ ، ر = ب

پس تصادم کے بعد بڑا گولہ اپنی پہلی رفتار کے نصف سے خط مرکزین کی عمودی سمت میں حرکت کرنا شروع کرتا ہے اور چھوٹا گولہ اسی طرح حرکت کرتا ہے جیسا کہ کامل طور پر لچکدار ہونے کی صورت میں ایک ثابت سطح سے ٹکرا کر حرکت کرے۔

امثلہ نمبری (۲۱)

(۱) ۴ پونڈ کمیت کا ایک کرہ ۵ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کرتا ہوا ۳ پونڈ کمیت کے ایک

دوسرے کمرے سے ٹکراتا ہے جو اسی سمت میں حرکت
فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کر رہا ہے۔ اگر ٹکر سیدھی
ہو اور چلک کی رفتار $\frac{1}{2}$ ہو تو تصادم بعد گروں کی رفتار
معلوم کرو۔

((۳)) ایک گیت گا رہا ہو کہ وقت فی ثانیہ کی رفتار
سے حرکت کر رہا ہے اور اسی سمت میں "ایونڈ گیت"
کا ایک اور گوند "وقت فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت
کر رہا ہے۔ اگر پہلا دوسرے سے سیدھا ٹکراتے اور
چلک کی رفتار $\frac{1}{2}$ ہو تو ٹکر کے بعد گروں کی رفتاریں
معلوم کرو۔

((۴)) ایک گروہ "وقت فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کرتا
ہوگا" ایک مساوی کمرے سے جو "وقت فی ثانیہ کی رفتار
سے متعادل سمت میں حرکت کر رہا ہے" ٹکراتا ہے۔
اگر چلک کی رفتار $\frac{1}{2}$ ہو تو ٹکر کے بعد رفتاریں معلوم کرو۔
((۵)) اگر ایک گوند "پینے سے دوڑنے کوٹے سے کوٹے
جیکے دو تو ایک ہی سمت میں حرکت کر رہے ہیں اور
چھوٹے کی رفتار بڑے کی رفتار سے سات گنا ہو اور
اگر دو تو کے درمیان چلک کی رفتار $\frac{1}{2}$ ہو تو ثانیہ کوڑک
چھوٹا گوند بڑے کوٹے سے ٹکراتے کے بعد سالن
ہو چلائے گا۔

((۵)) اگر دو گولوں کی کمیتوں کی نسبت ۳:۱۱ ہو اور

ان کی رفتاروں کی نسبت ٹکر سے پہلے ۲:۱ ہو اور انکی رفتاریں ایک دوسرے کے متقابل ہوں اور لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہو تو ثابت کرو کہ ٹکر کے بعد ہر ایک گولہ کی رفتار اس کی پہلی رفتار کا $\frac{1}{2}$ ہوگی اور متقابل سمت میں ہوگی۔

(۶) ایک کرہ ایک دوسرے ساکن کرے سے سیدھا ٹکراتا ہے۔ اگر لچک کی قدر ۱ ہو تو ثابت کرو کہ ٹکر کے بعد ان کی رفتاروں کی نسبت

$$۱ - ۱ : ۱ + ۱ \text{ ل ہوگی}$$

(۷) م کمیت کا ایک گولہ رفتار ب سے حرکت کرتا ہوا، ل م کمیت کے ایک دوسرے گولے سے جو ل ب رفتار سے متقابل سمت میں حرکت کر رہا ہے، سیدھا ٹکراتا ہے۔ اگر لچک کی قدر ۱ ہو تو ثابت کرو کہ ٹکر کے بعد دوسرے گولے کی رفتار وہی ہوگی جو ٹکر کے قبل پہلے گولے کی تھی۔

(۸) ۲ پونڈ کمیت کا ایک گولہ ایک پونڈ کمیت کے ساکن گولے سے سیدھا ٹکراتا ہے۔ اگر ٹکر سے پہلے بڑے گولے کی رفتار وہی ہو جو ٹکر کے بعد چھوٹے گولے کی ہے تو لچک کی قدر معلوم کرو۔

(۹) م کمیت کا گولہ م کمیت کے گولے سے سیدھا ٹکراتا ہے۔ م کی رفتار ٹکر کے بعد اس کی پہلی رفتار کا

$\frac{۳}{۵}$ ہو جاتی ہے اور لچک کی قدر $\frac{۳}{۵}$ ہے۔ گولوں کی کمیتوں کی نسبت معلوم کرو اور ٹکڑے کے بعد انکی رفتاروں کا بھی مقابلہ کرو۔

(۱۰) تین کروں کی کمیتیں ۲ پونڈ ، ۶ پونڈ ، ۱۲ پونڈ ہیں اور ان کی رفتاریں بالترتیب ۱۲ فٹ ، ۴ فٹ ، ۲ فٹ فی ثانیہ ہیں۔ وہ تینوں ایک ہی سیدھ میں ترتیب بالا سے حرکت کرتے ہیں۔ اگر لچک کی قدر ایک ہو تو ثابت کرو کہ ان ٹکڑوں سے جو وقوع پذیر ہوں گی پہلے دو گولے ساکن ہو جائیں گے۔

(۱۱) ایک گولہ ۶۴ فٹ کی بلندی سے نیچے گرنے کو چھوڑ دیا جاتا ہے اور اسی وقت ایک مساوی گولہ زمین سے ۱۲۸ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے اوپر وار اس طرح پھینکا جاتا ہے کہ پہلے گولے سے سیدھا ٹکرائے اگر لچک کی قدر $\frac{۱}{۲}$ ہو تو دریافت کرو کہ ٹکڑے کتنی مدت کے بعد دونوں گولے زمین پر پہنچیں گے۔

(۱۲) ایک بے لچک کرہ ایک دوسرے ساکن کرے سے ٹیڑھا ٹکراتا ہے۔ دوسرے کرے کی کمیت پہلے کرے کی کمیت سے دوچند ہے اور ٹکڑے کی سمت خط مرکزین سے ۳۰° کا زاویہ بناتی ہے۔ ثابت کرو کہ پہلے کرے کی سمت حرکت میں ۳۰° کی تبدیلی واقع ہوگی۔

(۱۳) دو مساوی گولے مساوی چالوں سے حرکت کرتے ہوئے

اس طح ٹکراتے ہیں کہ بوقت تصادم ان کی حرکت کی سمتیں خط مرکزین سے ۳۰° اور ۶۰° کے زاوئے بناتی ہیں۔ اگر لچک کی قدر ایک ہو تو ثابت کرو کہ ٹکر کے بعد وہ ایسی متوازی سمتوں میں حرکت کریں گے جو خط مرکزین سے ۴۵° کا زاویہ بناتی ہیں۔

(۱۴) دو مساوی گولے مساوی رفتاروں سے حرکت کرتے ہوئے ٹکراتے ہیں اگر ان کی حرکت کی سمتیں بوقت تصادم خط مرکزین سے ۳۰° اور ۶۰° کے زاوئے بنائیں اور لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہو تو ثابت کرو کہ ٹکر کے بعد گولے متوازی سمتوں میں حرکت کریں گے اور ایک کی رفتار دوسرے کی رفتار سے دو چند ہوگی۔

(۱۵) دو مساوی گولے جن کی لچک کامل ہے اس طح ٹکراتے ہیں کہ ان کی حرکت کی سمتیں ٹکر سے پہلے ایک دوسرے سے زاویہ قائمہ بناتی ہیں۔ ثابت کرو کہ ٹکر کے بعد بھی ان کی حرکت کی سمتوں کے درمیان زاویہ قائمہ ہوگا۔

(۱۶) ایک کرہ رفتار ۳ ب سے حرکت کرتا ہوا ایک دوسرے مساوی کرے سے ٹکراتا ہے جو رفتار ۲ ب سے حرکت کر رہا ہے۔ ان کی حرکت کی سمتیں حرکت سے پہلے خط مرکزین سے بالترتیب ۳۰° اور ۶۰° کے زاوئے بناتی ہیں۔ اگر لچک کی قدر ایک ہو تو ثابت

علم حرکت ۲۹۰ باب ہشتم

کرو کہ ٹکر کے بعد ان کی حرکت کی سمتیں خط مرکزین سے ۶۰ اور ۳۰ کے زاوے بنائیں گی۔

(۱۷) ایک کرہ جس کی کمیت ۵ م ہے اور جو رفتار ۱۳ ب سے حرکت کر رہا ہے ایک دوسرے کرے سے ٹکراتا ہے جس کی کمیت ۴ م ہے اور رفتار ۵ ب ہے۔ ان کی حرکت کی سمتیں خط مرکزین سے بالترتیب زاوے جباً $\frac{۵}{۱۳}$ اور جباً $\frac{۳}{۵}$ بنائی ہیں۔ اگرچہ کی قدر $\frac{۱}{۲}$ ہو تو ٹکر کے بعد ان کی رفتاریں اور حرکت کی سمتیں دریافت کرو۔

۱۲۶۔ دورانِ تصادم میں دو لچکدار جسموں کا تعامل۔

جب دو لچکدار جسم ٹکراتے ہیں تو مدتِ تصادم دو حصوں میں تقسیم کی جا سکتی ہے۔ پہلے حصے میں جسم ایک دوسرے کو دباتے ہیں اور پیچک جاتے ہیں اور دوسرے حصے میں پھر اپنی اصلی شکل اختیار کرتے ہیں۔

جسموں کا پیچنا تجربہ سے اس طرح ثابت ہو سکتا ہے۔ ایک فرش پر رنگدار پوڈر بچھا دو پھر بلیڈ کھینے کا ایک گولہ اس فرش پر گراؤ۔ جس مقام پر گولہ فرش سے ٹکراتا ہے۔ وہاں سے پوڈر ہٹ جاتا ہے۔ لیکن پوڈر کے ہٹنے کی جگہ صرف ایک نقطہ نہیں ہوتا بلکہ ایک چھوٹا سا دائرہ ہوتا ہے۔ اس سے ظاہر ہے کہ دورانِ تصادم میں

علم حرکت ۲۹۱ باب ہشتم

ایک وقت ایسا تھا جبکہ گولے کا وہ حصہ جو فرش سے مس کرتا تھا ایک دائرہ تھا۔ اس سے صریحاً یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ گولہ اس وقت پچکا ہوا تھا اور اس کی شکل بگڑی ہوئی تھی۔ بعد میں وہ اپنی اصلی شکل پر آگیا۔

تجربہ سے یہ بھی معلوم ہوگا کہ اگر گولے کو زیادہ بلندی سے گرائیں تو چھوٹا دائرہ بڑا ہو جاتا ہے۔ زیادہ بلندی سے گرنے کی وجہ سے گولے کی رفتار زیادہ ہوگی۔ اس سے ظاہر ہے کہ ٹکڑے کے وقت اگر رفتار زیادہ ہے تو بلیزڈ کے گولے کی شکل کا عارضی بگاڑ بھی زیادہ ہوگا

تصادم کا پہلا حصہ اس وقت تک رہتا ہے جبکہ ایک آن کے لئے دونوں جسموں کی رفتار ایک ہو جاتی ہے۔ پھر ایسی قوتیں ظہور پذیر ہوتی ہیں جن کی وجہ سے جسم پھر اپنی اصلی شکل اختیار کرنے لگتے ہیں تصادم کے پہلے حصہ میں جسموں کے تعامل کو پچکنے کی قوت کہتے ہیں اور دوسرے حصہ میں تعامل پٹننے کی قوت کہلاتا ہے۔

دوران تصادم میں دو جسموں کے درمیانی تعامل کی مقدار معلوم کرنے کا کوئی ذریعہ ہمارے پاس نہیں ہے۔ ہمیں صرف یہی معلوم ہے کہ اس میں بہت سی تبدیلی واقع

ہوتی ہے کیونکہ شروع میں اور اخیر میں یہہ تعادل صفر ہوتا ہے۔ اور دوران تصادم میں کسی آن میں اس کی قیمت بڑی بھی ضرور ہوتی ہے۔ لیکن نیوٹن کے تیسرے قانون کے بموجب ہر آن میں جو قوت ایک جسم پر عمل کرتی ہے اتنی ہی قوت متقابل سمت میں دوسرے جسم پر عمل کرتی ہے۔ اس لئے قوتوں کے صدمے جسموں پر لازماً مساوی ہوں گے لیکن سمتوں میں متقابل ہوں گے۔

۱۲۷۔ یہ آسانی سے ثابت ہو سکتا ہے کہ پچکنے اور پٹننے کی قوتوں کی نسبت مقدار ل کے مساوی ہے جو لچک کی قدر کو تعبیر کرتی ہے۔

جیسا کہ دفعہ ۱۲۲ میں بیان ہوا فرض کرو کہ ایک کرہ دوسرے سے سیدھا ٹکراتا ہے۔ اور فرض کرو کہ ل، ب، ب، ر، ر، م، م حسب دفعہ ۱۲۲ مختلف مقداروں کو تعبیر کرتے ہیں۔

فرض کرو کہ پچک کے اختتام پر جسموں کی مشترکہ رفتار پ ہے تو پہلے کرے کے معیار حرکت کا نقصان = م (ب - پ)

اور دوسرے کرے کے معیار حرکت کا اضافہ = م (پ - ب) پس اگر پچکنے کی قوت کے صدمے کو ک سے تعبیر کریں تو

علم حرکت ۲۹۳ باب ہشتم

ک = م (ب - پ) = م (پ - ب)

∴ $\frac{ک}{م} + \frac{ک}{م} = \frac{ب - پ + پ - ب}{م} = \frac{ب - ب}{م} = ۰$ (۱)

پچکنے کے بعد کرے پلٹتے ہیں۔ پلٹنے میں پہلے کرے
نئے معیار حرکت کا نقصان = م (پ - ر)

اور دوسرے کرے کے معیار حرکت کا اضافہ = م (ر - پ)
پس اگر پلٹنے کی قوت کے صدمے کو ٹ سے تعبیر کریں تو
ٹ = م (پ - ر) = م (ر - پ)

∴ $\frac{ٹ}{م} + \frac{ٹ}{م} = \frac{پ - ر + ر - پ}{م} = \frac{پ - پ}{م} = ۰$ (۲)

∴ (۱) اور (۲) سے

$$\frac{ٹ}{ک} = \frac{ر - پ}{ب - پ}$$

یعنی پلٹنے کی قوت کا صدمہ $\frac{\text{عماد کی سمت میں رفتار تباعد}}{\text{عماد کی سمت میں رفتار تقارب}} = \frac{\text{پچکنے کی قوت کا صدمہ}}{\text{پچکنے کی قوت کا صدمہ}}$
∴ ٹ = ک

۱۲۸۔ تصادم سے توانائی بالفعل کا نقصان - دو کرے

جن کی کمیتیں اور رفتاریں معلوم ہیں ٹکراتے ہیں۔ ثابت کرو کہ توانائی
بالفعل کا نقصان ہوتا ہے اور اس نقصان کی مقدار بھی
معلوم کرو۔

اول - فرض کرو کہ ٹکر سیدھی ہے - دفعہ ۱۲۲ کا طریق کتابت استعمال کرنے سے

$$\text{م ر} + \text{م} = \text{ر} = \text{م ب} + \text{م} \text{ب} \dots\dots\dots (۱)$$

$$\text{ر} - \text{ر} = \text{ل} = (\text{ب} - \text{ب}) \dots\dots\dots (۲)$$

(۲) کے مربعے کو م م سے ضرب دیکر (۱) کے مربعے میں جمع کرنے سے

۲۲۲

$$(\text{م} + \text{م}) (\text{م} + \text{م}) + (\text{م} + \text{م}) (\text{م} + \text{م}) = (\text{م} + \text{م}) (\text{م} + \text{م}) + (\text{م} + \text{م}) (\text{م} + \text{م})$$

یعنی (م + م) (م + م) (م + م) (م + م)

$$= (\text{م} + \text{م}) (\text{م} + \text{م}) + (\text{م} + \text{م}) (\text{م} + \text{م}) - (\text{م} + \text{م}) (\text{م} + \text{م})$$

$$= (\text{م} + \text{م}) (\text{م} + \text{م}) - (\text{م} + \text{م}) (\text{م} + \text{م})$$

$$\frac{1}{2} \text{م} + \frac{1}{2} \text{م} = \frac{1}{2} \text{م} + \frac{1}{2} \text{م} = \frac{1}{2} \text{م} + \frac{1}{2} \text{م} - \frac{1}{2} \text{م} + \frac{1}{2} \text{م} (\text{ب} - \text{ب})$$

پس ٹکر کے بعد توانائی بالفعل = ٹکر سے پہلے توانائی

$$\text{بالفعل} - \frac{1}{2} \text{م} + \frac{1}{2} \text{م} = (\text{ب} - \text{ب})$$

$$\text{اس لئے توانائی بالفعل کا نقصان} = \frac{1}{2} \text{م} + \frac{1}{2} \text{م} (\text{ب} - \text{ب})$$

اور یہ نقصان صفر نہیں ہو سکتا جب تک کہ ل ایک کے مساوی نہ ہو یعنی جب تک کہ جسم کامل طور پر پچکدار نہ ہوں -

دوم - فرض کرو کہ ٹکر ٹیڑھی ہے - دفعہ ۱۲۲ کا

طریق کتابت استعمال کرنے سے حسب عمل صورت اول بالا

$$\frac{1}{4} م ر جم طه + \frac{1}{4} م ر جم ف = \frac{1}{4} م ب جم عه + \frac{1}{4} م ب جم به$$

$$- \frac{1}{2} \frac{ل م م}{م + م} (ب جم عه - ب جم به) \dots (۳)$$

اور چونکہ ر جب طه = ب جب عه

اور ر جب ف = ب جب به

اس لئے $\frac{1}{4} م ر جب طه + \frac{1}{4} م ر جب ف$

$$= \frac{1}{4} م ب جب عه + \frac{1}{4} م ب جب به \dots (۴)$$

(۳) اور (۴) کو جمع کرنے سے

نکمر کے بعد توانائی بالفعل

$$= \text{نکمر سے پہلے توانائی بالفعل} - \frac{1}{2} \frac{ل م م}{م + م} (ب جم عه - ب جم به)$$

اس سے ظاہر ہے کہ اگر لچک کی قدر ایک نہ ہو تو ہر ایک نکمر کی صورت میں توانائی بالفعل کا کچھ نقصان ضرور ہوتا ہے یا یوں کہو کہ توانائی بالفعل کے ایک حصہ کی صورت بدل جاتی ہے۔

یہہ توانائی بالفعل جو دیکھنے میں نابود ہو جاتی ہے صورت بدل کر سالمی توانائی بن جاتی ہے اور زیادہ تر حرارت کی شکل میں نمودار ہوتی ہے۔

علم حرکت ۲۹۶ باب ہشتم

نتیجہ صریح - فرض کرو کہ مضروب شے ساکن ہے جیسے کہ ہتھوڑے کی چوٹ کیل پر پڑتی ہے - اس صورت میں ب = ۰ اور ل = ۰

اس لئے صورت اول کے نتیجہ کے ذریعہ

$$\text{ناپود شدہ یا متبدلہ توانائی} = \frac{1}{2} \frac{m^2}{m+m} \text{ ب}$$

$$\text{چوٹ سے جلی توانائی کا نقصان} = \frac{1}{2} \frac{m^2}{m+m} \text{ ب} \div \frac{1}{2} \frac{m^2}{m+m} \text{ ب}$$

$$= \frac{m}{m+m}$$

اس آخری جملہ کی قیمت کم ہو جاتی ہے اگر م اور م کی نسبت زیادہ ہو جائے - یعنی ہتھوڑے کی کمیت کیل کی کمیت کے مقابلے میں جس قدر زیادہ ہوگی اسی قدر کم جلی توانائی کا نقصان ہوگا -

۱۲۹ - مثال (۱) ایک ذہ بلندی ی سے ایک ثابت افقی سطح پر گرتا ہے - اگر لچک کی قدر ل ہو تو ثابت کرو کہ اچھلنا موقوف ہونے تک کل فاصلہ جو ذرے نے طے

کیا وہ $\frac{L+1}{L-1} Y$ ہے اور کل وقت جو اس میں صرف

$$\text{ہوا وہ } \sqrt{\frac{L+1}{L-1} \times \frac{Y}{g}} \text{ ہے -}$$

علم حرکت ۲۹۷ باب ہشتم

فرض کرو کہ جب ذرہ پہلی دفعہ سطح سے ٹکراتا ہے اس کی رفتار ب ہے اس لئے $ب^۲ = ۲ ج ی$ (۱) ذرہ رفتار ل ب سے اچھلتا ہے۔ جب وہ دوسری دفعہ سطح سے ٹکراتا ہے اس کی رفتار ل ب ہوگی۔ دوسری دفعہ اچھلنے کے بعد رفتار ل ب ہوگی۔

اسی طرح تیسری، چوتھی دفعہ اچھلنے کے بعد رفتاریں ل^۳ ب، ل^۴ ب ہوں گی۔

پہلی، دوسری، تیسری، دفعہ اچھلنے کے بعد ذرہ جن بلندیوں تک پہنچتا ہے وہ یہ ہیں

$$\frac{ل^۲ ب^۲}{۲ ج} ، \frac{(ل ب)^۲}{۲ ج} ، \frac{(ل^۳ ب)^۲}{۲ ج} ، \dots$$

یعنی ل^۲ ی، ل^۳ ی، ل^۴ ی، لہذا کل فاصلہ طے ہوا وہ

$$= ی + (ل ی + ل ی + ل ی + \dots + لا انتہا)$$

$$= ی + ۲ ی \frac{ل^۲}{ل-۱} \quad \text{لا انتہا سلسلہ ہندسیہ جمع کرتے}$$

$$= ی \frac{ل^۲+۱}{ل-۱}$$

اب وقت کا حساب لگاؤ

$$\boxed{\frac{۲ ی}{ج}} = \text{پہلی دفعہ گرنے میں جو وقت صرف ہوا وہ}$$

علم حرکت ۲۹۸ باب ہشتم

ٹکروں کے بعد اوپر جانے میں جو وقت صرف ہوتے ہیں وہ وہی ہیں جو بوجہ جاذبہ ارض، رفتاروں ل ب، ل^۲ ب، ل^۳ ب، کے معدوم ہونے میں صرف ہوں گے۔

اس لئے یہ وقت یہہ ہیں

$$\frac{ل ب}{ج}، \frac{ل^۲ ب}{ج}، \frac{ل^۳ ب}{ج}، \dots$$

یعنی ل $\left[\frac{ل^۲ ب}{ج}، \frac{ل ب}{ج}، \dots \right]$ لہذا کل وقت جو حرکت میں صرف ہوا وہ

$$= \left[\frac{ل^۲ ب}{ج} + (ل + ل^۲ + ل^۳ + \dots) \frac{ل ب}{ج} \right] \text{ (لا انتہا)}$$

$$= \left[\frac{ل}{۱-ل} + \frac{ل^۲ ب}{ج} \right] = \frac{ل + ل^۲ ب}{۱-ل}$$

اس سے ظاہر ہے کہ نظراً یہہ نتیجہ حاصل ہوا کہ ایک محدود وقت میں ٹکروں کی لا انتہا تعداد وقوع پذیر ہوتی ہے لیکن عملاً یہہ ہوتا ہے کہ چند بار اچھلنے کے بعد گولے کی رفتار معدوم ہو جاتی ہے۔ پہلی ٹکر کے بعد ذرہ جس بلندی تک جاتا ہے وہ ل^۲ ب ہے یعنی جس بلندی سے گرا اس کا ل^۲ ب گن۔

$$ل^۲ = \frac{\text{اچھلنے کی بلندی}}{\text{گرنے کی بلندی}}$$

علم حرکت ۲۹۹ باب ہشتم

بذریعہ بالا کسی دے ہوئے گولے اور دے ہوئے فرش کی صورت میں ل کی قیمت تجربہ سے آسانی معلوم ہو سکتی ہے۔ کیونکہ اگر کسی موزوں بلندی سے گولہ گرایا جائے تو اسی طرح چند بار گرانے سے اچھلنے کی بلندی معلوم ہو جائے گی۔ تب ل کی قیمت خود بخود معلوم ہو گئی۔

مثال (۲) ایک چکنی افقی سطح کے ایک نقطہ سے ایک ذرہ رفقار ب سے افق سے زاویہ عہ بناتا ہوا پھینکا گیا ہے۔ اگر سطح اور ذرہ کے درمیان لچک کی قدر ل ہو تو ثابت کرو کہ اچھلنا موقوف ہونے تک وہ

ذرہ فاصلہ $\frac{b}{a} \times \frac{b}{a}$ جب عہ طے کریگا۔

ابتدائی عمودی رفقار ب جب عہ ہے۔

حسب مثال بالا پہلی، دوسری، تیسری، بار اچھلنے کے بعد عمودی رفقاریں یہہ ہونگی

ل ب جب عہ، ل ب جب عہ، ل ب جب عہ،

اس لئے بہوجب دفعہ ۱۰۵ پہلی اور دوسری ٹکر کے درمیان مدت

۲ ل ب جب عہ ہوگی

اسی طرح باقی خطوط مری کے اوقات یہہ ہونگے

$$\frac{۲ل۲بجباعہ}{ج} ، \frac{۲ل۲بجباعہ}{ج} ، \dots$$

اس لئے ذرے کا اچھلنا موقوف ہونے تک کل وقت جو صرف ہوگا وہ

$$= \frac{۲بجباعہ}{ج} + \frac{۲ل۲بجباعہ}{ج} + \frac{۲ل۲بجباعہ}{ج} + \dots لا انتہا$$

$$= \frac{۲بجباعہ}{ج} [۱ + ل + ل + \dots]$$

$$= \frac{۲بجباعہ}{ج} \frac{۱}{۱-ل}$$

اس مدت کے دوران میں افقی رفتار نہیں بدلتی اور ہمیشہ ب جسم عہ رہتی ہے پس افقی فاصلہ طے شدہ

$$= \frac{۲بجباعہ}{ج} \frac{۱}{۱-ل} \times بجمعہ = \frac{۲بجباعہ}{ج(۱-ل)}$$

جب ذرے کا اچھلنا بالکل بند ہو جاتا ہے تو اس وقت وہ سطح پر یکساں رفتار ب جسم عہ سے حرکت کرنے لگتا ہے۔

امثلہ نمبری (۲۲)

(۱) ایک پلکار ذرہ اس طرح پھینکا گیا ہے کہ ایک

عمودی دیوار سے ٹکرا کر پھر اسی مقام پر واپس آجاتا ہے جہاں سے پھینکا گیا تھا۔ اگر زاویہ رمی عم ہو اور جس وقت ذرہ نقطہ رمی پر واپس پہنچتا ہے اس وقت اگر اس کی حرکت کی سمت افق سے زاویہ بہ بنائے تو ثابت کرو کہ مس عم = ل مس بہ جہاں ل لچک کی قدر ہے۔

(۲) اگر ایک لچکدار کرہ ۱۶ فٹ کی بلندی سے ایک ثابت افقی میز پر گرے تو ثابت کرو کہ ۸ ثانیہ میں ۶۵ فٹ طے کر کے وہ ساکن ہو جائے گا (لچک کی قدر $\frac{1}{4}$ ہے)۔

(۳) ایک گولی ۴۸ فٹ کی بلندی سے ایک لچکدار افقی سطح پر گرتی ہے اگر لچک کی قدر $\frac{1}{16}$ ہو تو دریافت کرو کہ کتنا وقت گزرنے کے بعد اور کتنا فاصلہ طے کر کے گولی ساکن ہوگی ؟

(۴) ایک ذرہ ایک افقی سطح کے ایک نقطے سے ۶۴ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے ، افق سے ۳۰° کا زاویہ بنانے والی سمت میں ، پھینکا گیا ہے۔

اگر لچک کی قدر $\frac{1}{16}$ ہو تو دریافت کرو کہ افقی سمت میں کتنا فاصلہ طے کرنے کے بعد ذرہ ساکن ہوگا اور اس میں کتنا وقت صرف ہوگا ؟

(۵) ایک گولی سمت شاقولی میں ۲ ثانیہ گر کر ایک ایسی

علم حرکت ۳۰۲ باب ہشتم

سطح سے ٹکراتی ہے جس کا میلان افق سے ۳۰° ہے۔ اگر لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہو تو ثابت کرو کہ ۳ ثانیہ کے بعد گولی پھر سطح سے ٹکرائے گی۔

(۶) ایک گولی جس کی لچک کامل ہے ایک برج کی چوٹی سے گرتی ہے۔ جب یہ بلندی کے نصف تک گر چکتی ہے تو ایک چکنے استوار پتھر سے ٹکراتی ہے جو افق سے ۴۵° کا زاویہ بناتا ہوا باہر کو نکلا ہوا ہے۔ دریافت کرو کہ گولی زمین پر کہاں جا کر لگیلی ۹ (برج کی بلندی ہی ہے)۔

(۷) ایک گولی ایک چکنی افقی سطح پر ایک دیوار سے ایک گز کے فاصلے پر پڑی ہے۔ ایک اور مساوی گولی ایک گز فی ثانیہ کی رفتار سے دیوار کی عمودی سمت میں حرکت کرتی ہوئی پہلی گولی سے ٹکراتی ہے۔ اگر گولیوں کے درمیان اور دیوار اور گولیوں کے درمیان لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہو تو ثابت کرو کہ ۳، ۱، ۲ ثانیہ کے بعد گولیاں پھر ٹکرائیں گی۔ گولیوں کے قطر شمار کے قابل نہیں ہیں۔

(۸) دو مساوی گولیاں ۱ اور ۲ ایک چکنی افقی مدور تالی میں ایک قطر کے مقابل سروں پر پڑی ہیں۔ ۱ کو تالی میں حرکت دی جاتی ہے اور وقت ۱ کے بعد یہ گولی دوسری سے ٹکراتی ہے۔ ثابت کرو کہ

وقت $\frac{2}{L}$ کے بعد گولیاں پھر ٹکرائیں گی۔ L لچک کی قدر ہے۔

(۹) دو چکنی گولیاں جن کے قطر مساوی ہیں اور کمیتیں ۱۰م اور ۱۱م ہیں ایک مدور نالی میں ایک ہی مقام پر پڑی ہیں۔ ان کو مساوی رفتاروں سے متقابل سمتوں میں حرکت دی جاتی ہے۔ اگر لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہو تو دریافت کرو کہ دوسری ٹکر کہاں ہوگی؟

(۱۰) کمیت m کا ایک کرہ کمیت n کے ساکن کرے سے ٹکڑھا ٹکراتا ہے۔ اگر $m = n$ تو ثابت کرو کہ ٹکر کے بعد حرکت کی سمتیں ایک دوسرے سے زاویہ قائمہ بنائیں گی۔ L لچک کی قدر ہے۔

(۱۱) ایک کرہ ایک دوسرے ساکن کرے سے جسکی کمیت مساوی ہے ٹکراتا ہے۔ اگر ٹکر کے بعد حرکت کی سمتیں پہلے کرے کی پہلی سمت حرکت سے 90° کے زاوے بنائیں تو ثابت کرو کہ لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہے۔

(۱۲) ایک گولہ ایک دوسرے مساوی گولے سے جو مساوی رفتار سے پہلے کی سمت حرکت کی عمودی سمت میں حرکت کرتا ہے، ٹکراتا ہے۔ بوقت تصادم خط مرکزین دوسرے گولے کی سمت حرکت سے زاویہ قائمہ بناتا ہے۔ اگر لچک کی قدر L ہو تو ثابت کرو کہ دوسرے گولے کی سمت حرکت کی تبدیلی زاویہ $\frac{\pi}{4}$ کے

مساوی ہوگی :-
 (۱۳) دو مساوی چکنے کرے متوازی متقابل سمتوں میں
 مساوی رفتاروں سے حرکت کرتے ہوئے ٹکراتے ہیں۔
 یعنی ان میں او جھڑ ہوتی ہے۔

اگر ان کی حرکت کی سمتوں کا میلان خط مرکزین سے
 مساوی ہو جہاں ل لچک کی قدر ہے تو ثابث
 کرو کہ ان کی حرکت کی سمتوں میں تبدیلی بقدر ایک
 زاویہ قائمہ کے ہوگی۔

(۱۴) دو مساوی کرے ایک مینر پر ایک دوسرے سے
 مس کرتے ہوئے پڑے ہیں ایک تیسرا کرہ دونوں
 سے ایک ساتھ ایک ہی وقت ٹکراتا ہے اور ٹکڑے
 بعد خود ساکن ہو جاتا ہے تو ثابث کرو کہ لچک کی
 قدر $\frac{1}{2}$ ہے۔

(۱۵) پانچ گولے ایک خط مستقیم میں پڑے ہیں اور
 ان کی کمیتیں سلسلہ ہندیہ میں ہیں جس کی نسبت
 ۲ ہے اور ان کی لچک کی قدر $\frac{1}{2}$ ہے۔ اگر پہلا گولہ
 دوسرے کی طرف رفتار ب سے حرکت دیا جائے تو
 ثابث کرو کہ یکے بعد دیگرے ٹکریں ہونے سے پانچویں
 گولے کی رفتار $(\frac{5}{4})$ ب ہوگی۔

(۱۶) ایک گولہ جس کی لچک کی قدر معلوم ہے حالت
 سکون سے ایک مائل سطح کی چوٹی سے نیچے کی طرف

علم حرکت ۳۰۵ باب ہشتم

پھسلتا ہے۔ سطح مائل کا طول ط ہے اور اس کا تھ میلان افق سے عم ہے۔ سطح مائل کے پایہ کے ساتھ ملی ہوئی ایک ثابت افقی سطح ہے جس سے گولہ اگر ٹکراتا ہے۔ اس افقی سطح پر گولے کا ٹپہ معلوم کرو۔ (۱۷) ایک وزنی لچکدار گولہ ن فٹ کی بلندی سے گرتا ہے اور ایک سطح سے ٹکراتا ہے جو افق سے بزاویہ ۹۰° مائل ہے۔ پہلے دو مقاموں کا درمیانی فاصلہ دریا کرو جہاں گولہ سطح سے ٹکراتا ہے۔

(۱۸) ایک بے لچک گولہ ایک چکنی افقی سطح پر ۱۶ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے پھسلتا ہوا ایک چکنی افقی ریل سے ٹکراتا ہے جو گولے کی سمت حرکت کے ساتھ زاویہ قائمہ بناتی ہے۔ اگر سطح پر ریل کی بلندی گولے کے نصف قطر کا نصف ہو تو ثابت کرو کہ جو قطع مکانی کہ گولہ مرسم کریگا اس کا وتر خاص ایک فٹ ہوگا۔ (۱۹) ایک ذرہ ایک چکنی افقی سطح کے ایک نقطے سے اس طرح پھینکا جاتا ہے کہ ایک ناقص لچک والی عمودی سطح سے ٹکرا کر ایک نقطہ معلومہ با میں سے گذرے۔ سمت رمی معلوم کرنے کے لئے عمل ہندی بتاؤ۔

(۲۰) ایک چکنی گول میز کا کنارہ ہر طرف سے اونچا ہے اور میز کی سطح پر عمود ہے۔ اگر ایک گولی کو جس کی

چک کی قہر ہے میز کے کنارے کے ایک نقطے سے میز پر اس طرح حرکت دیا جائے کہ اس کی سمت حرکت اس نقطے میں سے گزرنے والے نصف قطر

سے زاویہ مستقیم بنائے تو ثابت کرو کہ

گولی دو دفعہ کنارے سے ٹکرائے گی۔
آجائے گی۔

یہ بھی ثابت کرو کہ جب گولی دو ٹکروں کے بعد نقطہ سے واپس آئے گی تو اس وقت کی رفتار کی نسبت پہلی رفتار سے آگے یا ہوگی۔

اگر سمت ہی نصف قطر سے زاویہ مستقیم بنائے تو ثابت کرو کہ گولی تین ٹکروں کے بعد نقطہ سے واپس آئے گی۔

(۳۱۱) دو چکر دار دائرے ایک چکنی تختی سطح کے ایک نقطے سے ایک ہی وقت پہنچنے گئے ہیں۔ ثابت کرو کہ ان کا مرکز ثقل ایک ہی نقطہ مکانی کی مختلف قوسیں مختلف وضعوں میں مرسم کرے گا۔



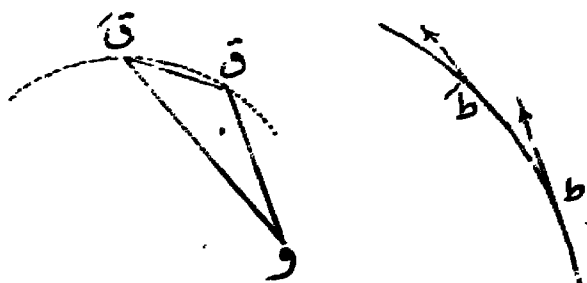
باب نہم

رسم الطريق اور عمادی اسراع

۱۳۰۔ اس باب میں ہم ایک ذرے کی ایسی حرکت پر غور کریں گے جبکہ وہ ایک خط منحنی میں حرکت کرتا ہے۔ تہیداً ہم اس امر کی تشریح کریں گے کہ ذرہ خواہ کسی طرح حرکت کرے اس کی رفتار، سمت حرکت، اور اس کا اسراع ایک دوسرے منحنی کے ذریعہ مرتب ہو سکتے ہیں۔

۱۳۱۔ رسم الطريق۔ تعریف۔ اگر ایک ذرہ کسی طریق پر کسی طرح حرکت کرے اور اگر نقطہ و سے جو فضا میں ثابت ہے ایک خط مستقیم وق ایسا کھینچا جائے جو طریق کے نقطہ ط پر کی رفتار کے متوازی اور متناسب ہو تو جو منحنی اس خط مستقیم کے سرے ق سے مرتب ہوگا وہ ذرے کے راستے کا رسم الطريق

کہلاتا ہے۔
 اس کی وجہ تسمیہ یہ ہے کہ یہہ منحنی ذرے کی رفتار
 اور اسراع کی تصویر نظر کے سامنے کھینچ دیتا ہے۔
 ۱۳۲۔ اگر ایک متحرک نقطے ط کے راستے کا رسم الطریق
 بنالیا جائے تو رسم الطریق کے متماثل نقطے ق کی جو
 رفتار رسم الطریق میں ہوگی۔ وہ مقدار اور سمت میں
 وہی ہوگی جو ط کا اسراع ط کے طریق میں ہے۔
 فرض کرو کہ ط کے طریق پر دو نقطے ط اور ط ایک
 دوسرے کے قریب ہیں۔ دو خط وق اور وق
 ایسے کھینچو جو ط اور ط پر کے مماسوں کے متوازی ہوں
 اور انہی نقطوں پر کی رفتاروں کے متناسب ہوں تو
 ق اور ق رسم الطریق پر دو نقطے ہوں گے جو ایک
 دوسرے کے قریب واقع ہیں۔
 جس مدت میں ذرہ ط سے حرکت کر کے ط پہنچتا ہے
 اس مدت میں اس کی رفتار وق سے تبدیل ہو کر
 وق ہو جاتی ہے۔ اس لئے بموجب دفعہ ۲۷ رفتار
 کی تبدیلی ق ق سے تعبیر ہوتی ہے۔



علم حرکت ۳۰۹ باب نہم

اب فرض کرو کہ ط' ایک ایسا نقطہ ہے جو ط کے لا انتہا قریب ہے۔ اسی صورت میں ق ق' رسم الطریق کی ایک نہایت ہی چھوٹی قوس ہوگی۔

اگر متحرک نقطے نے فاصلہ ط ط' وقت ت میں طے کیا ہے تو بموجب دفعہ ۲۸

ط کا اسراع = $\frac{\text{رفار کی تبدیلی وقت ت میں}}{\text{ت}}$

= $\frac{\text{ق ق'}}{\text{ت}}$ = ق کی رفار رسم الطریق میں یعنی

ط کا اسراع اس کے طریق میں وہی مقدار اور سمت رکھتا ہے جو رسم الطریق میں ق کی رفار کی مقدار اور سمت ہے۔

۱۳۳۔ مثالیں (۱) اگر ایک نقطہ ایک دائرے پر یکساں چال سے چلے تو اس کا رسم الطریق ایک اور دائرہ ہوگا جس پر متماثل نقطہ یکساں چال سے حرکت کرے گا۔ کیونکہ اس صورت میں ط کی رفار نہیں بدلتی اس لئے خط وق کا طول نہیں بدلتا۔

اس لئے ق ایک ایسے دائرے پر واقع ہے جس کا مرکز وہ ہے۔

اور چونکہ ط کی حرکت اپنے دائرے میں یکساں ہے اس لئے ط پر کے تماس کی گردش کے زاوے مساوی

ہوں گے۔
 لہذا خط وق مساوی اوقات میں مساوی زاویوں
 میں گردش کریگا۔
 (۲) اگر ایک نقطہ یکساں اسراع سے خط مستقیم میں
 حرکت کرے تو اس کا رسم الطریق ایک خط مستقیم ہوگا
 جس پر متماثل نقطہ یکساں رفتار سے چلیگا۔ کیونکہ
 اس صورت میں خط وق ہمیشہ ایک ہی مستقل
 سمت میں کھینچا جائے گا اور ق کی رفتار جو مقدار
 میں ط کے یکساں اسراع کے مساوی ہے یکساں
 ہوگی۔

عمادی اسراع

۱۳۴۔ حرکت کے پہلے قانون سے ہمیں یہ معلوم
 ہو چکا ہے کہ اگر کوئی ذرہ ایک دفعہ حرکت میں آجا
 اور اس پر کوئی قوت عمل نہ کرے تو وہ ہمیشہ یکساں
 رفتار سے خط مستقیم میں حرکت کرتا رہے گا۔ اس لئے
 خط منحنی میں اس کی حرکت ممکن نہیں ہے جب تک کہ
 کوئی بیرونی قوت اس پر عمل نہ کرے۔ اگر ذرہ خط منحنی
 پر یکساں چال سے حرکت کرے تو اس کے طریق کے
 تماس کی سمت میں کوئی قوت نہیں ہو سکتی ورنہ
 اس کی چال میں تبدیلی واقع ہو۔ لہذا اس پر جو قوت

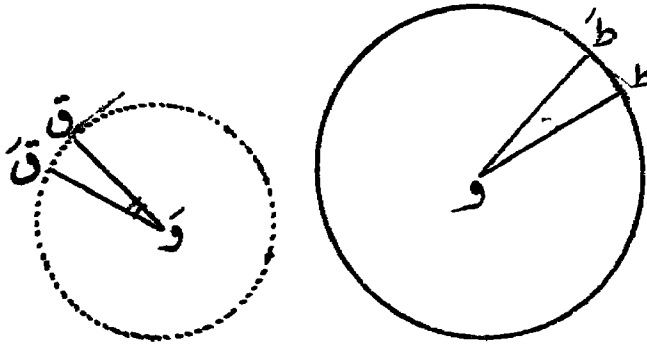
عمل کرتی ہے وہ اس کے طریق کے عماد کی سمت میں ہے۔ اگر اس کی چال یکساں نہ ہو تو مماس کی سمت میں عمل کرنے والی قوت بھی ہوگی۔

دفعات ذیل میں ہم ایک ایسے ذرے کے عمادی اسراع پر بحث کریں گے جو ایک دائرے میں مستقل چال سے حرکت کرتا ہے۔

۱۳۵۔ مسئلہ۔ اگر ایک ذرہ ایک دائرے میں جس کا نصف قطر n ہے یکساں چال v سے حرکت کرے تو ثابت کرو کہ اس کا اسراع مقدار میں $\frac{v^2}{n}$ ہے اور اس اسراع کی سمت مرکز کی طرف ہے۔ فرض کرو کہ متحرک ذرے کے دو متصل مقام ط اور ط' ہیں اور ان کے مماثل نقطے رسم الطریق پر ق اور ق' ہیں۔ چونکہ ط کی چال یکساں ہے اس لئے خط وق طول میں یکساں ہے پس ق ایک ایسے دائرے میں حرکت کرتا ہے جس کا نصف قطر r ہے۔ ساتھ ہی یہ بھی ظاہر ہے کہ زاویہ ق وق مساوی ہے اس زاویے کے جو ط اور ط' پر کے مماسوں کے درمیان ہے یعنی زاویہ ط و ط' کے مساوی ہے۔

اس لئے قوس ق ق' : قوس ط ط' :: وق : و ط' :: ر : ر
اور ساتھ ہی ق اور ط کی رفتاریں، قوسوں ق ق'

اور ط ط کے تناسب ہیں



لہذا
ق کی رفتار رسم الطریق میں : ر :: ر : ن
: ق کی رفتار = $\frac{ر}{ن}$

لیکن ق کی سمت حرکت وق پر عمود ہے اس لئے
ط و کے متوازی ہے۔ ساتھ ہی ط کا اسراع ق کی
رفتار کے مساوی ہے (دفعہ ۱۳۲)
پس ط کا اسراع $\frac{ر}{ن}$ ہے اور اس کی سمت ط و
ہے۔

[اگر چال ر مستقل نہ ہو بلکہ متبدل ہو تو بھی ثابت
ہو سکتا ہے (ایلی نٹری ڈالی نیملکس دفعہ ۱۵۷) کہ عمادی

اسراع $\frac{ر}{ن}$ ہے]
نتیجہ صحیح (۱) اگر ذرے کی زاویائی رفتار مرکز و کے
گردہ ہو تو ر = ن ھ ۱ عمادی اسراع = ھ ۲ ن

علم حرکت ۳۱۳ باب نہم

نتیجہ صریح (۲) عادی اسراع پیدا کرنے کے لئے جو قوت مطلوب ہوتی ہے وہ $\frac{v}{r}$ ہے جہاں v ذرے کی کمیت ہے۔

۱۳۶۔ دفعہ گذشتہ کا اہم مسئلہ رسم الطريق کے استعمال کے بغیر بھی ثابت ہو سکتا ہے۔ ذیل میں دوسرا ثبوت درج کیا جاتا ہے۔

فرض کرو کہ دائرے کے نقطے P کے بہت قریب ایک نقطہ P' ہے۔ اور فرض کرو کہ P پر تماس P لا ہے اور P' پر تماس P' ت کھینچا گیا ہے جو P لا کو T پر ملتا ہے۔ P اور P' کو دائرے کے مرکز O سے ملاؤ۔ (شکل صفحہ ۳۱۴ پر دیکھو) چونکہ P اور P' کے زاوے قائمے ہیں اس لئے نقاط O, P, T, P' ایک دائرے پر واقع ہیں۔ اس لئے زاویہ $\angle P'TO = \angle PTO$ ۔ زاویہ $\angle PTO$

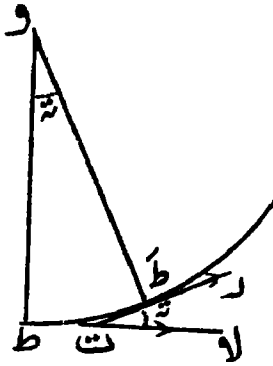
= زاویہ $\angle PTO = \angle PTO$ (فرض کرو)

فرض کرو کہ دائرے پر ذرے کی چال r ہے اور فرض کرو کہ قوس PT وقت k میں طے ہوتی ہے۔ وقت k میں P و O کے متوازی رفتار رجب تہ پیدا ہوتی ہے اس لئے P و O کی سمت میں اسراع = رجب تہ جبکہ k بہت چھوٹا ہو اور لہذا تہ بھی

بہت چھوٹا ہو۔

یعنی ط و کی سمت میں اسراع = $\frac{ر}{ک} = \frac{ر}{ک} \times \frac{قوس ط ط'}{و ط}$

$$= \frac{قوس ط ط'}{ک} \times \frac{ر}{ن}$$



لیکن چونکہ دائرے میں چال ر ہے اس لئے

$$ر = \frac{قوس ط ط'}{ک}$$

پس اسراع مطلوب = $\frac{ر}{ن}$

بہوجب دفعہ (۱۳۵) نتیجہ صریح (۱) یہہ اسراع ن صہ کے مساوی ہے جہاں صہ زاویہی رفتار ہے۔

یہہ بھی ظاہر ہے کہ مرکز کی سمت میں قوت م $\frac{ر}{ن}$ ہوگی ۱۳۷۔ جس قوت کا دفات گذشتہ میں ذکر ہوا اور

جو عادی اسراع پیدا کرنے کے لئے مطلوب ہے وہ کئی طرح سے پیدا ہو سکتی ہے۔

علم حرکت ۳۱۵ باب ہم

مثلاً جسم کو رسی کے ذریعہ سے ایک ثابت نقطے سے باندھ دیا جائے۔ خواہ رسی ایسی ہو جس کا طول کھینچنے سے بڑھ سکتا ہے یا ایسی ہو جس کا طول کھینچنے سے نہیں بڑھ سکتا۔

یہہ قوت کسی مادی منحنی کے دباؤ سے بھی پیدا ہو سکتی ہے جس کی وجہ سے جسم منحنی پر چلایا جائے۔ مثلاً ایک ریل گاڑی کو ریلوے لائن کے کسی منحنی حصے پر اس دباؤ کے ذریعہ سے چلایا جاسکتا ہے جو ریلیں اس کے پہیوں پر ڈالتی ہیں۔

یہہ قوت، قوت جاذبہ کی صورت بھی اختیار کر سکتی ہے جیسا کہ سورج اور زمین کے درمیان ہے۔ اس کی وجہ سے زمین سورج کے گرد ایک منحنی میں حرکت کرتی ہے۔

۱۳۸۔ اگر ایک شخص ایک رسی کے ایک سرے سے ایک جسم باندھ دے اور دوسرا سر ہاتھ میں لیکر جسم کو رسی کے ذریعہ سے ایک دائرے میں گھمائے تو رسی کا تناؤ وہ قوت ہے جو کہ جسم کو مطلوبہ اسراع دینے کے لئے ضروری ہے۔ لیکن حرکت کے تیسرے قانون کے بموجب رسی اس شخص کے ہاتھ کو ایک ایسی قوت سے کھینچتی ہے جو اس قوت کے مساوی اور متقابل ہے جو رسی کے ذریعہ سے جسم پر عمل

کرتی ہے۔ یہ دو نو قوتیں عمل اور جواب عمل ہیں جن کا ذکر نیوٹن نے کیا ہے۔ اس شخص کو یہ معلوم ہوتا ہے کہ جسم اس کے ہاتھ سے چھٹنے کی کوشش کر رہا ہے۔ اس وجہ سے جو قوت جسم کو عمادی اسراع دینے کے لئے ضروری ہے اس کے مساوی اور متقابل قوت کو جسم کی مرکز گریز قوت کہتے ہیں۔ لیکن اس اصطلاح سے کچھ غلط فہمی ممکن ہے۔ کیونکہ اس اصطلاح سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ یہ قوت جسم کی ذاتی قوت ہے حالانکہ ایسا نہیں ہے۔ بلکہ یہ ایک بیرونی قوت کی وجہ سے ہے جو جسم پر عمل کرتی ہے۔ اس اصطلاح کا مفہوم یہ بھی معلوم ہوتا ہے کہ جسم منحنی کے مرکز سے باہر کی طرف جانے کی کوشش کرتا ہے اور اس کو ایسا کرنے سے روکا جاتا ہے۔ حالانکہ امر واقعہ یہ نہیں ہے۔ کیونکہ جسم کو اگر روکا نہ جائے تو وہ منحنی کے مماس کی سمت میں حرکت کرے گا۔ یعنی جسم کی حرکت سمت ط لا میں ہوگی (دیکھو شکل دفعہ ۱۳۶)۔ سمت وط میں حرکت کرنے کا جسم کا میلان نہیں ہے۔

”مرکز جو قوت“ ایک ایسی اصطلاح ہے جس میں غلط فہمی کم ہوگی۔

علم حرکت ۳۱۷ باب نہم

ہم دونو اصطلاحوں سے احتراز کریں گے۔ لیکن جب یہ اصطلاحیں طالب علم کے سامنے آئیں تو وہ یہ سمجھ لے کہ دوسری اصطلاح سے وہ قوت مراد ہے جو جسم کو اس کے طریق میں عادی اسراع دینے کیلئے ضروری ہے اور پہلی اصطلاح سے قوت مذکورہ بالا کے مساوی اور متقابل قوت مفہوم ہے۔

یہ آخر کی قوت جو مرکز گریز قوت کہلاتی ہے دراصل اس جسم پر عمل کرتی ہے جو متحرک جسم کو اس کے طریق پر چلاتا ہے۔

مثلاً اگر ہم ریل گاڑی کی مثال لیں جو ایک منحنی پر جا رہی ہے تو مرکز گریز قوت ریلوں پر عمل کرتی ہے اور اگر ہم اس جسم کی مثال لیں جس کو ایک شخص رسی کے ذریعہ گھما رہا ہے تو اس صورت میں مرکز گریز قوت اس شخص کے ہاتھ پر عمل کرتی ہے۔

۱۳۹۔ مثال (۱) ۳ پونڈ کمیت کا ایک ذرہ، جو ایک چکنی مینر پر ۵ فٹ لمبی رسی کے ذریعہ ایک ثابت نقطے سے بندھا ہے، ۴ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کر رہا ہے۔ رسی کا تناؤ معلوم کرو۔

یہاں $r = ۴$ اور $v = ۵$ اسلئے بموجب دفعہ ۱۳۵، ثابت نقطے کی طرف اسراع

$$= \frac{v^2}{r} = \frac{۲۵}{۴}$$

پس رسی کا تناؤ $= \frac{16}{5} \times 3 = \frac{48}{5}$ پونڈل

$$= \frac{48}{32 \times 5} \text{ پونڈ وزن}$$

$$= \frac{3}{10} \text{ پونڈ وزن}$$

مثال (۲) ایک ذرہ جس کی کمیت m ہے ایک افقی میز پر حرکت کرتا ہے اور ایک رسی کے ذریعہ اس میز پر ایک ثابت نقطے سے بندھا ہے۔ رسی کا طول l ہے۔ اگر رسی زیادہ سے زیادہ n پونڈ کا وزن سہار سکے تو دریافت کرو کہ رسی ٹوٹنے کے بغیر ذرہ ایک ثانیہ میں زیادہ سے زیادہ کتنی گردشیں کر سکتا ہے؟

فرض کرو کہ مطلوبہ گردشوں کی تعداد t ہے تو ذرے کی رفتار $v = 2\pi r \times t$ ہوگی

اس نے رسی کا تناؤ $= m \times \frac{v^2}{r}$ پونڈل

پس $n = m \times \frac{v^2}{r}$

$$\text{لہذا } t = \frac{1}{2\pi r} \left(\frac{n r}{m} \right)^{\frac{1}{2}}$$

اگر گردشوں کی تعداد اس سے زیادہ ہوگی تو رسی کا تناؤ اس تناؤ سے بڑھ جائے گا جو کہ رسی سہار سکتی ہے یعنی رسی ٹوٹ جائے گی۔

امثلہ نمبری (۲۳)

(۱) ۳ فٹ لمبی رسی کا ایک سرا ایک چکنی افقی میز کے ایک ثابت نقطے سے بندھا ہے۔ اگر ۵ پونڈ کمیت کا ایک جسم رسی کے دوسرے سرے سے باندھ کر ۶ فٹ فی ثانیہ کی یکساں رفتار سے میز پر گھمایا جائے تو رسی کا تناؤ دریافت کرو۔

(۲) ایک رسی کا طول ۴ فٹ ہے اور وہ ۹ پونڈ وزن کو عین سہار سکتی ہے۔ ۸ پونڈ کمیت کا ایک جسم اس کے سرے سے باندھ دیا گیا ہے اور ایک افقی میز پر یکساں رفتار سے گردش کرتا ہے۔ رسی کا دوسرا سرا میز پر ایک ثابت نقطے سے بندھا ہے۔ دریافت کرو کہ رسی ٹوٹنے کے بغیر زیادہ سے زیادہ کتنی گردشیں فی منٹ ہو سکتی ہیں؟

(۳) ایک رسی جس کا طول ۵ فٹ ہے ۲۰ پونڈ وزن کو عین سہار سکتی ہے۔ اگر گردش کرنے والے جسم کی کمیت ۵ پونڈ ہو تو دریافت کرو کہ رسی ٹوٹنے کے بغیر ایک منٹ میں زیادہ سے زیادہ کتنی گردشیں ہو سکتی

ہیں؟

(۴) اڑھائی فٹ لمبی رسی کا ایک سرا ایک ثابت نقطے سے بندھا ہے اور دوسرے سرے سے ایک پونڈ کمیت

علم حرکت ۳۲۰ باب نہم

کا جسم باندھ کر ایک افقی دائرے میں گھمایا جاتا ہے جس کا مرکز ثابت نقطہ ہے۔ اگر اس گردش سے رسی کا تناؤ ۵ پونڈ وزن کے مساوی ہو تو ثابت کرو کہ رسی ایک منٹ میں تقریباً ۷۶ گردشیں کر رہی ہے۔

(۵) ایک رسی کا ایک سہا ثابت ہے اور دوسرے سرے سے ایک جسم بندھا ہے۔ رسی یکساں رفتار سے گردش کر رہی ہے۔ اگر رسی کا طول ۲ فٹ ہو اور اس کا تناؤ گردش کرنے والے جسم کے وزن سے ۹ گنا ہو تو جسم کی رفتار دریافت کرو۔

(۶) ایک رسی کا طول نصف میٹر ہے اور اس کے ایک سرے سے ۱۰ گرام کمیت کا ایک جسم باندھ کر افقی سطح میں گھمایا جاتا ہے۔ اگر رسی کا تناؤ اسی قدر ہو جس قدر کہ ایک گرام کمیت کا جسم آزادانہ لٹکانے سے ہوتا ہے تو دریافت کرو کہ ایک منٹ میں کتنی

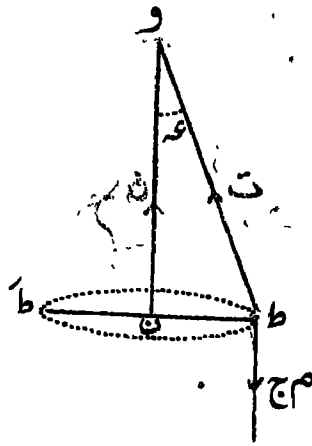
گردشیں ہو رہی ہیں ؟

(۷) ۱۰ اٹن کمیت کا ایک انجن تیس میل فی گھنٹہ کی رفتار سے ایک منحنی پر چلتا ہے۔ منحنی کا نصف قطر ۹۰۰ فٹ ہے۔ دریافت کرو کہ ریلوں کی قوت

پیوں پر مرکز منحنی کی سمت میں کس قدر ہے ؟

(۸) اگر سوال بالا میں انجن کی کمیت ۱۲ ٹن اور رفتار ۶۰ میل فی گھنٹہ ہو اور منحنی کا نصف قطر ۴۰۰ گز ہو

قوت کس قدر ہوگی؟
 ۱۴۰۔ مخروطی رقااص۔ اگر ایک ذرہ، جو ایک رسی کے ذریعہ ایک ثابت نقطے و سے بندھا ہو، اس طرح حرکت کرے کہ ایک افقی سطح میں ایک دائرے پر چلے اور رسی اپنی گردش سے ایک مخروط بنائے جس کا محور و میں سے گزرنے والا عمودی خط ہو تو رسی اور ذرہ دونوں مل کر مخروطی رقااص کہلاتے ہیں۔ جب حرکت یکساں ہو تو ذرے کی رفتار اور رسی کے طول اور میلان کے تعلقات آسانی سے معلوم ہو سکتے ہیں۔



فرض کرو کہ ذرہ ط ہے اور رسی و ط سے بندھا ہے۔
 و ایک ثابت نقطہ ہے اور رسی کا طول ل ہے۔
 و میں سے عمودی خط کھینچو اور اس عمودی خط پر
 ط سے عمود ط ن نکالو۔ ط ایک افقی دائرے پر

چلیگا جس کا مرکز ن ہوگا۔ یہہ دائرہ شکل میں نقطہ دار بنایا گیا ہے۔
فرض کرو کہ رسی کا تناؤ ت ہے اور اس کا میلان سمت عمودی سے عہ ہے اور ذرے کی رفتار ل

ہے۔
بموجب دفعہ ۱۳۵ ط کا اسراع ط ن کی سمت میں لے لے اس لئے اس سمت میں قوت ط ن

م ل جب عہ ہوگی۔

ذرے پر صرف دو قوتیں عمل کرتی ہیں ایک تو رسی کا تناؤ ت ہے اور دوسری ذرے کا وزن م ج۔
چونکہ سمت عمودی میں ذرے کا کوئی اسراع نہیں ہے لہذا اس سمت میں قوتیں متوازن ہوں گی۔
اس لئے ت ج م عہ = م ج (۱)
سمت ط ن میں صرف ایک قوت عمل کرتی ہے اور وہ ت ج م عہ ہے

اس لئے ت ج م عہ = م ل جب عہ (۲)

(۱) اور (۲) سے $\frac{ل}{ج} = \frac{م}{ج}$ جم عہ
اگر ذرہ ایک ثانیہ میں گ گ گردش کرے تو

علم حرکت ۳۲۳ باب نہم

ر = گ x π۲ ط ن = π۲ گ ل جب عہ

$$\therefore \pi^2 گ^2 ل = \frac{ج}{جم عہ}$$

یعنی جم عہ = $\frac{ج}{\pi^2 گ^2 ل}$ (۳)

اس لئے بذریعہ (۱)

ت = م π۲ گ^۲ ل پونڈل (۴)

لہذا رسی کا تناؤ : ذرے کا وزن :: م π۲ گ^۲ ل : ج
(۳) اور (۴) سے عہ اور ت حاصل ہوں گے۔
ذرے کی گردش کی مدت

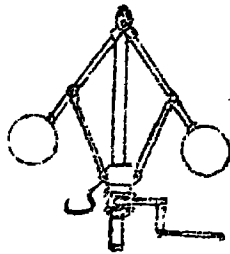
$$\pi^2 ل جب عہ = \frac{\pi^2 ل جم عہ}{ج} = \frac{\pi^2 ل}{\frac{ون}{ج}}$$

اس لئے یہ مدت اس طرح بدلتی ہے جس طرح نقطہ ثابت سے ذرے کی گہرائی کا جذر۔

۱۴۱۔ انجنوں کے حاکم۔ جو انجن ایک جگہ ساکن رہ کر کام کرتے ہیں ان میں عموماً اس بات کی ضرورت ہوتی ہے کہ ایک ہی چال سے چلتے رہیں۔ ان کی چال کو ایک کل کے ذریعہ حدود مناسب کے اندر رکھا جاتا ہے۔ اس کل کو حاکم کہتے ہیں۔ یہ کل عام طور پر دو گردش کرنے والے وزنی گولوں پر مشتمل ہوتی ہے جو ہلکی

سلاخوں سے جڑے ہوئے ہوتے ہیں۔ ان سلاخوں کے دوسرے سرے ایک عمودی سلاخ کے ساتھ جوڑے جاتے ہیں اور یہ عمودی سلاخ انجن کے ذریعہ گردش کرتی ہے۔

شکل میں ایک سادہ قسم دکھائی گئی ہے جو واٹ کی ایجاد ہے جب عمودی سلاخ ضرورت سے زیادہ تیز گردش کرتی ہے تو گولے تیز گردش کی وجہ سے اوپر چڑھ جاتے ہیں اور حصہ ک بھی ساتھ ہی اوپر کو اٹھتا ہے کیونکہ یہ حصہ سلاخوں کے ذریعہ گولوں سے جڑا ہوا ہے۔



ک کا تعلق بیرموں کے ذریعہ بھاپ کے کھل مندن کے ساتھ ہے۔ اور یہ تعلق ایسا ہے کہ جب ک اوپر کو اٹھتا ہے تو کھل مندن کا سوراخ چھوٹا ہو جاتا ہے اور اس لئے انجن کو بھاپ کم پہنچتی ہے۔ اس طرح اس کی چال بھی کم ہو جاتی ہے۔ اسی طرح اگر عمودی سلاخ کی گردش سست ہو تو گولے

علم حرکت ۳۲۵ باب نہم

نیچے ہو جاتے ہیں اور ک اور کھل مندن کے تعلق کی وجہ سے کھل مندن کا سوراخ زیادہ کھل جاتا ہے اور انجن کو بھاپ زیادہ پہنچنے لگتی ہے لہذا انجن تیز ہو جاتا ہے۔ اس طرح سے حاکم خود بخود ہی مناسب مقدار میں بھاپ انجن کو پہنچاتا ہے اور انجن تقریباً یکساں چال سے چلتا ہے۔

دفعہ ۱۴۰ کے آخری نتیجے کے ذریعہ یہ معلوم ہو سکتا ہے کہ اگر ایک انجن کا حاکم ایک منٹ میں ساٹھ گردشیں کرے تو بلندی تقریباً ۸۷۹۷ انچ ہوگی۔ اور اگر ایک منٹ میں ۱۰۰ گردشیں ہوں تو بلندی ۳۶۵۲ انچ ہوگی۔ لیکن عملی مقاصد کے لئے یہ بلندی نہایت کم ہے۔ ہاں نہایت چھوٹے انجنوں میں یہ بلندی ممکن ہے۔ اس مقصد کو حاصل کرنے کے لئے کہ انجنوں کے حاکم تیز گردش کر سکیں ان پر وزن کے ذریعہ یا کٹائی کے ذریعہ سے بوجھ ڈالا جاتا ہے تاکہ ک نیچے رہے۔ بغیر بوجھ کے ک نیچے نہیں رہے گا۔

۱۴۲۔ گول سٹرک پر سائیکل سوار کی حرکت۔

جب کوئی سائیکل سوار گول سٹرک پر چلتا ہے تو اپنے جسم کو اندر کی طرف یعنی گول سٹرک کے مرکز کی طرف مائل رکھتا ہے۔ ایسا کرنے سے زمین کا عمل سمت

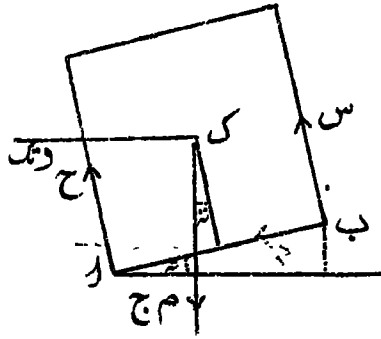
عمودی سے مائل ہو جاتا ہے۔ اس عمل کا عمودی جزو
سائیکل سوار اور اس کی مشین کے مجموعی وزن کے ساتھ
متوازن ہے۔ اور افقی جزو اس راستے کے مرکز کی
سمت میں ہوتا ہے جس پر کہ سوار اور اسکی مشین کا
مرکز جمود حرکت کرتا ہے۔ اور یہی افقی جزو اس عمادی
اسراع کا باعث ہوتا ہے جس کی اس صورت میں ضرورت
ہوتی ہے۔

۱۴۳۔ ریلوے لائن کے گول حصے پر ریل گاڑی کی حرکت۔

اگر ریل کی سڑک سطح افقی ہو تو ریلوں کا جو عمل پہیوں پر
ہوتا ہے وہ اس اسراع کو پیدا کرتا ہے جو ایسی صورتوں
میں راستے کے مرکز انحناء کی سمت میں ضروری ہے۔ لیکن
اس طرح پہیوں اور ریلوں کے درمیان بہت زیادہ رگڑ
پیدا ہوگی اور ریلیں اور پہیے جلدی گھس جائیں گے۔
اس بات کو روکنے کے لئے باہر کی ریل کو ذرا اونچا
کر دیا جاتا ہے۔ ایسا کرنے سے ریل کی سڑک افقی نہیں
رہتی لہذا اس صورت میں ریل گاڑی کا فرش بھی افقی
نہیں ہوگا۔ اگر یہ مقصود ہو کہ پہیوں پر ریلوں کا
عمل کچھ بھی نہ ہو تو سڑک کا میلان جو اس صورت میں
ضروری ہے حسب طریقہ ذیل آسانی سے معلوم ہو سکتا ہے۔
فرض کرو کہ ریل گاڑی کی رفتار v ہے اور فرض کرو کہ

علم حرکت . ۳۲۷ باب نہم

اس دائرے کا نصف قطر، جس پر گاڑی کا مرکز جمودک چلتا ہے، ن ہے۔
 فرض کرو کہ دائرہ مذکورہ بالا کا مرکز و ہے۔ شکل ہذا
 گاڑی کی تراش ہے اس سطح عمودی میں جو ک و میں
 سے گذرتی ہے۔ فرض کرو کہ یہہ تراش ریلوں کو لا اور
 ب پر ملتی ہے۔
 [سہولت کے لئے پہئے شکل میں نہیں دکھائے گئے]



فرض کرو کہ ح اور س ریلوں کے عمل ہیں جو فرش
 اب پر عمود ہیں اور فرض کرو کہ فرش کا میلان افق
 سے تہ ہے
 ک و کی سمت میں ح اور س کا جزء تحلیل
 (ح+س) جب تہ، وہ قوت ہے جو منحنی کے مرکز کی سمت میں
 اسراع پیدا کرنے کے لئے مطلوب ہے۔

$$\therefore (ح+س) \text{ جب تہ } = م \frac{r}{n} \dots\dots (۱)$$

ج اور س کے عمودی جزء گاڑی کے وزن کے ساتھ متوازن

$$(۲) \quad (ح + س) \text{ حجم تہ } = م ج \dots\dots\dots (۲)$$

$$(۱) \text{ اور } (۲) \text{ سے مس تہ } = \frac{ر}{ن ج} \dots\dots\dots (۳)$$

اس سے فرش کا میلان معلوم ہو گیا۔
اگر شرک کا عرض یعنی (ب) معلوم ہو تو باہر کی ریل
کی بلندی آسانی سے دریافت ہو سکتی ہے کیونکہ یہ
اب جب تہ کے مساوی ہے۔

نتیجہ بالا سے ظاہر ہے کہ اگر یہ مقصود ہو کہ پہیوں
پر افقی سمت میں کوئی زور نہ پڑے تو باہر کی ریل کی
بلندی گاڑی کی رفتار پر منحصر ہوگی۔ عملاً باہر کی ریل کی
بلندی اس قدر رکھی جاتی ہے کہ درمیانی رفتار کی صورت
میں پہیوں پر زور نہ پڑے۔ جب گاڑی زیادہ تیز رفتاً
سے چلتی ہے تو جس قدر زائد قوت اسراع پیدا کرنے کے لئے
مطلوب ہوتی ہے وہ ریلوں کے اس دباؤ سے حاصل
ہوتی ہے جو پہیوں پر پڑتا ہے۔

اس صورت میں ریلوں کا دباؤ بطریق ذیل دریافت ہو سکتا
ہے۔ فرض کرو کہ باہر کی ریل کی بلندی اس قدر رکھی
گئی ہے کہ جب گاڑی رفتار r سے چلے تو پہیوں پر
دباؤ نہ پڑے۔ اگر رفتار R سے زیادہ تیز ہو مثلاً n

علم حرکت ۳۲۹ باب نہم

ہو تو فرض کرو کہ پیسوں پر دباؤ لا پڑتا ہے۔
 شکل بالا کو استعمال کرو۔ اس میں صرف ایک قوت
 لا کا اضافہ ہوگا جو ب ا کی سمت میں عمل کرتی ہے۔
 اب مساواتیں (۱) و (۲) صورت ذیل اختیار کریں گی

$$(ح + س) \text{ جب تہ } + \text{ لا جم تہ } = م \frac{ف}{ن} \dots\dots\dots (۴)$$

$$(ح + س) \text{ جم تہ } - \text{ لا جب تہ } = م ج \dots\dots\dots (۵)$$

$$\text{پس لا} = م \frac{ف}{ن} \text{ جم تہ } - م ج \text{ جب تہ}$$

$$= م \text{ جم تہ } \left[\frac{ف}{ن} - ج \text{ مس تہ} \right]$$

$$= م \text{ جم تہ } \left[\frac{ف - ک}{ن} \right] \text{ بذریعہ مساوات (۳)}$$

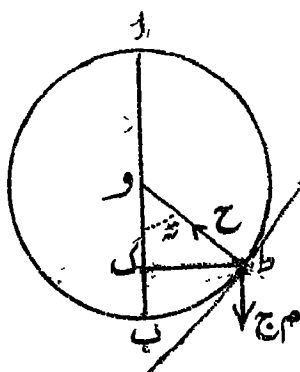
اگر $ف < ک$ ر تو لا مثبت ہے اور باہر کی ریل
 بمقام ب دباؤ ڈالتی ہے۔

اگر $ف > ک$ ر تو لا منفی ہے یعنی ب کی
 سمت میں ہے۔ اس لئے اندر کی ریل بمقام ا

دباؤ ڈالتی ہے۔
 ۱۴۴۔ گردش کرنے والا کرہ۔ ایک چکن کھوکھلا
 کرہ یکساں زاویائی رفتار سے ایک عمودی قطر کے
 گرد گھوم رہا ہے۔ اگر ایک وزنی ذرہ کرے کے اندر

فرض کرو کہ کرے کا محور گردش اب ہے اور ابلند ترین نقطہ ہے۔ اور فرض کرو کہ و مرکز ہے۔ اور فرض کرو کہ ذرہ مقام ط پر اضافی توازن میں رہتا ہے۔ اب پر ط ک عمود نکالو۔

چونکہ ط ایک دائرے میں گھومتا ہے جس کا مرکز
ک ہے۔ اور ط کی زاویائی رفتار ω ہے۔ اس لئے
ک کی سمت میں قوت $m\omega^2 r$ ط ک یعنی
 $m\omega^2 R$ جب تک کہ جہاں ن کرے کا نصف قطر ہے
اور θ زاویہ ط و ب ہے



فرض کرو کہ ط پر عمادی عمل ح ہے تو ح کا افقی جزء
وہ وقت ہے جو سمت طاک میں اسراع مطلوب پیدا

علم حرکت ۳۳۱ باب نہم
 کرتی ہے اور ح کا عمودی جز ذرے کے وزن کے
 ساتھ متوازن ہے۔
 اس لئے

ح جب تہ = م ہٹن جب تہ (۱)
 اور ح جم تہ = م ج (۲)
 مساوات (۱) سے یا تو جب تہ = یا ح = م ہٹن
 ح کی قیمت (۲) میں رکھنے سے

جم تہ = $\frac{ج}{ہٹن}$ (۳)

پس ذرہ یا تو پست ترین نقطے پر رہ سکتا ہے چار
 جب تہ =
 یا اس نقطے پر رہ سکتا ہے جو مساوات (۳) سے
 حاصل ہوگا۔

تہ کی قیمت جو مساوات (۳) سے حاصل ہوتی ہے
 ناممکن ہو گی جب تک کہ ہٹن کی قیمت ج سے
 بڑی نہ ہو یعنی جب تک کہ $\frac{ج}{ہٹن}$ سے زیادہ
 نہ ہو۔ اگر زاویہ رفتار $\frac{ج}{ہٹن}$ سے کم ہوگی تو
 ذرے کے لئے اضافی سکون کا مقام کرے گا صرف
 پست ترین نقطہ ہی ہوگا۔

مشکل نمبری (۲۴)

(۱) ۴ پونڈ کمیت کا ایک جسم تین فٹ کی رسی کے

ایک سرے سے باندھ کر مخروطی رقاص کے طور پر اٹھایا جاتا ہے۔ رسی کا میلان سمت عمودی سے ۵۵° رہتا ہے۔ رسی کا تناؤ اور جسم کی رفتار دریافت کرو۔
(۲) اگر ایک مخروطی رقاص کی رسی ۱۰ انچ لمبی ہو اور ایک منٹ میں ۲۰۰ گردشوں کو تو ثابت کرو کہ رسی

۵۵° سمت عمودی سے جتنا $\frac{1}{2}$ یعنی تقریباً

۳۰° ہو گا۔

(۳) ایک ۴ فٹ لمبی رسی کا ایک سر ثابت سے اور دوسرے سرے سے ہر ٹونڈ کمیت کا ایک جسم بندھا ہے۔ رسی مخروطی رقاص کے طور پر ایک منٹ میں ۳۰ گردشوں کرتی ہے۔ ثابت کرو کہ رسی کا تناؤ ۱۶۰ پونڈل ہے اور اس کا میلان سمت عمودی سے جتنا $\frac{1}{2}$ (۵۵°) یعنی تقریباً ۳۵° ادا ہے۔

(۴) ایک گز لمبی رسی سے ایک وزنی ذرہ لٹکا ہے۔ ذرے کو اٹھایا جاتا ہے اس طرح کہ رسی کسی رہتی ہے۔ جب رسی سمت عمودی سے ۶۰° کا زاویہ بناتی ہے تو ذرہ افقی سمت میں پھینکا جاتا ہے۔ اگر یہ مقصود ہو کہ ذرہ افقی سطح میں حرکت کرتا رہے تو رفتار رسی دریافت کرو۔

(۵) ایک ریل گاڑی جس کی کمیت ۲ ٹن ہے ایک

منحنی سڑک پر ۶۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے
منحنی کا نصف قطر ۷۰ فٹ ہے۔ اگر ریل کی سڑک
افقی ہو تو ثابت کرو کہ باہر کی ریل کا دباؤ پہیوں پر
۱۴۰۸ پونڈ وزن کے مساوی ہے۔

(۶) ایک ریل گاڑی ۴۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے ایک
منحنی پر چل رہی ہے۔ منحنی کا نصف قطر $\frac{1}{4}$ میل ہے۔
اگر ریلوں کا درمیانی فاصلہ ۵ فٹ ہو تو معلوم کرو کہ باہر
کی ریل کو اندر کی ریل سے کس قدر بلند کیا جائے کہ
ریلوں کا دباؤ پہیوں پر نہ پڑے۔

(۷) ایک ریل گاڑی ۳۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے ایک
منحنی پر جا رہی ہے منحنی کا نصف قطر ۴۰۰ گز ہے۔ ریلوں
کا درمیانی فاصلہ ۵ فٹ ہے۔ اگر یہ مقصود ہو کہ ریلوں
کا دباؤ پہیوں پر نہ پڑے تو دریافت کرو کہ باہر کی ریل
کو کس قدر بلند کیا جائے؟

(۸) ایک ریل گاڑی ایک گول سڑک پر جا رہی ہے
جس کا نصف قطر ۱۳۲۰ فٹ ہے۔ دریافت کرو کہ باہر
کی ریل کو کس قدر بلند کریں کہ ریلوں کا دباؤ پہیوں پر
نہ پڑے۔ ریلوں کا درمیانی فاصلہ ۵ فٹ ہے اور
گاڑی کی رفتار ۴۵ میل فی گھنٹہ ہے۔

(۹) ایک جسم ایک ۶ فٹ لمبی رسی کے ذریعہ سے ایک
ریل گاڑی کی چھت سے لٹک رہا ہے۔ اگر گاڑی

.. اگر نصف قطر والے منحنی پر ۳۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہو تو ثابت کرو کہ جسم سمت عمودی سے تقریباً ایک فٹ $\frac{1}{4}$ اونچ ہٹ جائے گا۔

(۱۰) اونچ نصف قطر والی کروی سطح کو کاٹ کر ایک کٹورہ ۳ اونچ گہرا بنایا گیا ہے اور وہ اپنے عمودی محور کے گرد گھومتا ہے۔ دریافت کرو کہ زیادہ سے زیادہ وہ کتنی گردشیں ایک منٹ میں کر سکتا ہے کہ ایک ذرہ اس کی سطح پر بغیر باہر نکل جانے کے ٹکا رہے۔ (۱۱) ایک چکنی کھوکھلی مخروط کا زاویہ راس ۲۰° ہے۔ اس کا محور عمودی ہے اور راس نیچے کی طرف ہے۔ اگر ایک جسم اس کی سطح پر محور کے گرد دائرے میں گھومے اور ایک ثانیہ میں ۸ گردشیں کرے تو ثابت

کرو کہ محور سے اس کا فاصلہ $\frac{3}{4}$ ج مم تہ ہو گا۔

(۱۲) ایک پون چکی کے باد بان ۲۹ فٹ لمبے ہیں اور ایک منٹ میں ۱۰ گردشیں کرتے ہیں۔ اگر ایک آدمی ایک باد بان کے بیرونی سرے سے لپٹا ہوا ہو تو ثابت کرو کہ آدمی کے راستے کے بلند ترین مقام پر باد بان کا عمل اس پر کچھ بھی نہیں ہو گا۔ اس لئے اگر ایک آن کے لئے آدمی اپنے ہاتھ چھوڑ دے تو نہیں گرے گا۔ (۱۳) ۳ فٹ لمبی ایک رسی کا ایک سر ایک ثابت نقطے سے

علم حرکت ۳۳۵ باب نہم

بندھا ہے اور رسی کے دوسرے سرے سے ایک وزنی ذرہ بندھا ہے۔ اس ثابت نقطے میں سے گزرنے والی ایک عمودی سطح میں ذرہ ۶۰۰ گردشیں ایک منٹ میں کرتا ہے۔ یہہ تسلیم کرلو کہ ذرے کی چال یکساں رہتی ہے۔ رسی کی عمودی وضعوں اور افقی وضع میں رسی کے جو تناؤ ہوں ان کی نسبتیں معلوم کرو۔

(۱۴) دو ذروں کی کمیتیں مساوی ہیں۔ وہ دونوں ایک بے وزن رسی سے بندھے ہیں۔ ایک ذرہ رسی کے ایک سرے سے اور دوسرا رسی کے وسط میں۔ سطح باندھ کر رسی کو ایک چکنی مینر پر رکھ دیا گیا ہے اور رسی کا دوسرا سر ایک ثابت نقطے سے باندھ دیا

گیا ہے۔ اگر رسی کو کسا جائے اور دونو ذروں کو اس طرح پھینکا جائے کہ وہ اپنی گردش میں خط مستقیم میں رہیں تو ثابت کرو کہ رسی کے دونو حصوں کے تناؤں کی نسبت ۲:۳ ہے۔

(۱۵) ایک ریل گاڑی ایک خط مستقیم میں رفتار سے چلتے چلتے سڑک کے ایک منحنی حصے پر آتی ہے جسکا نصف قطر n ہے۔ اگر گاڑی میں پانی کا ایک ثابت کٹورہ ہو یا ایک چھوٹی رسی سے شاقول لٹک رہا ہو تو پانی کی سطح کا یا شاقول کا اوسط میلان $\sin \theta$ ج $\frac{1}{n}$

ہوگا۔

(۱۶) ایک ذرہ جس کی کمیت m ہے ایک رسی کے ایک سرے سے بندھا ہے جس کا طول l ہے۔ رسی کا دوسرا سر ایک ایسے ثابت نقطے سے بندھا ہے جو ایک چکنی مینر کے اوپر کی طرف بلندی b پر واقع ہے۔ اگر ذرہ مینر پر ایک ثانیہ میں n گردشیں کرے تو مینر کا عمل دریافت کرو۔ اور یہ بھی معلوم کرو کہ n کی بڑی سے بڑی قیمت کیا ہو سکتی ہے جس سے ذرہ مینر کے ساتھ مس کرتا رہے۔

(۱۷) ایک کھلی چھتری پانی میں بھیگی ہوئی ہے۔ اسکی ڈنڈی کو عمودی سمت میں سیدھا رکھ کر چھتری کو گھمایا جاتا ہے۔ ۳۳ ثانیوں میں چھتری ۱۴ گردشیں کرتی ہے۔ اگر چھتری کا کنارہ ایک دائرہ ہو جس کا قطر ایک گز ہے اور اس کی بلندی زمین سے چار فٹ ہو تو ثابت کرو کہ جو قطرے چھتری کو گردش کی وجہ سے کنارے سے چھٹ کر زمین پر گرینگے وہ ایک ایسے دائرے کے محیط پر گرینگے جس کا قطر پانچ فٹ ہوگا۔ اور اگر ایک قطرے کی کمیت ۰.۱ اونس ہو۔ تو ثابت کرو کہ قطرے کو چھتری کے کنارے کے ساتھ رکھنے کے لئے جو قوت درکار ہوگی وہ مقدار میں ۰.۲ پونڈل ہوگی اور اس کی سمت عمودی سمت سے براویہ مس $\frac{1}{16}$ مائل ہوگی۔

۱۸) ایک ذرہ جس کی کمیت m ہے ایک چکنی میز پر ایک باریک رسی کے ایک سرے سے باندھ دیا گیا ہے۔ میز میں ایک چھوٹا سا سولاخ ہے جس میں سے رسی گذر کر اپنے دوسرے سرے پر ایک دوسرے ذرے کو سہارتی ہے۔ دوسرے ذرے کی کمیت $2m$ ہے۔ m کو پکڑ کر سولاخ سے فاصلہ f پر رکھا جاتا ہے۔ اب یہ معلوم کرو کہ m کو کس رفتار سے پھینکا جائے کہ وہ میز پر ایک ایسے دائرے میں گھوم سکے جس کا نصف قطر f ہو۔

۱۹) دو ذرے جن کی کمیتیں m اور m ہیں ایک چکنی میز پر ایک رسی کے سروں سے بندھے ہیں اور رسی ایک چھوٹے سے حلقے میں سے گذرتی ہے جو میز میں نصب کیا گیا ہے۔ اگر دونو ذروں کو بالترتیب رفتاروں u اور v سے اس طرح پھینکا جائے کہ ان کی حرکت کی سمتیں رسی سے زاوے قائمے بنائیں جبکہ رسی ابتداء حرکت میں کسی ہوئی ہے تو دریافت کرو کہ حلقہ رسی کو کس نسبت میں تقسیم کرے کہ دونو ذرے ایسے دائروں میں گھوم سکیں جنکا مرکز حلقہ ہو۔

۲۰) دو ذرے جن کی کمیتیں m اور m ہیں ایک رسی کے دونو سروں سے بندھے ہیں۔ رسی کا طول L ہے اور وہ ایک چھوٹے حلقے میں سے گذرتی ہے۔

دریافت کرو کہ چھوٹا ذرہ م مخروطی رقا ص کے طور پر
کتنی گردشیں ایک ثانیہ میں کرے کہ بڑا ذرہ حلقے سے
فاصلہ ل پر حالت سکون میں لٹک سکے۔

(۲۱) ایک چکنی مینر میں ایک سوراخ ہے جس میں سے
ایک رسی گذرتی ہے۔ رسی کے سروں سے دو چھوٹے
کرنے بندھے ہیں جن میں سے ہر ایک کی کمیت م
ہے۔ مینر کے اوپر کا کرہ ایک دائرہ میں گردش کرتے
کرتے کسی چیز سے ٹکرا کر اپنی نصف رفتار کھودیتا ہے۔
دریافت کرو کہ نیچے کے کرے کی کمیت میں کتنی کمی
کی جائے کہ اوپر کا کرہ دائرے میں گردش کرتا رہے۔
x (۲۲) ایک رسی ط ا ق ایک چکنی مینر کے سوراخ
۱ میں سے گذرتی ہے۔ رسی کا حصہ ۱ ط مینر پر ہے
اور حصہ ۱ ق مینر کے نیچے ہے اور سمت عمودی سے
۴۵° کا زاویہ بناتا ہے لیکن اس طرح کہ ط اور ق ایک
ہی عمودی خط میں واقع ہیں۔ اگر ط اور ق پر دو جسم
باندھ دئے جائیں اور رسی کے دونو حصوں کو کس کر
دونو جسموں کو افقی سمت میں پھینکا جائے اور اگر
اس طرح پھینکنے سے سطح ط ا ق ہمیشہ عمودی رہے
اور زاویہ ط ا ق ۴۵° کا رہے تو دونو جسموں کی کمیتوں
کی نسبت معلوم کرو۔ اگر رسی کا طول ۴ فٹ ہو تو
رسی کی گردش کی مدت بھی معلوم کرو۔

۲۳) ایک جسم جس کی کمیت م ہے ایک میز پر حرکت کرتا ہے لیکن اس طح کہ جسم ایک رسی کے ایک سرے سے بندھا ہے جس کا دوسرا سرا میز کے ایک ثابت نقطے سے بندھا ہے اور رسی ایسی ہے کہ کھینچنے سے اس کا طول بڑھ سکتا ہے اور اس کی لچک کا مقیاس لہ ہے۔ اگر رسی کا اصلی طول ۱ ہو اور جسم ایک ایسے دائرے میں گردش کر رہا ہو جس کا نصف قطر ن ہے تو جسم کی رفتار معلوم کرو۔

۲۴) ایک چکدار رسی کا ایک سرا ایک ثابت نقطے سے بندھا ہے اور دوسرے سرے سے ایک ذرہ لٹک رہا ہے۔ رسی کی لچک کا مقیاس ذرے کے وزن کا دو چند ہے اور رسی کا اصلی طول ل ہے۔ اب رسی کو ایک مخروطی رقا ص کی صورت میں گھمایا جاتا ہے جس کا محور ۱ میں سے گذر نے والا عمودی خط ہے اگر غیر متبدل حرکت کی حالت میں ۱ سے نیچے گول راستے کا فاصلہ ل ہو تو ثابت کرو کہ ذرے کی رفتار ۳ ج ل ہوگی۔

(۲۵) سوال (۸) میں افقی دباؤ معلوم کرو جبکہ رفتار (۱) ۳۰ میل فی گھنٹہ (۲) ۶۰ میل فی گھنٹہ

ہو۔ گاڑی کی کمیت دس ٹن ہے۔ ہر ایک صورت میں بیان کرو کہ کونسی ریل کا دباؤ پڑتا ہے؟

باب دہم

جاذبہ ارض کے زیر عمل ایک چکنے منحنی پر حرکت

۱۴۵۔ اس کتاب میں ایک ذرے کی حرکت کے اس عام مسئلہ پر بحث نہیں ہو سکتی جبکہ ذرہ کوئی سی مقروضہ قوتوں کے زیر عمل ایک منحنی پر چلایا جائے یا جبکہ ذرہ جاذبہ ارض کے زیر عمل کسی منحنی پر چلایا جائے۔

جاذبہ ارض کے زیر عمل صرف ایک صورت ہے جو ہم ابتدائی اصولوں کی امداد سے حل کر سکتے ہیں اور جو کہ حرکت کے متعلق بہت سے امور دریافت کرنے کے لئے مفید ہے۔

۱۴۶۔ مسئلہ۔ اگر ایک ذرہ ایک چکنے منحنی کی ایک قوس پر نیچے کی طرف پھسلتا ہوا سطح عمودی میں حرکت کرے اور اگر اس کی ابتدائی رفتار b ہو اور عمودی فاصلہ h پھسلنے کے بعد رفتار v ہو تو ثابت کرو کہ

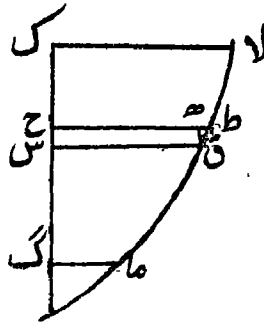
$$v^2 = b^2 + 2gh$$

فرض کرو کہ h منحنی کا وہ نقطہ ہے جہاں سے

علم حرکت ۳۴۱ باب دہم

ذره پھسلنا شروع کرتا ہے اور ما وہ نقطہ منحنی ہے۔
جس کا عمودی فاصلہ لا سے ی ہے۔ لاک اور
ماگ افقی خط کھینچو جو کسی عمودی خط کو ک اور گ
پر ملیں۔

فرض کرو کہ ط اور ق منحنی پر دو نقطے ہیں جو ایک
دوسرے کے بہت قریب ہیں۔ ک گ پر ط ح اور
ق س عمود کھینچو۔ تو ط ق تقریباً خط مستقیم کا ایک
چھوٹا ٹکڑا ہوگا۔
ق س عمودی سمت میں کھینچو تاکہ ط ح سے سہ پر۔



ط پر اسراع ط ق کی سمت میں ج جم سہ ق ط ہے۔
اس لئے اگر ط اور ق پر رفتاریں پ اور لچ ہوں تو
 $\frac{لچ}{پ} = \frac{ج}{جم} \times ط ق = \frac{لچ}{پ} + ج سہ ق$
 $\frac{لچ}{پ} - \frac{لچ}{پ} = ج سہ ق$
یعنی رفتار کے مربے میں جو تبدیلی ہوتی ہے وہ ط اور ق
کے درمیانی عمودی فاصلے کے باعث ہوتی ہے۔ چونکہ

یہ قوس کے ہر ایک چھوٹے جزء کی صورت میں صحیح ہے اس لئے یہ تمام قوس لا ما کی صورت میں صحیح ہے۔

اس لئے لا سے ما تک پھسلنے میں رفتار کے مربع میں جو تبدیلی ہوگی وہ عمودی فاصلے ہی کے عاثر ہوگی یعنی

۲ = ب^۲ + ج^۲ ی
مسئلہ بالا اصول بقاء توانائی کے ذریعہ بھی ثابت ہو سکتا ہے چونکہ منحنی چکنا ہے اس لئے قوس کا عمل ہمیشہ ذرے کی سمت حرکت پر عمود ہوگا۔ اس لئے (بوجہ سکونیا دفعہ ۱۹۶) منحنی کا دباؤ ذرے پر کوئی کام نہیں کرتا۔ اس لئے جو قوت کام کرتی ہے وہ صرف ذرے کا وزن ہے۔

چونکہ توانائی کی تبدیلی اس کام کے مساوی ہے جو ذرے پر ہوا اس لئے

$$\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \text{کام جو وزن نے کیا} = m g y$$

۲ = ب^۲ + ج^۲ ی
۱۴۷۔ اگر چکنے منحنی کے نیچے کی طرف پھسلنے کی بجائے

ذہ اس منحنی پر اوپر کی طرف پھینکا جائے تاکہ اوپر کی طرف حرکت کرے۔ تو اس صورت میں اگر ابتدائی رفتار ب ہو اور عمودی فاصلہ ہی طے کر چکنے کے بعد

م حرمت ۳۴۳ باب دہم
 رفتار ر ہو تو یہ رفتار مساوات ذیل سے حاصل
 ہوگی

۲ = با - ۲ ج ی
 اس لئے ذرے کی رفتار اس وقت تک معدوم نہوگی
 جب تک کہ ذرہ منحنی کے ایک ایسے نقطے پر نہ پہنچے
 جس کا عمودی فاصلہ نقطے رمی سے با - ۲ ج ی ہے۔
 اس سے ظاہر ہے کہ جس بلندی تک ذرہ اوپر چڑھ
 سکتا ہے وہ منحنی کی شکل پر منحصر نہیں ہے۔ اور
 یہ بھی ضروری نہیں ہے کہ ذرہ اپنی حرکت کے دوران
 میں اوپر وار ہی چڑھتا رہے۔ یہ ممکن ہے کہ ذرے
 کی حرکت پہلے اوپر کی طرف ہو پھر نیچے کی طرف پھر
 اوپر کی طرف و علیٰ ہذا القیاس۔ جس مقام پر آخر کار
 ذرہ ساکن ہوگا اس کی بلندی ی ہوگی اس مقام
 سے جہاں ذرے کی رفتار با ہے۔
 اس سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ اگر ایک ذرہ حالت
 سکون سے ایک چکنی قوس پر حرکت کرے تو وہ اس
 وقت ساکن ہوگا جبکہ وہ نقطۂ ابتداء حرکت کے مساوی
 بلندی تک پہنچے گا۔ نٹ گاڑی اس کی ایک تقریبی
 مثال ہے۔ کیونکہ یہ جس مقام سے چلتی ہے اسکے
 مساوی بلندی تک پھر چڑھ جاتی ہے۔
 نظراً اور علماً جو نتائج حاصل ہوتے ہیں ان میں تھوڑا سا

فرق ہوتا ہے اس کی وجہ ہوا کی مزاحمت اور پہیوں کی رگڑ ہے جو نظر انداز نہیں ہو سکتی اگرچہ مقدار میں کم ہے۔
نٹ گاڑی کا وزن جتنا زیادہ ہوگا اتنا ہی کم فرق نظری اور عملی نتائج میں ہوگا۔

ایک ایسے مقام پر جس کی بلندی نقطہ ابتداء حرکت سے سی ہے رفتار ایک ہی ہوگی خواہ وہاں ذرہ اوپر جا رہا ہو یا نیچے جا رہا ہو۔

دفعہ گذشتہ کا مسئلہ صرف حرکت بجاذبہ ارض کے لئے ہی صحیح نہیں ہے بلکہ وہ ہر ایک ایسے ذرے کی حرکت کے لئے بھی درست ہے جو کسی چکنے منحنی پر ایک مستقل قوت کے زیر عمل حرکت کرے جہاں قوت کی سمت بھی مستقل رہتی ہے۔ ایک چکنی مائل سطح پر کی حرکت اسکی ایک مثال ہے۔

یہ مسئلہ اس صورت میں بھی صحیح ہے جب ہم منحنی کی بجائے ایک بے لچک رسی رکھیں جو ایک ثابت نقطے سے بندھی ہو یا ایک سلاخ رکھیں جو ذرے کی حرکت کی سمت پر ہمیشہ عمود وار رہے۔ کسی منحنی پر ذرے کی حرکت کا عام مسئلہ علم احصا کی امداد کے بغیر عموماً حل نہیں ہو سکتا۔

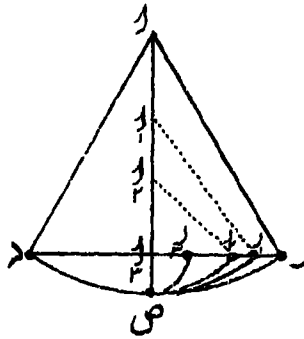
۱۴۸۔ گلیلیو کا تجربہ

جو جسم ایک چکنے منحنی پر نیچے کی طرف پھسل رہا ہو

علم حرکت ۳۴۵ باب دہم

اس کی حرکت کے متعلق صحیح تجربے کرنا آسان نہیں ہے۔ کیونکہ عملاً یہ ناممکن ہے کہ چکنا منحنی دستیاب ہو سکے۔ لیکن ہم اس کی مشابہ صورت میں مسئلہ دفعہ ۱۴۶ کی تصدیق تجربوں کے ذریعہ کر سکتے ہیں یعنی ایسی صورت میں جہاں ذرہ ایک رسی سے بندھا ہے۔

ایک وزنی جسم لو مثلاً سیسے کی گولی۔ اس کو ایک ہلکی نرم رسی کے ایک سرے سے باندھ دو۔ رسی کا دوسرا سرا ایک ثابت نقطے ۱ سے باندھ دو۔ اب جسم کو ایک تختہ سیاہ کے سامنے جھولنے دو تو جسم ایک دائرہ کی قوس پر حرکت کریگا جس کا مرکز ۱ ہے۔



تختہ سیاہ پر نقطہ د کا نشان لگاؤ جہاں سے جسم حرکت کرنے کے لئے چھوڑا جاتا ہے۔ اس نقطے د میں سے ایک افقی خط د ۱ لے لیں۔ اگر اب گولی کو جھولنے دیا جائے تو وہ دوسری طرف ایک نقطہ ل پر ساکن ہوگی جو تقریباً خط د ۱ پر واقع ہے

اب ایک نقطہ α تختہ سیاہ پر لو جو عموداً α کے نیچے ہو۔
 α پر ایک کیل گاڑ دو جو اتنی بڑی ہو کہ رسی جھولتے وقت
 اس میں ایک سکے۔ اب اگر گولی کو پہلے کی طرح نقطہ
 α سے چھوڑا جائے تو پہلے تو وہ قوس α پر چلے گی
 پھر قوس α پر حرکت کرے گی جس کا مرکز α ہے۔
 یہ معلوم ہوگا کہ نقطہ α جہاں وہ ساکن ہوگی تقریباً
 افقی خط α پر واقع ہے۔ اب اس عمل کو معکوس
 کرو یعنی گولی کو α سے چھوڑو۔ تو اس کا راستہ
 α سے α ہوگا۔

اب α اور پھر بعد اس کے α پر کیل گاڑ کر یہ تجربہ
 کرو۔ ہر ایک صورت میں یہی نتیجہ حاصل ہوگا یعنی یہ
 کہ اگر گولی کو α سے چھوڑا جائے تو دوسری طرف وہ ایسے
 نقطے پر ساکن ہوگی جو تقریباً اس افقی خط میں واقع ہوگا
 جو α میں سے گزرتا ہے

اگر ہوا کی مزاحمت نہ ہو (جو اگرچہ کم ہے لیکن قابل شمار)
 تو نقطے α ، α ، α ، α میں خط مستقیم α پر واقع ہونے
 اگر سیسے کی گولی کی بجائے ایک ہلکی گولی استعمال کریں
 جو اسی ناپ کی ہو تو ہوا کی مزاحمت کا اثر زیادہ ہوگا۔
 اس صورت میں گولی خط α کے اتنا قریب نہیں پہنچ
 سکیگی جتنا کہ سیسے کی گولی پہنچی تھی۔
 اگر بجائے α ، α ، α کے ہم کسی اور نقطے α پر کیل

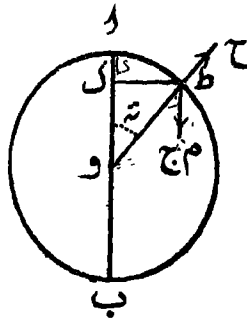
گاڑیں جو مثلث ا د ر میں واقع ہے تاکہ رسی اس نیل سے اٹک جائے تو بھی وہی نتیجہ حاصل ہوں گے۔

۱۴۹۔ ایک عمودی دائرے کے باہر کی طرف حرکت۔

اگر ایک ذرہ ایک چکنے عمودی دائرے کی چوٹی سے دائرے پر حالت سکون سے نیچے کی طرف پھسلنے کے لئے چھوڑا جائے تو ثابت کرو کہ جب وہ دائرے کے نصف قطر کے ایک مثلث کے مساوی فاصلہ عموداً طے کر چکا تو وہ دائرے پر سے اتر جائے گا۔

فرض کرو کہ دائرے کا مرکز و ہے اور اس کا بلند ترین نقطہ ا ہے۔

فرض کرو کہ جب ذرہ دائرے کے نقطہ ط پر پہنچتا ہے اس کی رفتار ر ہے اور منحنی کا عمل ح ہے۔ فرض کرو کہ دائرے کا نصف قطر ن ہے۔ عمودی نصف قطر و ا پر ط ک عمود کھینچو اور فرض کرو کہ اک = می



تب $\frac{r}{n} = ۲ج = ۱ک = ۲ج ی$
 ط و کی سمت میں قوت

$$= م ج جہم تہ - ح$$

جہاں تہ زاویہ ط و ۱ ہے۔

لیکن بموجب دفعہ ۱۳۵ ط و کی سمت میں جو قوت ہے
 وہ لازماً م $\frac{r}{n}$ کے مساوی ہے۔

$$: م \frac{r}{n} = م ج جہم تہ - ح$$

$$: ح = م [ج جہم تہ - \frac{r}{n}]$$

$$= م [ج \frac{n-۱}{n} - \frac{۲ج ی}{n}]$$

$$= م ج \frac{n-۳}{n}$$

اس سے ظاہر ہے کہ جب ۳ ی = ن یعنی ی = $\frac{n}{۳}$
 ہو جاتا ہے تو اس وقت عمل ح معدوم ہو جاتا ہے
 اور اس کی علامت بدل جاتی ہے۔ اس لئے ذرہ ۱
 وقت منحنی پر سے اتر جائے گا اور آزادانہ ایک قطع
 مکانی میں حرکت کرے گا۔ کیونکہ اس خاص مقام پر
 گزرنے کے بعد ذرہ اسی صورت میں دائرے پر
 رہ سکتا ہے اگر عمل ح تناؤ کی صورت اختیار کرے۔

علم حرکت ۳۴۹ باب دہم

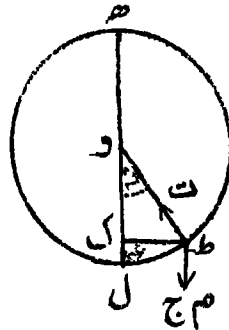
لیکن یہ ناممکن ہے کیونکہ منحنی ذرے کو کھینچ نہیں سکتا۔

۱۵۰۔ عمودی دائرے میں حرکت۔ ایک ذرہ

جس کی کمیت m ہے ایک رسی کے ذریعہ جس کا طول n ہے ایک ثابت نقطے سے سمت شاقولی میں لٹکتا ہے۔ اب اس کو رفتار b سے حرکت دی جاتی ہے اور یہ ایک عمودی دائرے میں گردش کرنے لگتا ہے۔ اس حرکت کے دوران میں کسی نقطے پر رفتار اور تناؤ دریافت کرو۔ اور وہ شرط بھی دریافت کرو جس کے پورے ہونے سے ذرہ عین پوری گردش کر سکے۔

فرض کرو کہ ثابت نقطہ جس سے رسی بندھی ہے وہ ہے۔ اور w میں سے خط wl شاقولی سمت میں کھینچا گیا ہے۔ فرض کرو کہ نقطہ p پر ذرے کی رفتار b ہے اور رسی کا تناؤ t ہے۔

wl پر pk عمود کھینچو۔ فرض کرو کہ $l = y$ فرض کرو کہ زاویہ $pl = \theta$



علم حرکت ۳۵۰ باب دہم

تب بموجب دفعہ ۱۴۷ ۲ = ب^۱ - ج^۲ ی (۱)
اور بموجب دفعہ ۱۴۸ م^۱ = ن^۲ مساوی ہے اس قوت
کے جو ذرے پر عماد ط و کی سمت میں عمل کرتی ہے۔

$$م = \frac{ن}{۲} = ت - م ج ججم تہ$$

$$= ت - م ج \frac{ن}{۲} - ی$$

$$ت = م = \frac{۲ + ج (ن - ی)}{ن}$$

$$یعنی ت = م = \frac{ب^۱ + ج (ن - ی)}{ن} (۲)$$

مساوات (۱) و (۲) سے ذرے کی رفتار اور رسی کا
تناؤ طریق کے کسی نقطے پر معلوم ہو گیا۔

اگر رسی کا تناؤ منفی ہو جائے تو ذرہ دائرے کے
بلند ترین نقطے پر نہیں پہنچ سکتا۔ تناؤ کے منفی
ہونے کے معنی یہ ہوں گے کہ رسی بجائے کھینچنے
کے دھکیلنا شروع کرتی ہے۔ اور یہ ناممکن ہے
کیونکہ رسی دھکیل نہیں سکتی۔

اس لئے ذرہ عین پوری گردشیں اس صورت میں کرے گا
جبکہ تناؤ بلند ترین نقطے پر صفر ہو سکے جہاں ی = ۰

علم حرکت ۳۵۱ باب دہم

یہ اس حالت میں ہوگا جب

$$ب' + ج (ن - ۶ ن) = ۰ \text{ بذریعہ مساوات (۲)}$$

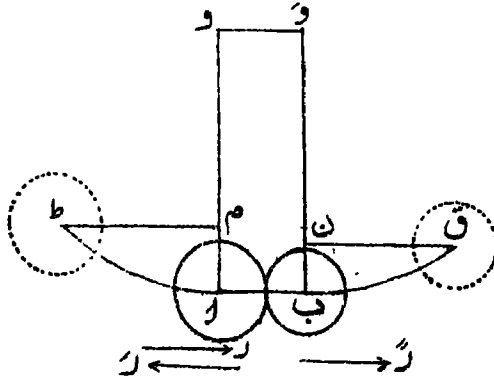
یعنی جب $ب' = ۵ ج ن$
پس پوری گردشیں اس صورت میں ممکن ہیں جب کہ
ب' $۵ ج ن$ سے کم نہ ہو۔
اگر $ب' = ۵ ج ن$ تو پست ترین نقطے پر

$$\text{بتاؤ} = م \frac{۵ ج ن + ج ن}{ن} = ۶ م ج پونڈل$$

اس لئے رسی اس قدر مضبوط ہونی چاہیے کہ جسم کے وزن کا چھ گنا سہا رہ سکے۔

۱۵۱۔ نیوٹن کا تجربی قانون۔ بذریعہ مسئلہ دفعہ ۱۴۷
ہم بتا سکتے ہیں کہ نیوٹن نے قانون تصادم (جس کا بیان دفعہ ۱۱۸ میں
ہوا) کس طرح دریافت کیا۔

دو چھوٹے کرے متوازی رسیوں و ۱ اور و ۲ کے ذریعہ لٹکاؤ۔
رسیوں کے طول اس قدر ہوں کہ جب دونوں کرے بلا تکلف ٹٹک
رہے ہوں تو وہ عین مس کریں اور ان کے مرکز ایک ہی افقی خط میں واقع ہوں



اب کرے ۱ کو پیچھے کی طرف کھینچو لیکن کسی کسی ہے۔
 کہے کہ اس قدر کھینچو کہ اس کے مرکز کی بلندی (۱ ص = ی)
 ہو۔ یہ بلندی مرکز کی ابتدائی وضع ۱ سے ناپی جائے گی۔
 اب یہاں سے کرے کو چھوڑ دو تاکہ بلا تکلف حرکت کرے۔
 یہ کرے ۱ نیچے کی طرف آئے گا اور دوسرے کرے ب
 سے ٹکرائے گا۔

جب کرے ۱ اب سے ٹکراتا ہے تو ۱ کی رفتار [۲ ج ی] ہوگی
 فرض کرو کہ ٹکر کے بعد کروں کی رفتاریں ۲ اور ۲ ہیں اور
 ی اور ی وہ بلندیاں ہیں جہاں تک وہ ان رفتاروں کی
 وجہ سے اوپر وار جاتے ہیں۔

تو ۲ = [۲ ج ی] اور ۲ = [۲ ج ی]
 کہ ۱ ٹکر کے بعد یا تو پیچھے ہٹے گا یا ساکن رہے گا یا ب
 کے پیچھے جائے گا۔
 فرض کرو کہ کرے ۱ پیچھے ہٹتا ہے تو رفتار بتاعد ۲ + ۲
 یعنی [۲ ج (۲ + ۲)] ہے۔

رفتار تقارب [۲ ج] x [۲ ی] تھی

مختلف تجربے کرنے سے ہمیں معلوم ہو گا کہ ی کی قیمت
 خواہ کچھ ہی ہو اور ۱ اور ب کی کمیتوں کی نسبت خواہ
 کچھ ہی ہو، (۲ + ۲) اور [۲ ج] کی نسبت ایک
 ہی رہے گی۔ اس نسبت کا انحصار ۱ اور ب کے

مادوں کی قسموں پر ہوگا۔

ہم نے صرف ایک آسان صورت پر غور کیا ہے۔ اگر ہم کروں کو مناسب مقامات سے حرکت کرنے کے لئے چھوڑیں اور ایسا کرنے میں احتیاط سے کام لیں تو ہم دونوں کروں کو پیچھے ہٹا کر اس طرح چھوڑ سکتے ہیں کہ ٹکڑے وقت دونوں ٹکڑے اپنے اپنے راستوں کے بہت تریں نقطوں پر ہوں۔ نیوٹن کا قانون ہر صورت میں صحیح ثابت ہوگا۔

امثلہ نمبری (۲۵)

(۱) ایک ذرہ جس کی کمیت ۵ پونڈ ہے ایک تین فٹ لمبی رسی کے ذریعہ لٹکتا ہے۔ رسی کا اوپر کا سرا ایک ثابت نقطے سے بندھا ہے۔ اگر ذرے کو ۲۵ فٹ فی ثانیہ کی افقی رفتار سے حرکت دی جائے تو جب رسی (۱) افقی ہو جائے (۲) اوپر وار عمودی سمت میں ہو، ان دونوں وضعوں میں ذرے کی رفتار اور رسی کا تناؤ دریافت کرو۔

(۲) سوال (۱) میں اگر یہہ مقصود ہو کہ ذرہ عین پوری گردشیں کرے تو رفتار رسی کی اقل قیمت دریافت کرو اور یہہ بھی بتاؤ کہ رسی کم سے کم کتنا وزن سہارنے کے قابل ہونی چاہیئے۔

(۳) ایک ۳ فٹ لمبی رسی کا ایک سرا ایک ثابت نقطے سے بندھا ہے اور اس کے دوسرے سرے سے م

محیت کا ایک جسم بندھا ہے۔ جسم کو پکڑ کر رسی کو افقی وضع میں لاکر چھوڑ دیا گیا ہے۔ دریافت کرو کہ جب رسی شاقولی سمت میں ہوگی تو اس وقت اس کا تناؤ کیا ہوگا اور جسم کی رفتار کیا ہوگی؟

(۴) ایک چکنا حلقہ جس کا قطر ۹ فٹ ہے عمودی سطح میں رکھا گیا ہے۔ اس حلقے میں ایک منکا پرویا گیا ہے۔ اگر منکے کو حلقے کے بلند ترین نقطے سے نیچے کی طرف پھسلنے کے لئے چھوڑ دیا جائے تو اس کی رفتار دریافت کرو جبکہ وہ

- (۱) پست ترین نقطے پر پہنچے
- (۲) افقی قطر کے سرے پر پہنچے
- (۳) سمت شاقولی میں قطر کا ایک ثلث طے کرے
- (۴) کل محیط کا دو ثلث طے کرے۔
- (۵) ایک وزنی ذرہ ایک رسی کے ایک سرے سے بندھا ہے۔ رسی کا طول ۱۰ فٹ ہے اور اس کا دوسرا سر ایک ثابت نقطے سے بندھا ہے۔ اب رسی کو ایک عمودی دائرے میں گھمایا جاتا ہے۔ اگر یہ مقصود ہو کہ ذرہ عین پوری گردشیں کر سکے تو دائرے کے پست ترین نقطے پر ذرے کی رفتار کیا ہوگی اور رسی کا تناؤ کیا ہوگا؟
- (۶) دو عمودی رسیاں ایک توپ کو افقی وضع میں سہارتی ہیں۔ ہر ایک رسی کا طول ۹ فٹ ہے۔ اس توپ کے

ذریعہ ۳۶ پونڈ کمیت کا ایک گولہ چلایا جاتا ہے۔ گولے کے چلنے سے توپ پیچھے کو ہٹتی ہے اور عموداً ۲۱۲۵ فٹ اوپر جاتی ہے۔ تو گولے کی ابتدائی رفتار دریافت کرو اور یہ بھی دریافت کرو کہ گولے کے چلنے کے وقت رسیوں کا تناؤ کیا تھا۔ اور جس وقت توپ پیچھے ہٹ کر پہلی بار ساکن ہوئی اس وقت تناؤ کیا تھا؟

(۷) ایک چھوٹا وزنی حلقہ ایک رسی پر چڑھا ہوا ہے۔ رسی کا طول ۳۴ فٹ ہے اور اس کے دونوں سرے دو ثابت نقطوں (۱) اور (ب) سے بندھے ہیں۔ (۱) اور (ب) کا درمیانی فاصلہ ۳۰ فٹ ہے۔ اور خط (۱) (ب) افقی ہے۔ جب حلقہ (۱) سے ۵ فٹ ہے تو اس کو وہاں پکڑ کر رسی کو کس کر حلقے کو چھوڑ دیتے ہیں۔ ثابت کرو کہ جب حلقہ ۳ فٹ رسی طے کر چکتا ہے تو اس کی رفتار تقریباً ۱۱.۱۲ فٹ فی ثانیہ ہوگی۔ (۸) ایک ذرہ ایک دائرے کی قوس پر نیچے کی طرف پھسلتا ہے۔ ثابت کرو کہ دائرے کے پست ترین نقطے پر ذرے کی رفتار اس طرح بدلتی ہے جس طرح کہ قوس نزول کا وتر بدلتا ہے۔

(۹) ایک ذرہ ایک چکنے عمودی دائرے پر باہر کی طرف بلند ترین نقطے سے حالت سکون سے پھسلنا شروع کرتا ہے۔ دائرے پر سے اترنے کے بعد جس قطع مکانی میں ذرہ حرکت کریگا اس کا وتر خاص دریافت کرو۔

(۱۰) م کھیت کی ایک گولی ایک عمودی مدور چکنی نلی میں بلند ترین مقام پر پڑی ہے اور ۲ م کھیت کی ایک گولی نلی میں پست ترین مقام پر پڑی ہے۔ اب گولی م اوپر سے پھسلنا شروع کرتی ہے اور اندر ہی پھسلتے پھسلتے گولی ۲ م سے جا کر ٹکراتی ہے۔ اگر لچک کی قدر $\frac{1}{10}$ ہو تو دریافت کرو کہ ٹکر کے بعد گولیاں نلی کے اندر کہاں تک اوپر وار جائیں گی ؟

(۱۱) ہاتھی دانت کے دو مساوی گولے متوازی رسیوں کے ذریعہ لٹک رہے ہیں اس طرح کہ گولے مس کرتے ہیں اور ان کا خط مرکزین افقی ہے۔ ان تقطوں سے جہاں رسیاں بندھی ہیں خط مرکزین کا عمودی فاصلہ ۲ فٹ ہے۔ ان گولوں سے تجربہ کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ اگر ایک گولے کو ایسے مقام سے چھوڑیں جہاں کہ اس کی رسی کا میلان سمت عمودی سے 60° ہے تو یہ گولہ دوسرے گولے سے ٹکرا کر اس کو حرکت دیتا ہے اور دوسرا گولہ اس حرکت سے $\frac{1}{2}$ انچ عموداً اوپر وار جاتا ہے۔ گولوں کی لچک کی قدر دریافت کرو۔

(۱۲) ایک دائرے کی قوس کے محاذی مرکز پر 30° کا زاویہ بنتا ہے۔ یہ قوس سطح عمودی میں اس طرح ثابت کر دی گئی ہے کہ اس کا بلند ترین نقطہ اور اس کا مرکز ایک ہی افقی خط میں واقع ہیں۔

اب ایک ذرہ اس قوس کے بلند ترین مقام سے حالت سکون سے پھسلنا شروع کرتا ہے اور پھیلتے پھیلتے قوس پر اتر جاتا ہے۔ ثابت کرو کہ قوس پر سے اترنے کے بعد جو قطع مکانی ذرے کی حرکت سے بنتا ہے اس کا وتر خاص قوس کے نصف قطر کا نصف ہے۔

(۱۳) ایک بے وزن بے لچک رسی کا طول ۲ ل ہے اور اس کے دونوں سرے دو نقطوں ۱ اور ۲ سے بندھے ہیں۔ فاصلہ ۱ و ۲ طول میں ل کے مساوی ہے اور سمت میں افقی ہے۔ ایک جسم س جس کی کمیت م ہے رسی کے وسط میں بندھا ہے۔ اگر س کو سطح ۱ س ۲ کی عمودی سمت میں پھینکا جائے اور رفتار رمی اس رفتار سے دو چند ہو جو پوری گردش کے لئے ضروری ہے تو رسی کا بڑے سے بڑا اور کم سے کم تناؤ دریافت کرو۔

جس وقت جسم س اپنے بلند ترین اور پست ترین مقامات کے عین درمیان ہو اگر اس وقت رسی کا ایک حصہ کاٹ دیا جائے تو حرکت کس طرح ہوگی؟

(۱۴) ایک مشین منظم کے سات ضلعوں کی شکل کی ایک ٹلی ہے۔ اس کے ہر ایک ضلع کا طول ۱ ہے۔ یہ ٹلی اس طرح رکھی ہے کہ اس کا ایک سرے کا ضلع سب سے نیچے ہے اور افقی ہے اور دوسرے سرے کا ضلع عمودی ہے۔ ایک بے لچک ذرہ اس کے اندر سرے پر رکھ دیا گیا ہے۔

یہ ذرہ ایک رسی کے ذریعہ سے ایک دوسرے مساوی ذرے سے بندھا ہے جو سمت شاقولی میں لٹکتا ہے۔ ذروں کی رفتاریں اس وقت کیا ہونگی جب پہلا ذرہ نلی سے نکلے گا؟ (۱۵) اگر یہ تسلیم کر لیا جائے کہ زمین ایک کرہ ہے جس کا نصف قطر ۴۰۰۰ میل ہے تو ثابت کرو کہ خط استوا پر زمین کی گردش کی وجہ سے کسی جسم کا مری وزن بقدر $\frac{1}{184}$ کے کم ہو جائیگا۔ اگر خط استوا پر ایک ریل گاڑی ایک میل فی دقیقہ کی رفتار سے مشرق کی جانب جا رہی ہو تو ثابت کرو کہ اس کا مری وزن بقدر ۱۰۰۴ کے کم ہو جائے گا۔

(۱۶) ایک ذرہ ایک چکنے منحنی پر نیچے کی طرف پھسلتا ہے۔ جب وہ عمودی فاصلہ ہی طے کر چکتا ہے تو اس کی رفتار محصلہ اس قدر ہوتی ہے کہ ان نصف قطر والے عمودی دائرے پر اندر کی طرف پوری گردشیں کر سکے (جیسا کہ مرکز گزرنے والی ریل گاڑی میں ہوتا ہے)۔ ثابت کرو کہ ۲ سی لازماً ان سے بڑا ہوگا۔

(۱۷) دفعہ ۱۵۱ کے تجربہ میں کروں کی کمیت مساوی ہے اور وہ مساوی رسیوں کے ذریعہ سے لٹکتے ہیں۔ پہلا کرہ نیچے آنے میں ایک ایسی قوس طے کرتا ہے جس کا وتر لا ہے اور دوسرا کرہ ٹکر کے بعد اوپر وار جانے میں ایک ایسی قوس طے کرتا ہے جس کا وتر صا ہے۔ ثابت کرو کہ لچک کی قدر $\frac{۲}{۱۷}$ - لا ہوگی۔

(۱۸) ایک چھوٹی گولی ایک بے لچک رسی کے ایک سرے سے بندھی ہے اور رسی کا دوسرا سر ایک ثابت نقطے سے بندھا ہے۔ گولی کو پکڑ کر رسی کسی گئی ہے اس طرح کہ گولی کا عمودی فاصلہ $\frac{1}{2}$ فٹ ہے۔ اب گولی کو چھوڑ دیا جاتا ہے۔ اگر رسی کا طول ۳ فٹ ہو تو رسی کے دوبارہ کسنے کے عین بعد گولی کی رفتار معلوم کرو اور یہ بھی دریافت کرو کہ وہ سے عموداً اوپر وار کتنے فاصلہ تک گولی جاسکے گی ؟

(۱۹) ایک ذرہ ایک پٹنے عمودی دائرے پر اندر کی طرف حرکت کرنے کے لئے پھینکا گیا ہے۔ اس کی رفتار پست ترین

نقطے پر $\frac{1}{5}$ [۹ ج ن] ہے جہاں ن دائرے کا نصف

قطر ہے۔ ثابت کرو کہ جس وقت ذرہ دائرے کے اس نقطے پر پہنچے گا جس کا زاوی فاصلہ بلند ترین مقام سے $\frac{1}{5}$ ہے اس وقت ذرے کی رفتار $\frac{1}{5}$ [۱۵ ج ن] ہوگی اور ذرہ دائرے پر سے اتر جائے گا۔

(۲۰) ایک گولی جس کی کمیت ۲۰۰ گرام ہے ۴۰۰ میٹر فی ثانیہ کی افقی رفتار سے حرکت کرتی ہوئی ایک کعب کے پہلو کے عین مرکز میں لگتی ہے اور اس میں گھس جاتی ہے۔ کعب کی کمیت ۲۰ کیلو گرام ہے اور وہ ایک رسی کے ذریعہ سے لٹکتا ہے۔ دریافت کرو کہ کعب کس قدر فاصلے تک

عموداً اوپر وار جا کر ساکن ہو گا؟
 (۲۱) ریت کے ایک صندوق کی کمیت ۲۰۰۰ پونڈ ہے اور وہ دو عمودی رسیوں کے ذریعہ سے لٹکتا ہے۔ ہر ایک رسی کا طول ۸ فٹ ہے ۲۰۰ پونڈ کمیت کا ایک گولہ افقی سمت میں اس طرح چلایا جاتا ہے کہ صندوق کے مرکز ثقل کی سیدھ میں لگے اور صندوق میں گھس جائے۔ اگر گولے کے لگنے سے صندوق کا مرکز ثقل ایک ایسی قوس میں حرکت کرے جس کا وتر ۶ فٹ ہے تو ثابت کرو کہ گولے کی رفتار ۱۲۱۲ فٹ فی ثانیہ ہے۔

اگر گولے کی کمیت گ اور صندوق کی کمیت ص ہو اور ہر ایک عمودی رسی کا طول ل ہو اور قوس حرکت

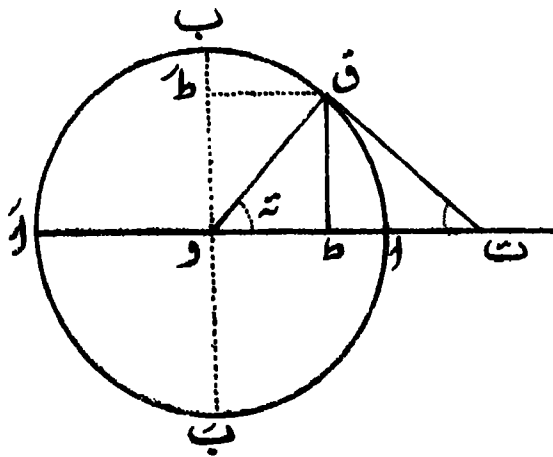
کا وتر ت ہو تو ثابت کرو کہ گولے کی رفتار گ+ص ص ت x [ج] ہو گی۔

[یہ اس سوال کی عام صورت ہے۔ اس کے ذریعہ سے ہم کسی گولے یا گولی کی رفتار معلوم کر سکتے ہیں۔ ت کی قیمت ہمیں تجربہ سے معلوم کرنی ہو گی]

باب یازدہم

بسیط موسیقی حرکت - رقاّص

۱۵۲- مسئلہ۔ اگر ایک نقطہ ق ایک دائرے پر یکساں زاوئی رقاّص سے حرکت کرے اور دائرے کے ایک ثابت قطر $ا و$ پر ق سے عمود کھینچا جائے اگر اس عمود کا پایہ ہمیشہ ط ہو تو ثابت کرو کہ ط کا اسراع دائر کے مرکز و کی جانب ہوگا اور اس طح بدلیگا جس طح ط اور و کا درمیانی فاصلہ۔ ساتھ ہی ط کی رقاّص اور کسی فاصلے کو طے کرنے کی مدت بھی معلوم کرو۔



فرض کرو کہ دائرے کا نصف قطر n ہے اور فرض کرو کہ زاویہ $ق و ا$ اتہ ہے۔ نقطہ $ق$ پر مماس $ق ت$ کھینچو جو $و ا$ سے مت پر ملے۔ فرض کرو کہ دائرے پر $ق$ کی یکساں زاویائی رفتار $ھ$ ہے۔ جو عمود کہ $ق$ سے $ا$ پر کھینچا جاتا ہے، $ط$ ہمیشہ اس عمود کے پایہ پر رہتا ہے۔ اس لئے $ط$ کی رفتار وہی ہوگی جو $ق$ کی رفتار کا جز تجلیلی $ا و$ کی سمت میں ہے اور $ط$ کا اسراع بھی $ق$ کے اسراع کے جز تجلیلی کے مساوی ہوگا جو سمت $ا و$ میں لیا جائے۔

بوجب دفعہ ۱۳۵ نتیجہ صیح (۱) $ق$ کا اسراع $ھ ن$ ہے اور اس کی سمت $ق و$ ہے۔
 اس لئے $ط$ کا اسراع $ط و$ کی سمت میں = $ھ ن$ جم تہ = $ھ \times \text{وط}$
 یعنی $ط$ کا اسراع اس طرح بدلتا ہے جس طرح $ط$ کا فاصلہ مرکز دائرہ سے۔
 اور $ط$ کی رفتار

= $ن$ جم $ق ت و$ = $ن$ جم $ب ت$ = $ھ ط ق$ = $ھ ن$ لا (۱)

جہاں $وط = لا$
 یہہ رفتار $ا و$ اور $ا$ پر صفر ہے اور اس کی بڑی سے بڑی قیمت $و$ پر ہوتی ہے۔
 جب $ط$ ، $و$ میں سے گذرتا ہے تو اسراع معدوم

ہو جاتا ہے اور اپنی علامت بدل لیتا ہے۔
 اس لئے نقطہ ط، ا پر ساکن ہوتا ہے یعنی اس کی رفتار
 ا پر صفر ہوتی ہے لیکن اس کے اسراع کی قیمت ا پر
 بڑی سے بڑی ہوتی ہے۔ ا سے چل کر جب نقطہ و پر
 پہنچتا ہے تو اس کا اسراع تو صفر ہوتا ہے لیکن اس کی
 رفتار کی قیمت بڑی سے بڑی ہوتی ہے۔ جب ط، ا پر
 پہنچتا ہے تو پھر وہ ساکن ہوتا ہے یعنی اس کی رفتار صفر
 ہوتی ہے اور اس کا اسراع یہاں پھر قیمت اعظم رکھتا ہے
 اور ط اسی راستے سے ا پر واپس آتا ہے۔
 اب وقت کا شمار کرو۔

وہ مدت جو کوئی فاصلہ ا ط طے کرنے میں لگتی ہے مساوی
 ہے اس وقت کے جو نقطہ ق قوس ا ق طے کرنے

میں صرف کرتا ہے اور یہ وقت = $\frac{1}{\pi} = \frac{1}{\pi} \text{ حجم } \left(\frac{1}{\pi} \right) \dots\dots (۲)$
 اس لئے ا سے ا تک جانے کی مدت

$$= \frac{1}{\pi} \text{ حجم } (۱) = \frac{\pi}{2}$$

اور ا سے ا تک جانے اور پھر ا سے ا تک واپس
 آنے کی مدت = $\frac{\pi}{2} \dots\dots\dots (۳)$

۱۵۳۔ بسیط موسیقی حرکت۔ تعریف۔ اگر ایک

نقطہ ایک خط مستقیم میں اس طح حرکت کرے کہ اس کے اسراع کی سمت ہمیشہ اس خط مستقیم کے ایک ثابت نقطے کی سیدھ میں ہو اور اس اسراع کی مقدار ہمیشہ اس طح بدلے جس طح متحرک نقطے کا فاصلہ ثابت نقطے سے بدلتا ہے تو اس حرکت کو بسیط موسیقی حرکت کہتے ہیں۔ دفعہ سابقہ میں ط کی حرکت بسیط موسیقی حرکت ہے۔

اگر ہم $\frac{1}{2}$ کو $\frac{1}{4}$ کے مساوی فرض کریں تو دفعہ سابقہ کے نتائج (۱) د (۲) و (۳) سے ظاہر ہے کہ اگر ایک نقطے ط کی حرکت بسیط موسیقی حرکت ہو اور اگر وہ حالت سکون سے ایسے مقام سے حرکت شروع کرے جس کا فاصلہ ثابت نقطے سے $\frac{1}{2}$ ہے تو (۱) اس کی رفتار ایسے مقام پر جس کا فاصلہ ثابت نقطے سے $\frac{1}{4}$ ہے

مہ $\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{4}$ ہوگی

(۲) اس مقام تک پہنچنے میں مدت $\frac{1}{2}$ جم $\frac{1}{4}$ لچ صرف ہوگی
(۳) مقام ابتداء حرکت پر واپس پہنچنے کے لئے مدت

$\frac{1}{2}$ جم صرف ہوگی

فاصلہ ۱ یا ۱ کو جو مرکز سے ایک طرف یا دوسری طرف نقطہ ط طے کرتا ہے حرکت کی سعت کہتے ہیں۔ مدت فاصلہ جب نقطہ ایک مقام سے گزر کر پھر اسی مقام پر اسی سمت میں اسی رفتار سے حرکت کرتا ہوا پہنچے تو جو وقت اس دوران میں گزرا اس کو حرکت کی مدت یا مدت اہتزاز کہتے ہیں۔

واضح رہے کہ حرکت کی مدت، $\frac{\text{فاصلہ}}{\text{رفتار}}$ کا انحصار حرکت کی سعت پر نہیں ہے۔

۱۵۴۔ دفعہ گذشتہ کے نتیجہ (۲) سے ظاہر ہے کہ اگر مدت وہ وقت نہو جو متحرک نقطہ کو فاصلہ n سے حالت سکون سے چل کر فاصلہ لا تک پہنچنے میں لگتا ہے تو

لا = n جم (امت) $t = \frac{1}{\text{سعت}}$ جم $\frac{لا}{جم}$
اب نتیجہ (۱) کے ذریعہ سے

رفتار = $\frac{لا}{جم}$ [n - n جم (امت)]

۱۵۵۔ بسیط موسیقی حرکت کی مثالیں۔ طبعیاً۔ اور علم حلی کے مسائل میں یہہ حرکت اکثر وقوع پذیر ہوتی ہے۔

سر کے دو شاخے کے کسی نقطے کی حرکت اور پیلے کے تار کے کسی نقطے کی حرکت یہی ہوتی ہے جبکہ ان کی

حرکت میں اہتزاز ہو۔ ایک رقاص کی حرکت (دفعہ ۱۵۸)
 بھی بسیط موسیقی ہے جبکہ اس کی حرکت کا زاویہ چھوٹا ہو۔
 اگر ایک جسم ایک لچکدار رسی کے ذریعہ سے لٹکا رہا ہو
 یا کسی کمانی سے بندھا ہو اور خط عمودی میں اہتزاز کرے
 تو یہ بھی بسیط موسیقی حرکت ہوگی۔ مخروطی رقاص (دفعہ ۱۶۰)
 کے گردش کرنے والے جسم کی حرکت بھی بسیط موسیقی نظر
 آئے گی اگر اس کو ایک ایسے نقطے سے دیکھا جائے جو جسم
 کی گردش کی سطح میں واقع ہو لیکن بہت دور ہو۔ مشتری
 کے توابع کی حرکت بھی بسیط موسیقی معلوم ہوگی اگر ان کی
 سطح کے کسی ایسے نقطے سے ان کو دیکھا جائے جو بہت
 دور واقع ہو۔

عموماً جن لچکدار جسموں میں قوت، نقل مکان کے متناسب
 ہوتی ہے ان کی حرکت بسیط موسیقی ہوتی ہے۔
۱۵۶۔ مثال (۱) ایک نقطے کی حرکت بسیط موسیقی ہے
 اس کی مدت ۴ ثانیہ ہے۔ اگر وہ اپنے طریق کے مرکز
 سے ۴ فٹ کے فاصلے سے حالت سکون سے حرکت
 شروع کرے۔ دریافت کرو کہ ۲ فٹ فاصلہ طے کرنے میں
 کتنا وقت صرف ہوگا اور ۲ فٹ طے کرنے کے بعد رفتار
 کیا ہوگی؟

اگر اسراع فاصلے کا مہ گنا ہو تو

$$۴ = \frac{\pi^2}{۱۶}$$

$$\therefore \text{مہ} = \left(\frac{\pi}{4}\right)^2$$

جب نقطہ ۲ فٹ طے کر چکتا ہے تو اس وقت وہ اپنے مرکز حرکت سے ۲ فٹ کے فاصلے پر ہوتا ہے۔ اس لئے بموجب دفعہ (۱۵۳) نتیجہ (۲) جو وقت گزرا وہ

$$= \frac{1}{\text{مہ}} \text{ جم} = \frac{1}{\frac{\pi}{4}} \text{ جم} = \left(\frac{4}{\pi}\right)$$

$$\frac{1}{\pi} = \frac{\pi}{4} \times \frac{2}{\pi} = \frac{1}{2} \text{ ثانیہ}$$

اور بموجب دفعہ (۱۵۳) نتیجہ (۱)

$$\text{رفار} = \text{مہ} \cdot (ن - ۱) = \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 (۲ - ۱) = \frac{\pi}{4} \text{ فٹ فی ثانیہ}$$

مثال (۲) ایک نقطہ جس کی حرکت بسیط موسیقی ہے اپنی حرکت کے مرکز سے ۱۶ فٹ کے فاصلے سے چلتا ہے۔ اگر ابتداء حرکت میں اسراع ۴ فٹ ثانیہ اکائیاں ہو تو وقت کرو (۱) اس کی رفتار جب وہ مرکز سے ۸ فٹ کے فاصلے پہ ہو اور جب وہ مرکز میں سے گزرے (۲) اس کی مدت۔ (۱) فرض کرو کہ اسراع فاصلے کا مہ گنا ہے۔ تو

$$\text{مہ} \times ۱۶ = ۴ \text{ یعنی مہ} = \frac{1}{4}$$

اس لئے بموجب دفعہ (۱۵۳) نتیجہ (۱)

اس کی رفتار جب وہ مرکز سے ۸ فٹ ہو

$$= \frac{1}{\frac{1}{4}} = ۴ = \frac{۱}{\frac{۱}{۴}} = \frac{۱}{\frac{۱}{۴}} \text{ فٹ فی ثانیہ}$$

اور اسکی رفتار جب وہ مرکز میں سے گزرتا ہے

$$= \frac{1}{16} \times 16 = 1 \text{ فٹ فی ثانیہ}$$

$$(۲) \text{ اس کی مدت} = \frac{\pi r}{v} = \pi r = \frac{\pi}{2} = 1.57 \text{ ثانیہ تقریباً}$$

مثال (۳) ایک ہلکی لچکدار کمانی کا اصلی طول طینی میٹر ہے۔ اور اس کی لچک کا مقیاس ۱۰ گرام وزن کے مساوی ہے۔ اس کمانی کا ایک سرا ایک ثابت نقطے سے باندھ کر دوسرے سرے سے ۵۰ گرام کمیت کا ایک جسم لٹکا دیا گیا ہے۔ ثابت کر دو کہ جسم کے عمودی اتہزاز کی مدت

$$\pi r \sqrt{\frac{m}{c}} \times \frac{g}{c} \text{ ہوگی۔}$$



فرض کر دو کہ کمانی کا ثابت سرا ۵۰ ہے اور ۱۰
اس کی اصلی وضع ہے۔ یعنی وہ وضع ہے
جس کے طول میں فرق نہیں آیا۔
فرض کر دو کہ ۵۰ = لا اور فرض کر دو کہ
جب جسم ب پر ہے تو کمانی کا تناؤ ۱۰ ہے
تو بموجب قانون ہک

$$\text{ت} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}} \text{ جہاں } l \text{ لچک کا مقیاس ہے}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}}$$

علم حرکت ۳۶۹ باب یا دہم

اس لئے جسم پر اوپر کی طرف حاصل قوت
= ت - م ج

$$= \text{ن ج} \frac{\text{لا-ط}}{\text{ط}} - \text{م ج} = \frac{\text{ن ج}}{\text{ط}} [\text{ا} - \frac{\text{م}(\text{ن}+\text{ط})}{\text{ن}}]$$

فرض کرو کہ وہیں سے گزرنے والے عمودی خط پر وایک

ایسا نقطہ ہے کہ $\frac{\text{م}(\text{ن}+\text{ط})}{\text{ن}} = \text{و}$

پس اوپر کی طرف جسم پر قوت

$$= \frac{\text{ن ج}}{\text{ط}} [\text{وب} - \text{و}]$$

$$= \frac{\text{ن ج}}{\text{ط}} \times \text{وب}$$

لہذا جسم کا اسراع اوپر کی طرف $= \frac{\text{ن ج}}{\text{م ط}} \times \text{وب}$

یعنی جسم کی حرکت بسیط موسیقی ہے اور اس کا مرکز وہ ہے۔
اور بموجب دفعہ ۱۵۳

مدت اهتزاز $= \frac{\text{ن ج}}{\text{م ط}} \div \pi^2 = \left[\frac{\text{م ط}}{\text{ن ج}} \right] \pi^2$

واضح رہے کہ وہ مقام ہے جہاں جسم حالت سکون
میں ٹکے گا۔ کیونکہ اگر جسم وہاں ہو تو کمان کا تناؤ اوپر

کی طرف یہ ہو گا:-

$$ن ج \times \frac{و - ط}{ط} = ن ج \left[\frac{ن}{ط} \right] = م ج$$

اور یہ جسم کے وزن کے مساوی ہے۔ اس لئے وہ
جسم حالت کو ازن میں ہو گا۔

امثلہ نمبری (۲۶)

(۱) ایک ذرہ ایک خط مستقیم میں بسیط موسیقی حرکت کرتا
ہے۔ ایک سکون سے دوسرے سکون تک مدت دریافت
کرو جبکہ

(۱) ۲ فٹ کے فاصلے پر اسراع ۴ فٹ ثانیہ اکائیاں ہو۔

(۲) ۳ انچ کے فاصلے پر اسراع ۹ فٹ ثانیہ اکائیاں ہو۔

(۳) ایک فٹ کے فاصلے پر اسراع ۱۶ فٹ ثانیہ اکائیاں ہو

(۲) سوال (۱) کی ہر ایک صورت میں دریافت کرو کہ جب

ذرہ اپنے راستے کے مرکز میں سے گزرتا ہے تو اس کی

رفتار کیا ہوگی۔ حرکت کی سقتیں بالترتیب ۲ فٹ، ۳۶ انچ،

ایک فٹ ہیں۔

(۳) ایک ذرہ ایک خط مستقیم میں بسیط موسیقی حرکت کرتا

ہے۔ اس کی مدت اهتزاز ایک صورت میں ۲ ثانیہ دوسری

میں ۱/۴ ثانیہ اور تیسری میں ۱۱ ثانیہ ہے لیکن ہر صورت میں

سعت ایک فٹ ہے۔ مرکز حرکت میں سے گزرنے کے وقت ذرے کی رفتار ہر صورت میں دریافت کرو۔

(۴) ایک ذرے کی حرکت بسیط موسیقی ہے اور جب وہ مرکز طریق میں سے گزرتا ہے اس کی رفتار ۴ فٹ فی ثانیہ ہے اور اس کی مدت اهتزاز π ثانیہ ہے۔ اگر وہ حالت سکون سے چلے تو ایک فٹ کا فاصلہ کتنے وقت میں طے کریگا؟

(۵) ایک نقطے کی حرکت بسیط موسیقی ہے۔ اگر مرکز طریق سے ۳ فٹ اور ۴ فٹ کے فاصلوں پر اس کی رفتاریں بالترتیب ۸ فٹ اور ۹ فٹ فی ثانیہ ہوں تو دریافت کرو کہ اس کی مدت اهتزاز کیا ہوگی اور مرکز طریق سے فاصلہ اعظم پر اس کا اسراع کیا ہوگا؟

(۶) ایک گرام کمیت کا ایک جسم اپنے طریق کے مرکز کے دو طرف ایک ایک ملی میٹر تک اهتزاز کرتا ہے اور یہ اهتزاز حرکت ایک ثانیہ میں ۲۵۶ دفعہ ہوتی ہے۔ یہ تسلیم کر کے کہ حرکت بسیط موسیقی ہے ثابت کرو کہ ذرے پر قوت اعظم $\frac{1}{2}(\pi 512)$ ڈائین ہے۔

(۷) ایک افقی تختی خط عمودی میں بسیط موسیقی حرکت کرتی ہے اور اس کی مدت اهتزاز ایک ثانیہ ہے۔ اگر یہ مقصود ہو کہ تختی پر جو اشیا پڑی ہیں وہ اس کے ساتھ مس کرتی رہیں تو معلوم کرو کہ بڑی سے بڑی سعت سینٹی میٹروں میں

کیا ہو سکتی ہے؟
(۸) ۱۲ پونڈ کمیت کا ایک جسم ایک ہلکی کمائی کے ذریعہ سے
ٹھک رہا ہے۔ کمائی ایسی ہے کہ اگر اس کے تناؤ میں ایک
پونڈ وزن کا اضافہ کیا جائے تو اس کے طول میں ایک
انچ کا اضافہ ہوگا۔ اگر کمائی کا اوپر کا سرا فی الفور ۴ انچ
اٹھا کر ثابت کر دیا جائے تو ایسا کرنے سے جسم کی جو حرکت
ہوگی اس کی سمت اور مدت ابتزاز دریافت کرو۔

(۹) ایک ہلکی کمائی کے ایک سرے سے ایک وزن بندھا
ہے اور اس کا دوسرا سرا ایک ثابت نقطے سے بندھا ہے۔
وزن کو باندھ کر چھوڑ دیا گیا ہے۔ اگر یہ عمودی خط میں ابتزاز
کرتے اور سمت ۶ انچ ہو تو مدت ابتزاز معلوم کرو۔

(۱۰) ایک پگھلاؤ رسی کے وسط سے ایک ذرہ باندھ دیا
گیا ہے۔ رسی کو کھینچ کر اس کا طول اصلی طول سے دوچند
کیا گیا ہے اور اسی وضع میں ایک میز پر رکھ کر رسی کے دونوں
سے ثابت کر دیے گئے ہیں۔ اب ذرے کو رسی کی سمت
میں اپنی جگہ سے ہٹا کر چھوڑ دیا جاتا ہے۔ ذرے کی مدت
ابتزاز دریافت کرو۔

(۱۱) ایک سلاح باب اس طرح حرکت کرتا ہے کہ اس کا
سرا ب یکساں چل رہے ایک دائرے پر حرکت کرتا ہے
جس کا مرکز وہ ہے اور سلاح کا سرا ایک ایسے خط
مستقیم پر حرکت کرتا ہے جو نقطہ و میں سے گزرتا ہے

علم حرکت ۳۴ باب یازدهم

اگر $\dot{a}b = b \dot{a} = n$ اور $\dot{a} = 1$ تو ثابت کرو کہ

\dot{a} کی رفتار $\frac{a^2 - n^2}{n}$ ہے اور اس کی حرکت

بسیط موسیقی ہے۔

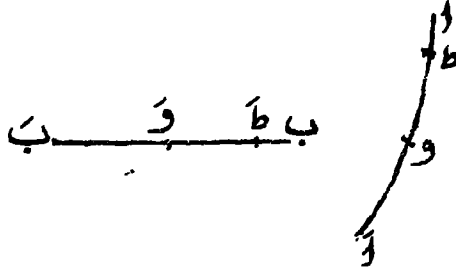
[اس سوال سے ظاہر ہے کہ ہم عللاً بسیط موسیقی حرکت حاصل کر سکتے ہیں۔ فرض کرو کہ $\dot{a}b$ ایک گردش کرنے والی صلاح ہے اور یہ ایک اور صلاح $\dot{a}b$ سے وصل کی گئی ہے۔ فرض کرو کہ بھاپ کے انجن کے فشاہ کی طرح \dot{a} کو ایک مستقیم خط \dot{a} پر چلایا جاتا ہے تو \dot{a} کی حرکت بسیط موسیقی ہوگی]

۱۵۷۔ بسیط موسیقی حرکت کے مسئلہ کی توسیع

منحنی پر حرکت۔

فرض کرو کہ متحرک نقطہ ط کسی شکل کے ایک منحنی کے حصے \dot{a} پر اس طرح حرکت کرتا ہے کہ وہ \dot{a} سے حالت سکون سے شروع ہوتا ہے اور اس کا مماسی اسراع ہمیشہ قوس کی سمت میں ہے اور \dot{a} کی جانب ہے اور مقدار میں $m \times$ قوس \dot{a} کے مساوی ہے تو دفعہ ۱۵۳ کے تمام نتائج اس صورت میں بھی صحیح ہوں گے

صرف ان میں تھوڑی سی تبدیلی کرنی ہوگی۔



فرض کرو کہ و ب ایک خط مستقیم ہے جو طول میں قوس
و کے مساوی ہے اور فرض کرو کہ نقطہ ط خط مستقیم
و ب میں اس طح حرکت کرتا ہے کہ اس کا اسراع
مہ \times و ط ہے اور فرض کرو کہ و ط = قوس و ط۔
چونکہ ط کا اسراع اس کے طریق میں ہمیشہ وہی ہے
جو ط کا اسراع ہے اس لئے جو رفتاریں ط اور و ایک
ہی مدت میں حاصل کرتے ہیں وہ بھی مساوی ہونگی اور
مساوی فاصلے طے کرنے کے اوقات بھی مساوی ہونگے۔

پس
(۱) ط کی رفتار = و کی رفتار

$$\overline{\text{مہ (و ب - و ط)}} = \overline{\text{مہ \{ (قوس و ب) - (قوس و ط) \}}}$$

(۲) و سے ط تک جانے کا وقت = ب سے ط
تک جانے کا وقت

$$\frac{1}{\lambda} \text{ جم } \left(\frac{\text{وَط}}{\text{وَب}} \right) = \frac{1}{\lambda} \text{ جم } \left(\frac{\text{قوس و ط}}{\text{قوس و ب}} \right)$$

(۳) ۱ سے ۱ تک اور پھر واپس ۱ تک جانے کی مدت = $\frac{\pi}{2}$

رقاص

۱۵۸۔ بسیط رقص۔ اگر ایک ذرہ ایک رسی کے ایک سرے سے بندھا ہو اور رسی کا دوسرا ایک ثابت نقطے سے بندھا ہو اور ذرہ ایک ایسے عمودی دائرے میں اهتزاز کی حرکت کرے جس کا مرکز وہ ثابت نقطہ ہو تو اسے بسیط رقص کہتے ہیں۔

مدت اهتزاز کا انحصار زاویہ اهتزاز پر ہے ہم آئندہ دفعہ میں ثابت کریں گے کہ اگر زاویہ اهتزاز چھوٹا ہو تو رقص کی مدت اهتزاز تقریباً مستقل رہتی ہے۔

۱۵۹۔ مسئلہ۔ اگر ایک ذرہ رسی کے ذریعہ

سے ایک ثابت نقطے سے لٹک رہا ہو اور اسکو ایک چھوٹے زاویے میں اهتزاز کی حرکت دی جائے تو ثابت کرو کہ مدت اهتزاز π ہے جہاں $\frac{L}{g}$ رسی کا طول ہے۔

علم حرکت ۳۷۷ باب یازدہم

اس نتیجہ سے یہ بھی ظاہر ہے کہ مدت اهتزاز زاویہ اهتزاز پر منحصر نہیں ہے۔

پہلے پہل گلیلیو نے ۱۵۸۲ء کے قریب یہ دریافت کیا کہ رقص کی مدت اهتزاز مستقل رہتی ہے۔ اس نے دیکھا کہ پائی سا کے گر جے میں جو پیتل کا بڑا لیمپ لٹکا ہے وہ جب جھولتا ہے تو خواہ وہ کسی زاوے میں جھولے جھولنے کی مدت ایک ہی رہتی ہے۔ گلیلیو نے وقت کا اندازہ اپنی نبض کے ذریعہ سے لگایا تھا۔

مثال - ایک ایسے رقص کا طول معلوم کرو جو ۵۵ ثانیہ میں ۵۶ دفعہ جھولے۔

یہاں مدت اهتزاز = $\frac{55}{56}$ ثانیہ
پس اگر رقص کا طول L ہو تو

$$\frac{L}{32} \times \frac{22}{7} = \frac{L}{J} \times \pi = \frac{55}{56}$$

$$\frac{5}{16} = \frac{L}{32}$$

$$L = 32 \times \frac{25}{16} = \frac{25}{2} \text{ فٹ} = \frac{1}{4} \text{ فٹ} = 32 \text{ انچ}$$

۱۶۰۔ تجربی تصدیق - دفعہ گذشتہ کے اہم نتیجے

کی اچھی خاصی تصدیق تجربہ سے ہو سکتی ہے۔ طالب علم کو واضح رہے کہ نظری حسابات کا ”ذرا“ غلط تو ہمیں حال

حرکت دے تو نتیجہ زیادہ آسانی سے حاصل ہوگا۔ مثلاً اگر پہلی اور دوسری کو ایک ساتھ حرکت دی جائے تو معلوم ہوگا کہ پہلی کی مدت دوسری کی مدت سے نصف ہے یعنی جتنی دیر میں دوسری ایک دفعہ جھولتی ہے اتنی دیر میں پہلی دو دفعہ جھولتی ہے۔

اسی طرح اگر پہلی اور تیسری کو ایک ساتھ حرکت دی جائے تو معلوم ہوگا کہ جتنی دیر میں تیسری ایک بار جھولتی ہے اتنی دیر میں پہلی تین بار جھولتی ہے یعنی جس وقت تیسری گولی کا ایک پینگ ختم ہوگا اس وقت پہلی گولی کا تیسرا پینگ ختم ہوگا۔

اسی طرح باقی گولیوں سے نتائج حاصل ہونگے۔

دوم تجربہ سے ثابت کرو کہ پینگ کی مدت کا انحصار گولی کی نوع مادہ پر نہیں ہے۔

دو چھوٹے گولے لو جو ناپ میں تو ایک سے ہوں لیکن مختلف اشیاء کے بنے ہوئے ہوں یہ یاد رہے کہ کاک جیسی ہلکی چیز کے بنے ہوئے نہ ہوں۔ جیسا کہ پہلے تجربے میں بیان ہوا ہے اسی طرح ان گولوں کو مساوی طول کی رسیوں کے ذریعہ سے لٹکاؤ اور ان کو ایک ساتھ جھولنے کے لئے حرکت دو۔ یہ اس طرح ہو سکتا ہے کہ ایک تختی کے ذریعہ سے گولوں کو ایک طرف دھکیلو اور پھر تختی کو فوراً پیچھے ہٹالو۔ ایسا کرنے سے معلوم

ہوگا کہ گولوں کے پینگوں کی مدتیں مساوی ہیں لیکن یہہ نتیجہ اسی صورت میں حاصل ہو سکتا ہے جب کہ سیوں کے طول احتیاط سے مساوی بنائے جائیں۔ کچھ وقت گزرنے کے بعد ہلکے گولے پیچھے رہتے جائیں گے۔ اسی وجہ یہہ ہے کہ ہوا کی فراحت کا اثر ہلکے گولوں پر زیادہ ہے اور بھاری گولوں پر کم ہے۔

سوم۔ بسیط رقاص کے ذریعہ سے ج کی قیمت دریافت کرو۔

ایک گولہ لو اور اسکو مناسب طول (مثلاً ۲ فٹ) کی ایک رسی کے ذریعہ سے لٹکاؤ۔ نقطہ تعلیق سے گولے کے مرکز تک فاصلہ احتیاط سے ناپ لو۔ اب گولے کو جھونکے لئے حرکت دو۔ اور ایک پورے پینگ کی مدت معلوم کرو۔ مدت معلوم کرنے کا بہترین طریقہ یہہ ہے کہ بہت سے (مثلاً ۲۰) پینگوں کا وقت دیکھو اور اس وقت کو ۲۰ پر تقسیم کرو۔ [ایک معمولی گھڑی کے ذریعہ سے جس میں ثانیہ کی سوئی ہو اچھے خاصے صحیح نتائج حاصل ہو سکتے ہیں]

لیکن بموجب دفعہ ۱۵۹

$$\text{مدت} = \pi^2 \left[\frac{ط}{ج} \right] \text{ جہاں } ط \text{ طول ہے}$$

$$\text{یعنی } \pi^2 \left[\frac{ط}{ج} \right]$$

عظم حرکت ۳۸۱ باب یازدہم

ہمیں و اور ط دونو معلوم ہیں

$$\therefore ج = \frac{\pi^2}{\frac{\pi}{\omega}}$$

بذریعہ جدول لوکارٹم یا معمولی حساب سے ہم ج کی قیمت
فٹ ثانیہ اکائیوں میں دو درجہ اعشاریہ تک صحیح معلوم
کر سکتے ہیں۔

اگر طول سنٹی میٹروں میں ناپا جائے تو ہم کو ج کی
قیمت س گ ت نظام میں معلوم ہوگی۔
۱۶۱۔ ثانیہ کا رقاص۔ جس رقاص کی مدت ہتزاز
سکون سے سکون تک ایک ثانیہ ہو یعنی جس کے پورے
پینگ کا نصف ایک ثانیہ میں ہو اسے ثانیہ کا رقاص
کہتے ہیں۔

پس اگر اس کا طول ط ہو تو

$$\left[\frac{\pi}{ج} \right] = ۱$$

$$\therefore ط = \frac{ج}{\pi} \text{ فٹ}$$

چونکہ زمین کے مختلف مقامات پر ج کی قیمت مختلف
ہے اس لئے یہ ظاہر ہے کہ ثانیہ کے رقاص کا طول
زمین کے مختلف مقامات پر مختلف ہوگا۔

$$\text{اگر } ج = ۳۲۶۲ \text{ اور } \pi = \frac{۲۲}{۷}$$

تو ط = ۳،۲۶ = فٹ = ۳۹،۱۲ انچ تقریباً
 اگر ہم اکائیوں کا س گ ٹ نظام استعمال کریں تو ج = ۹۸۱
 اس لئے ط = ۹۹،۳ سنٹی میٹر
 لندن کے عرض بلد میں ثانیہ کے رقاص کے طول کی
 صحیح تر قیمتیں ۳۹،۱۳۹۲۹ اور ۹۹،۳۷۱۳ سنٹی میٹر ہیں۔

امثلہ نمبری (۲۶)

[مفصلہ ذیل سوالات میں $\pi = \frac{22}{7}$]
 (۱) اگر ج = ۳۲،۶۲ تو ۲،۵ ثانیہ میں جھوٹے والے رقاص
 کا طول معلوم کرو۔

(۲) ایک مقام پر ایک رقاص کے پورے پینگ کی مدت
 ۱۶ ثانیہ ہے۔ رقاص کا طول ۶۴ میٹر ہے۔ ثابت کرو کہ

ج کی قیمت سنٹی میٹر ثانیہ اکائیوں میں ۹۸۶ ہے۔

(۳) ۳ فٹ طول کا ایک رقاص ۶،۱ ثانیہ میں ۷۰۰ بار
 جھوٹا ہے ج کی قیمت معلوم کرو۔

(۴) ثانیہ کے ایک رقاص کی لمبائی ۳۹،۱۲ انچ ہے۔ ان
 رقاصوں کے طول معلوم کرو جو (۱) نصف ثانیہ میں

(۲) ربع ثانیہ میں (۳) ۲ ثانیہ میں جھولیں۔

(۵) ایک مقام پر ج کی قیمت ۹۸۱ ہے۔ دریافت کرو کہ
 ۵۳،۴۱ سنٹی میٹر طول کا رقاص ۲۴۲ ثانیہ میں کتنی

دفعہ جھو لیکا ؟

(۶) ثابت کرو کہ ایک رقص جس کا طول ایک میل ہے
۳۰ ثانیہ میں جھو لیکا۔

(۷) ایک رقص جس کا طول ۱۸، ۳۰ انچ ہے ایک
مقام پر تین دقیقہ میں ۱۸۳ دفعہ جھوتا ہے۔ اسراع
بجاذبہ ارض معلوم کرو۔

(۸) دریافت کرو کہ ایک دن میں ۴ فٹ طول کا ایک
رقص کتنے اهتزاز کرے گا ؟

(۹) ۴۵۰ فٹ لمبا رقص پیرس کے ایفل برج میں
لٹکتا ہے۔ ثابت کرو کہ اس کا پورا اهتزاز ۲۳
ثانیہ میں ہوتا ہے

۱۶۲۔ دفعہ ۱۵۹ کا نتیجہ اگرچہ نظراً صحیح نہیں ہے لیکن
تقریباً صحیح ضرور ہے۔ اگر رقص اپنے اهتزاز سے سمت
شاقلی کے دونوں طرف پانچ پانچ درجے کا زاویہ بنائے تو
نتیجہ کا فرق صحیح نتیجے کے دو ہزارویں حصے کے اندر ہی
ہوگا۔ یعنی جو رقص ایک ثانیہ میں جھولتا ہے اگر اسکا
پینگ بہت چھوٹا ہو اور دونوں جانب پانچ درجے ہو تو
ایک دن میں وہ تقریباً ۴۰ ثانیہ پیچھے رہ جائے گا۔

۱۶۳۔ بسیط رقص جس کا میان اوپر ہوا ایک خیالی
چیز ہے۔ عملاً رقص میں ایک رسی سے ایک گولابندھا
ہوتا ہے۔ رسی کی کمیت اگرچہ کم ہوتی ہے لیکن صفر

نہیں ہوتی اور گولے کو ہم ذرہ نہیں کہہ سکتے۔
 ہمارا کوئی رقاص خواہ کسی شکل کا ہو اس کا
 بسیط مساوی رقاص وہ رقاص ہے جس کی مدت
 امتیاز ہمارے رقاص کے مساوی ہو۔ کسی استوار جسم اور
 اس کے بسیط مساوی رقاص کے باہمی تعلق پر ہم اس
 کتاب کی حدود کے اندر بحث نہیں کر سکتے تاہم یہ بات
 قابل ذکر ہے کہ اگر ایک پتلی یکساں سلخ کا ایک سر
 ثابت ہو اور وہ رقاص کی طرح جھولے تو اس کی مدت
 امتیاز اس بسیط رقاص کی مدت کے مساوی ہوگی جس کا
 طول سلخ کے طول کا دو ثلث ہو۔

۱۶۴۔ اسراع بجاذبہ ارض۔ نیوٹن نے قدرت

کا یہہ بنیادی قانون دریافت کیا کہ ہر ایک ذرہ ہر ایک
 دوسرے ذرے کو ایک ایسی قوت سے کھینچتا ہے جو
 اسی طرح بدلتی ہے جس طرح ذروں کی کمیتوں کا حاصل
 ضرب اور ان کے درمیانی فاصلے کے مربع کا عکس۔
 جنہی قوتوں کی کسی کتاب کے دیکھنے سے ظاہر ہوگا کہ
 بندیدہ قانون مذکورہ بالا ثابت ہو سکتا ہے کہ اگر ایک ذرہ
 ایک کرے کے باہر ہو تو کرے کی جنہی قوت ذرے پر
 اس طرح عمل کرتی ہے گویا کرے کی کل کمیت اس کے
 مرکز پر جمع ہے۔ اس لئے وہ اسراع جو اس قوت کے

اثر سے پیدا ہوا اس طرح بدلتا ہے جس طرح مرکز اور ذرے کے درمیانی فاصلے کے مربعے کا عکس۔

یہ بھی ثابت ہو سکتا ہے کہ اگر ذرہ کرے کے اندر واقع ہو تو اس پر کرے کی جذبی قوت اس طرح بدلتی ہے جس طرح مرکز سے ذرہ کا فاصلہ بدلتا ہے۔

پس اگر بلندی y پر جاذبہ ارض کی قیمت J ہو اور سطح زمین پر J ہو اور زمین کا قطر n ہو تو

$$J : J :: \frac{1}{(n+y)^2} : \frac{1}{n^2}$$

اس لئے

$$J = J \left(\frac{n}{n+y} \right)^2$$

اگر ایک کان کے اندر جس کی گہرائی g ہے جاذبہ ارض

کی قیمت J ہو تو $J = J \frac{n-g}{n}$ اس سے ظاہر ہے کہ J کی قیمت سطح زمین پر اندرون

زمین اور بیرون زمین سے زیادہ ہے۔

۱۶۵۔ اب ہم اس مسئلہ پر غور کریں گے کہ اگر بسیط رقاص

کے طول میں تھوڑی سی تبدیلی واقع ہو یا J کی قیمت

میں تھوڑی تبدیلی ہو تو رقاص کی مدت اتھراؤ پر کیا اثر ہوگا۔

اگر ایک رقاص کا طول T ہو اور وہ ایک وقت

مفروض میں n پورے اتھراؤ کرے تو ثابت کرو کہ

(۱) اگر ج بدل کر ج + ج ہو جائے تو تعداد اهتزازات

ہیں $\frac{ن}{۲} \times \frac{ج}{ج}$ کا اضافہ ہوگا

(۲) اگر رقاص کو سطح زمین سے بلندی ہی پر لے جائیں تو تعداد اهتزازات میں $\frac{ن}{۲} \times \frac{ج}{ج}$ کی کمی ہوگی جہاں زمین کا نصف قطر ہے۔

(۳) اگر اسے ایک کان کے اندر لے جائیں جس کی گہرائی گ ہے تو تعداد میں $\frac{ن}{۲} \times \frac{گ}{ج}$ کی کمی ہوگی۔

(۴) اگر اس کا طول بدل کر ط + ط ہو جائے تو تعداد میں کمی $\frac{ن}{۲} \times \frac{ط}{ط}$ ہوگی۔

فرض کرو کہ پہلے مدت اهتزاز ت تھی اور تبدیلی کے بعد ت ہو گئی۔ اور فرض کرو کہ وقت مفروض میں اهتزاز کی نئی تعداد ن ہے تو

$$ن ت = ت ن$$

$$(۱) \text{ اس صورت میں } ت = \pi^۲ \left[\frac{ط}{ج} \right]$$

$$\text{اور } ت = \pi^۲ \left[\frac{ط}{ج+ج} \right]$$

$$\therefore \frac{ن}{ن} = \frac{ت}{ت} = \left[\frac{ج}{ج+ج} + ۱ \right] = \frac{۱}{۲} + ۱ = \frac{۳}{۲} \text{ تقریباً } \frac{ج}{ج}$$

[بذریعہ مسئلہ ثنائی ، $\frac{ج}{ج}$ کا مربع اور باقی رقمیں نظر انداز کی گئی ہیں]

اس لئے تعداد اهتزازات میں اضافہ = ن - ن = ن - $\frac{ن}{۲} \times \frac{ج}{ج}$
اگر ج بدل کر ج - ج ہو جائے تو اسی طرح تعداد
اهتزازات میں کمی = $\frac{ن}{۲} \times \frac{ج}{ج}$ -

(۲) اگر بندی ی پر ج کی قیمت ج - ج ہو تو

$$\frac{ج - ج}{ج} = \frac{۲}{(۲ + ی)} = (۱ + \frac{ی}{۲})^{-۲}$$

$$= ۱ - \frac{۲ ی}{۲} \text{ تقریباً}$$

$$ج = \frac{۲ ی}{ج}$$

اس لئے جیسا کہ صورت (۱) میں معلوم ہوا تعداد اهتزازات
میں کمی $\frac{ن ی}{۲}$ ہوگی -

(۳) اگر گہرائی پر ج کی قیمت ج - ج ہو تو
ج - ج : ج :: ر - ر : گ

۲: تعداد اهتزازات میں کمی = $\frac{ن}{۲} \times \frac{ج}{ج} = \frac{ن}{۲} \times \frac{ج}{ر}$

(۴) اگر طول ط بدل کر ط + ط ہو جائے تو

$$۲: ط = \frac{ط}{\frac{ط}{ج}}$$

اور ت = $\pi^2 = \frac{b+b}{c}$

$$\text{تقریباً } \frac{b}{b} \cdot \frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2} - \left(\frac{b}{b} + 1\right) = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2}.$$

اس لئے تعداد اهتزازات میں کمی = $N - N = \frac{N}{P} \times \frac{P}{P}$
 اس مسئلہ سے ظاہر ہے کہ اگر ثانیہ کے ایک رقاص
 کو سطح زمین سے کسی پہاڑ پر یا کان کے اندر لے جائیں
 تو پہاڑ کی بندی یا کان کی گہرائی تعداد اهتزازات کی کمی سے
 معلوم ہو سکتی ہے۔

۱۶۶۔ مثال (۱) سطح زمین پر ایک رقص کی مدت
اتہزاز ایک ثانیہ ہے۔ اگر اسے پانچ میل بلند پہاڑ کی
چوٹی پر بجائیں تو دریافت کرو کہ ایک دن میں کتنے ثانیوں کی
گنی ہوگی ؟

یہ تسلیم کر لیا جائے کہ زمین کا نصف قطر ... ۴ میل ہے۔
فرض کرو کہ سطح سمندر پر اور پہاڑ کی چوٹی پر اسراع یکاذہ
ارض بالترتیب ج اور ج ہے تو

$$\frac{1}{(s \dots)} : \frac{1}{(s \dots)} :: \zeta : \zeta$$

$$\gamma\left(\frac{A..1}{A..}\right) = \gamma\left(\frac{F..5}{F...}\right) = \frac{7}{7} = 1$$

چونکہ سطح زمین پر مدت اهتزاز ایک ثانیہ ہے اس لئے

$$(۱) \dots \dots \dots \left[\frac{ط}{ج} \right] \pi = ۱$$

اگر پہاڑ کی چوٹی پر مدت ت ہو تو

$$(۲) \dots \dots \dots \left[\frac{ط}{ج} \right] \pi = ت$$

(۲) کو (۱) پر تقسیم کرنے سے

$$ت = \left[\frac{ج}{ج} \right] = \frac{۸۰۱}{۸۰۰}$$

اس لئے پہاڑ کی چوٹی پر ایک دن میں تعداد اهتزازات

$$\frac{۸۰۰}{۸۰۱} \times ۸۶۳۰۰ = \frac{۸۶۳۰۰}{ت} =$$

$$۸۶۳۰۰ = \frac{۱}{\frac{۱}{۸۰۰} + ۱} \times ۸۶۳۰۰ = (۱ + \frac{۱}{۸۰۰})^{-۱}$$

$$= ۸۶۳۰۰ (۱ - \frac{۱}{۸۰۰}) \text{ تقریباً}$$

$$= ۸۶۳۰۰ - ۱۰۸$$

اس لئے تعداد اهتزازات میں ۱۰۸ کی کمی ہوگی

مثال (۲) ثانیہ کا ایک ناقص رقاص ایک دن میں

۲۰ ثانیہ سنست ہو جاتا ہے - دریافت کرو کہ اس کو درست

کرنے کے لئے اس کے طول میں کیا تبدیلی لگی جائے؟

یہ رقاص ۸۶۳۰۰ ثانیوں میں ۸۶۳۸۰ دفعہ جھولتا ہے

یعنی اس کی مدت اتھنزاز = $\frac{۸۶۴۰}{۸۶۳۸}$ ثانیہ
اس لئے اگر اس کا طول ط ہو تو

$$(۱) \dots\dots\dots \left[\frac{ط}{ج} \right] \pi = \frac{۸۶۴۰}{۸۶۳۸}$$

اگر اس مقام پر ثانیہ کے رقااص کا صحیح طول ط + لا ہو تو

$$(۲) \dots\dots\dots \left[\frac{ط+لا}{ج} \right] \pi = ۱$$

(۱) کے مربع کو (۲) کے مربع میں سے تفریق کرنے سے

$$\frac{لا}{ج} \times \pi^2 = \left(\frac{۸۶۴۰}{۸۶۳۸} \right)^2 - ۱$$

$$\therefore لا = \left[۱ - \left(\frac{۸۶۴۰}{۸۶۳۸} \right)^2 \right] \frac{ج}{\pi^2}$$

$$= \left[۱ - \left(\frac{۲}{۸۶۴۰} - ۱ \right) \right] \frac{ج}{\pi^2} =$$

$$\text{تقریباً} \left[۱ - \frac{۲}{۸۶۴۰} + ۱ \right] \frac{۲۶ \times ۳۲}{۲۲} =$$

$$\text{فٹ} \frac{۲۹}{۲۶۰ \times ۱۲۱} = \frac{۲}{۸۶۴۰} \times \frac{۲۹ \times ۳۲}{۲۸۴} =$$

اس لئے رقاص کے طول میں بقدر ۱۰۱۸ لہج کمی کرنی چاہئے

۱۶۷۔ چاند کی حرکت کے ذریعہ قانون

جاذبہ ارض کی تصدیق۔

یہہ تسلیم کر کے کہ چاند کی گردش زمین کے گرد جاذبہ ارضی کی وجہ سے ہے ہم چاند کی پوری گردش کی مدت معلوم کر سکتے ہیں اور اس کے ذریعہ سے ہم قوت جاذبہ ارض کی تصدیق کر سکتے ہیں۔

فرض کرو کہ زمین کی قوت جاذبہ کی وجہ سے چاند کا اسراع ع ہے تو چونکہ دونوں جسموں کے مرکوز کا درمیانی فاصلہ زمین کے نصف قطر کا ۶۰ گنا ہے اس لئے

$$ع : ج :: \frac{1}{(60 \cdot N)} : \frac{1}{N}$$

جہاں ن زمین کا نصف قطر ہے۔

$$یعنی ع = \frac{ج}{۳۶۰۰}$$

فرض کرو کہ چاند کی رفتار زمین کے گرد ر ہے

تو بموجب دفعہ ۱۳۵

$$\frac{ج}{۳۶۰۰} = ع = \frac{ر}{۶۰ \cdot N}$$

$$\frac{ج ن}{۶۰} = ۲۵$$

اس لئے چاند کی گردش کی مدت

$$= ۲۷ \times ۶۰ \div ن$$

$$= ۲۷ \times ۶۰ \times \left[\frac{ن}{ج} \right] \text{ ثانیہ}$$

زمین کے نصف قطر کو ۳۰۰۰ میل تسلیم کر کے اور ج کو ۳۲۵۲ مان کر یہ مدت ۲۷۶۴ دن ہوتی ہے۔ اور چاند کی گردش کی مدت جو نظر آتی ہے وہ بھی تقریباً یہی ہے۔

امثلہ نمبری (۲۸)

(۱) ایک رقاص کی مدت اتنا ہزار گریچ میں ایک ثانیہ ہے اور وہاں ج کی قیمت ۳۲۵۲ ہے۔ اب اس رقاص کو کسی دوسرے مقام پر لیجاتے ہیں جہاں یہہ ۲۰ ثانیہ فی یوم سست ہو جاتا ہے۔ دوسرے مقام پر ج کی کیا قیمت ہوگی؟

(۲) ایک رقاص ایک مقام پر ۱۰ ثانیہ فی یوم تیز ہو جاتا ہے۔ دونوں مقاموں پر اسراع بجاذبہ ارض معلوم کرو۔

(۳) اگر یہ تسلیم کریا جائے کہ فٹ ثانیہ اکائیوں میں ج کی قیمت خط استوا اور قطب شمالی پر بالترتیب ۳۲۵۰۹ اور ۳۲۱۲۵ ہے تو دریافت کرو کہ جو رقاص خط استوا پر

علم حرکت ۳۹۳ باب یازدہم

ایک ثانیہ میں جھولتا ہے وہ قطب شمالی پر کتنے ثانیہ فی یوم تیز ہو گا؟

(۴) ایک کلاک جس میں ثانیہ کا رقاص لگا ہے ایک دن میں ۹ ثانیہ سست ہو جاتا ہے۔ دریافت کرو کہ رقاص کے طول میں کیا تبدیلی کی جائے؟

(۵) ایک کلاک ۵ ثانیہ فی یوم تیز ہو جاتا ہے۔ بتلاؤ کہ اس کو کس طرح درست کیا جائے؟

(۶) اگر ثانیہ کے ایک رقاص کا طول بقدر $\frac{1}{100}$ زیادہ کر دیا جائے تو دریافت کرو کہ ایک دن میں تعدادِ ہتزازات میں کس قدر کمی ہوگی؟

(۷) ایک بسیط رقاص کی مدتِ ہتزاز ایک ثانیہ ہے۔ اس کا طول بقدر $\frac{1}{100}$ اونچ زیادہ کر دیا گیا ہے۔ دریافت کرو کہ ۲۴ گھنٹوں میں کتنے ثانیوں کی کمی ہوگی؟

(۸) ایک بسیط رقاص ۳۳ ثانیوں میں پورے ۲۱ پینگ لیتا ہے۔ جب اس کے طول کو بقدر ۶۸۷۵ ۳۷۱ سینٹی میٹر کم کر دیا جائے تو وہ ۳۳ ثانیوں میں ۲۱ کامل ہتزاز کرتا ہے۔ ج کی قیمت دریافت کرو۔

(۹) لوہے کے ایک باریک تار سے ایک وزنی گولہ لٹکا کر ثانیہ کا ایک بسیط رقاص بنایا گیا ہے۔ اگر رقاص حرارت کے صفر درجہ سینٹی گریڈ پر صحیح ہو تو دریافت کرو کہ ۲۴ گھنٹوں میں ۲۰ درجہ سینٹی گریڈ پر کتنے ثانیوں کی

کمی یا زیادتی ہوگی۔ یہہ معلوم ہے کہ حرارت کی استدر زیادتی سے لوہے کا طول بقدر ۲۳۳...۲۳۳۰۰۰ فی ۱ کائی بڑھ جاتا ہے۔
(۱۰) اگر ثانیہ کا ایک رقص ایک کان کی تہ پر ۱۰ ثانیہ فی یوم سست ہو جائے تو کان کی گہرائی معلوم کرو اور یہہ بھی دریافت کرو کہ کان کی گہرائی کے نصف پر رقص کس قدر سست ہو گا؟

(۱۱) ایک کلاک سطح زمین پر ۱۰ ثانیہ فی یوم تیز ہو جاتا ہے اور ایک کان کی تہ پر ۱۰ ثانیہ فی یوم سست ہو جاتا ہے۔ کان کا عمق دریافت کرو اور سطح زمین پر اور کان کی تہ پر جو اسراع بجاذبہ ارض ہیں ان کا مقابلہ کرو۔
(۱۲) اگر ثانیہ کے ایک رقص کو نصف میل بلند پہاڑ کی چوٹی پر لیجائیں تو ایک دن میں کتنے سیکنڈ سست ہو جائے گا؟

یہہ تسلیم کر لیا جائے کہ پائے کوہ سے زمین کے مرکز کا فاصلہ ۴۰۰۰ میل ہے۔

یہہ بھی دریافت کرو کہ رقص کا طول کس قدر کم کیا جائے کہ پہاڑ کی چوٹی پر بھی مدت ہتزاز ایک ثانیہ رہے۔
(۱۳) اگر ایک پہاڑی کی چوٹی پر ۲۴ گھنٹے میں ثانیہ کے رقص کی تعداد ہتزازات میں ۱۰ کی کمی ہو تو ثبات کرو کہ پہاڑی کی بلندی ۲۴۵ x ۱۰ فٹ ہوگی۔

(۱۴) ایک غبارہ یکساں اسراع سے اوپر چڑھتا ہے اور

ایک منٹ میں ۹۰۰ فٹ کی بلندی تک پہنچ جاتا ہے۔
غبارے میں ایک کلاک ہے جس میں ثانیہ کا رقاص
لگا ہے۔

ثابت کرو کہ کلاک ۲۸ ثانیہ فی ساعت کے حساب سے
تیز ہوتا جائے گا۔

(۱۵) پیجرے کی شکل کا ایک لفٹ اکائی اسراع سے
نیچے اتر رہا ہے۔ اس میں ایک کلاک ہے جس کا رقاص
ثانیہ کا وقت دیتا ہے۔ ثابت کرو کہ کلاک بشع ۵۶ ثانیہ
فی ساعت سست ہو جائیگا۔

(۱۶) اگر ثانیہ کا ایک رقاص زمین سے اٹھا کر چاند پر لجائیں
تو ثابت کرو کہ وہاں اس کی مدت اہتر از $\frac{1}{4}$ ۲ ثانیہ ہوگی۔
یہہ تسلیم کر لیا جائے کہ زمین کی کمیت چاند کی کمیت
سے ۸۱ گنا ہے اور زمین کا نصف قطر چاند کے نصف
قطر سے چار گنا ہے۔

(۱۷) ایک ریل گاڑی ایک مدور منحنی پر ۶۰ میل فی
گھنٹہ کے حساب سے یکساں چل رہی ہے۔ گاڑی میں
ثانیہ کا ایک رقاص ہے جو اب ۲ منٹ میں ۱۲۱
دفعہ جھولتا ہے۔ ثابت کرو کہ منحنی کا نصف قطر ۱۳۱۷
فٹ ہے۔

(۱۸) اگر زمین یکذات کرہ ہو اور سطح زمین سے مرکز تک
ایک نلی لگی ہو تو اس نلی میں سطح سے مرکز تک

علم حرکت ۳۹۶ باب یازدہم

ایک ذرہ وقت تا میں جاتا ہے۔ اگر سطح مرکز تک
قوت جاذبہ ارض یکساں رہے تو ذرہ وقت تا میں
مرکز تک پہنچتا ہے۔ ثابت کرو کہ

$$تا : تا :: \pi : 2\pi$$

(۱۹) ایک بسیط رقاص قوت جاذبہ ارض کے زیر عمل
اس طرح جھولتا ہے کہ جب رسی عمودی ہوتی ہے
اس وقت اس کا تناؤ رقاص کے گولے کے وزن
سے دو چند ہوتا ہے۔ ثابت کرو کہ سمت عمودی سے
رسی کا بڑے سے بڑا میلان $\frac{\pi}{2}$ ہے۔

(۲۰) ۸ فٹ لمبی رسی سے ایک جسم لٹک رہا ہے
اور ۳ انچ کے فاصلے تک جھولتا ہے۔ مدت اهتزاز
مہ یافت کرو اور یہ بھی معلوم کرو کہ پینگ کے دونوں
سروں پر اسراع کیا ہونگے اور وسط میں رفتار کیا ہوگی؟



باب دوازدهم

اکائیوں اور ابعاد

۱۶۸۔ جب ہم کسی خاص شے کی مقدار کا اندازہ لگانا چاہتے ہیں تو ہم اسے اسی قسم کی کسی اکائی کی رقموں میں بیان کرتے ہیں۔ یعنی اس میں دو باتوں کا بیان ضروری ہے اول ہماری اکائی دوم یہ کہ اس خاص مقدار میں ایسی کتنی اکائیاں ہیں یعنی اس مقدار کی اکائی سے کیا نسبت ہے۔

یہ نسبت، اکائی کی رقموں میں اس مقدار کی ناپ کہلاتی ہے۔

مثلاً اگر ہم کسی آدمی کے قد کو بیان کرنا چاہیں تو ہم کہہ سکتے ہیں کہ یہ چھ فٹ ہے۔ یہاں فٹ ہماری اکائی ہے اور چھ، ناپ ہے۔ ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ اس آدمی کا قد ۲ گز یا ۷۲ انچ ہے۔

مختلف اکائیوں کے استعمال کرنے سے ناپ مختلف ہوگی۔ لیکن اگر ہم کسی چیز کی ناپ کو اکائی سے ضرب دیں تو

علم حرکت ۳۹۸ باب دوازدهم

حاصل ضرب تمام صورتوں میں مساوی ہونگے (مثلاً اگر = ۲۰ فٹ

= ۲۰ فٹ) پس اگر کسی طبیعی مقدار کے اندازے کے لئے اکائیاں
[ک] اور [ک] استعمال کی جائیں اور ان دونوں صورتوں
میں ٹاپ بالترتیب ن اور ن ہوں تو
ن [ک] = ن [ک]

اس لئے [ک] : [ک] :: $\frac{1}{ن}$: $\frac{1}{ن}$
لہذا بموجب تعریف تبدیل

[ک] \propto $\frac{1}{ن}$

یعنی وہ اکائی جس کی رقموں میں کسی مقدار کا اندازہ لگایا
جائے اس طرح بدلتی ہے جس طرح ٹاپ کا عکس۔ اور ٹاپ
اس طرح بدلتی ہے جس طرح اکائی کا عکس۔
۱۶۹۔ ایک خط مستقیم کا صرف طول ہوتا ہے اس کی
چوڑائی اور موٹائی نہیں ہوتی۔ اس لئے یوں کہا جاتا ہے کہ
خط مستقیم کا ایک بعد طول میں ہے۔

اگر ہم کوئی رقبہ لیں تو اس کی لمبائی بھی ہوگی اور چوڑائی
بھی۔ لیکن موٹائی نہیں ہوگی۔ اس لئے یوں کہا جاتا ہے
کہ رقبے کے دو بعد طول میں ہیں۔ رقبے کی اکائی عموماً
وہ ہوتی ہے جس کی لمبائی اور چوڑائی طول کی اکائی کے

مساوی ہو۔ پس اگر ہم طول کی دو مختلف اکائیاں لیں جن کی نسبت ل : ۱ ہو تو ان کے مطابق رقبے کی اکائیاں ل^۲ : ۱ کی نسبت میں ہوں گی۔ یعنی اگر رقبے کی اکائی کو [ل] سے اور طول کی اکائی کو [ط] سے تعبیر کریں تو

مثلاً ایک فٹ میں ۱۲ انچ ہوتے ہیں لیکن ایک مربع فٹ میں ۱۴۴ مربع انچ ہوتے ہیں۔

اگر ہم حجم کو لیں تو اس میں لمبائی چوڑائی موٹائی تینوں ہوتی ہیں۔ اس کو یوں کہا جاتا ہے کہ حجم کے تین بعد طول میں ہیں۔ حجم کی اکائی وہ ہے جس کی لمبائی چوڑائی موٹائی طول کی اکائی کے مساوی ہو۔ رقبے کی صورت کی طرح اگر [ح] حجم کی اکائی کو تعبیر کرے تو

$$[ح] \propto [ط]^3$$

چونکہ رقبے اور حجم کی اکائیاں طول کی اکائی پر منحصر ہیں اس لئے ان کو مآخوذ اکائیاں کہتے ہیں اور طول کی اکائی اساسی اکائی کہلاتی ہے۔

ایک اور اساسی اکائی وقت کی اکائی ہے۔ اس کو عام طور پر [و] سے تعبیر کرتے ہیں۔ وقت کی کسی مدت کا بعد وقت کے لحاظ سے ایک ہے۔

علم حرکت ۴۰۰ باب دوازدهم

تیسری اساسی یا مطلق اکائی کمیت مادہ کی اکائی ہے۔ اسکو [ک] سے تعبیر کرتے ہیں۔ مادے کی کسی مقدار کا بعد بلحاظ کمیت مادہ کے ایک ہے۔

یہ تینوں بنیادی اکائیاں ہیں۔ باقی تمام اکائیاں چونکہ ان تینوں پر منحصر ہیں اس لئے ماخوذ اکائیاں کہلاتی ہیں۔ (۱۷۰) دفعہ (۹) میں رفتار کی اکائی کی تعریف یوں کی گئی

ہے:-
اگر ایک نقطہ وقت کی اکائی میں طول کی اکائی طے کرے تو اس نقطے کی رفتار کو رفتار کی اکائی کہتے ہیں۔
پس اگر وقت کی اکائی یا طول کی اکائی یا دونوں میں تبدیلی واقع ہو تو رفتار کی اکائی بھی بالعموم بدل جائے گی۔
مثلاً فرض کرو کہ طول کی اکائی ایک فٹ سے بدل کر ۲ فٹ ہو جاتی ہے اور وقت کی اکائی ایک ثانیہ سے ۳ ثانیہ ہو جاتی ہے۔ تو رفتار کی نئی اکائی ایک ایسے نقطے کی رفتار ہوگی جو ۳ ثانیہ میں ۲ فٹ طے کرتا ہے۔ یعنی جو ایک ثانیہ میں ۱ فٹ طے کرتا ہے۔ پس رفتار کی یہ اکائی پہلی اکائی کا دوثلث ہے۔

اسی طرح اگر ایک متحرک جسم کی رفتار کی تبدیلی وقت کی ایک اکائی میں رفتار کی اکائی کے مساوی ہو تو یہ کہا جاتا ہے کہ اس جسم کی حرکت میں اسراع کی ایک اکائی ہے۔ اس لئے اسراع کی اکائی کا انحصار رفتار اور وقت کی اکائیوں

پر ہے۔ یعنی بالآخر طول اور وقت کی اکائیوں پر ہے۔
 بموجب دفعہ (۶۱) قوت کی اکائی وہ قوت ہے جو کمیت مادہ
 کی اکائی میں اسراع کی اکائی پیدا کرے۔ اسلئے کمیت مادہ کی اکائی یا اسراع
 کی اکائی بدلنے سے قوت کی اکائی بدل جائے گی۔ پس قوت
 کی اکائی بالآخر طول، وقت اور کمیت مادہ کی اکائیوں پر منحصر ہے
 ۱۷۱۔ مسئلہ۔ ثابت کرو کہ رفتار کی اکائی ایسا بدلتی
 ہے جیسا طول کی اکائی اور وقت کی اکائی کا عکس۔
 فرض کرو کہ ایک نظام میں طول، وقت اور رفتار کی اکائیاں

[ط]، [و] اور [ل] ہیں اور دوسرے
 نظام میں [ط']، [و'] اور [ل'] ہیں۔ اور فرض
 کرو کہ

[ط] = [م] [و] اور [و'] = [ن] [و]
 تب ایک جسم رفتار کی پہلی اکائی سے اس وقت
 حرکت کرتا ہے جبکہ وہ

وقت [و] میں طول [ط] طے کرے۔
 اس لئے رفتار [م] سے اسی وقت حرکت کریگا
 جبکہ وہ وقت [و] میں طول [م] طے کرے۔

بہذا رفتار $\frac{م}{ن}$ [ر] سے اس وقت حرکت کریگا

جبکہ وہ وقت ن [و] میں طول م [ط] طے کرے

یعنی رفتار $\frac{م}{ن}$ [ر] سے اس وقت حرکت کریگا جبکہ وہ

وقت [و] میں طول [ط] طے کرے۔

لیکن جب وہ وقت [و] میں طول [ط] طے کرتا ہے

اس وقت اس کی رفتار [ر] ہوتی ہے۔

$$[ر] = [ر] = \frac{م}{ن}$$

$$[ر] : [ر] :: م : ن$$

$$\frac{[و]}{[و]} : \frac{[ط]}{[ط]} ::$$

$$\frac{[ط]}{[و]} : \frac{[ط]}{[و]} ::$$

پس تبدل کی تعریف کے بموجب

$$[ر] \propto \frac{[ط]}{[و]} \text{ یعنی } [ط][و] \propto [و]^2$$

۱۷۲- مسئلہ۔ ثابت کرو کہ اسراع کی اکائی اس طرح بدلتی ہے جس طرح طول کی اکائی اور وقت کی اکائی کے مربے کا عکس۔

طول اور وقت کی اکائیاں حسب دفعہ ۱۷۱ لو اور

فرض کرو کہ $[ع]$ اور $[ع']$ ان کے مطابق اسراع کی اکائیاں ہیں۔

تب ایک جسم کی حرکت میں اسراع کی پہلی اکائی $[ع]$ اس وقت ہوتی ہے

جبکہ وقت $[و]$ میں رفتار $[ط]$ فی $[و]$ کا اضافہ ہوتا ہے

لہذا اسراع $[ع]$ اس وقت ہوگا

جبکہ وقت $[و]$ میں رفتار $[ط]$ فی $[و]$ کا اضافہ ہو

اس لئے اسراع $\frac{[ع]}{[و]}$ اس وقت ہوگا

جبکہ وقت $[و]$ میں رفتار $[ط]$ فی $[و]$ کا اضافہ ہو

اس لئے اسراع $\frac{م}{ن}$ [ع] اس وقت ہوگا
 جبکہ وقت ن [و] میں رفتار م [ط] فی ن [و] کا اضافہ ہو
 یعنی اسراع $\frac{م}{ن}$ [ع] اس وقت ہوگا

جبکہ وقت [و] میں رفتار [ط] فی [و] کا اضافہ ہو
 لیکن یہ اسراع کی نئی اکائی [ع] ہے

$$[ع] = \frac{م}{ن}$$

$$[ع] : [ع] :: م : ن$$

$$\frac{[ط]}{[و]} : \frac{[ط]}{[و]} ::$$

$$\frac{[ط]}{[و]} : \frac{[ط]}{[و]} ::$$

اس لئے بموجب تعریف تبدیل

$$[ع] \propto \frac{[ط]}{[و]} \text{ یعنی } [ط] [و] [ع]$$

۱۷۳- مثال (۱) اگر طول اور وقت کی اکائیاں فٹ اور ثانیہ سے بدل کر بالترتیب ۱۰۰ فٹ اور ۵۰ ثانیہ ہو جائیں تو دریافت کرو کہ رفتار اور اسراع کی اکائیاں کس نسبت میں بدلیں گی ؟

۱۰۰ فٹ فی ۵۰ ثانیہ کی رفتار ، رفتار کی نئی اکائی ہوگی۔
اور یہہ ۲ فٹ فی ثانیہ کی رفتار ہے۔ اس لئے رفتار کی نئی اکائی رفتار کی پہلی اکائی سے دوگنی ہے۔
ایک جسم کی حرکت میں اسراع کی نئی اکائی اس وقت ہوگی جبکہ ۵۰ ثانیہ میں ۱۰۰ فٹ فی ۵۰ ثانیہ کی رفتار کا اضافہ ہو۔

یعنی جبکہ ۵۰ ثانیہ میں ۲ فٹ فی ثانیہ کی رفتار کا اضافہ ہو۔
یعنی جبکہ ایک ثانیہ میں $\frac{1}{25}$ فٹ فی ثانیہ کی رفتار کا اضافہ ہو۔
پس اسراع کی نئی اکائی اسراع کی پہلی اکائی کا $\frac{1}{25}$ ہے۔
یا بطرز دیگر۔ دفعات (۱۷۱) و (۱۷۲) کا طریق کتابت لو۔
نتیجہ

$$[ط] = [۱۰۰] \text{ اور } [و] = [۵۰]$$

$$۲ = [۵۰] \times ۱۰۰ = \frac{[و][ط]}{[و][ط]} = \frac{[ر]}{[ر]}$$

$$\frac{1}{25} = \frac{۱۰۰}{۲۵۰۰} = [۵۰] \times ۱۰۰ = \frac{[و][ط]}{[و][ط]} = \frac{[ع]}{[ع]} \text{ اور}$$

یعنی رفتار اور اسراع کی نئی اکائیاں - پہلی اکائیوں سے
بالتربیب دوگنی اور $\frac{1}{45}$ ہیں -
مثال (۲) - اگر اسراع بجاذبہ ارض کی قیمت فٹ ثانیہ
کے نظام میں ۳۲۶۲ ہو تو اس کی قیمت گز دقیقہ کے
نظام میں دریافت کرو -

ایک گرتے ہوئے جسم کی رفتار میں ایک ثانیہ میں ۳۲۶۲
فٹ فی ثانیہ کی رفتار کا اضافہ ہوتا ہے -
تو ایک دقیقہ میں ۳۲۶۲×۶۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار کا
اضافہ ہوگا -

یعنی ایک دقیقہ میں ۳۲۶۲×۶۰ فٹ فی دقیقہ کی رفتار
کا اضافہ ہوگا -

اس لئے ایک دقیقہ میں $۳۲۶۲ \times \frac{۶۰}{۳}$ گز فی دقیقہ
کی رفتار کا اضافہ ہوگا -

$$\therefore \text{قیمت مطلوبہ} = \frac{۳۲۶۲ \times ۶۰}{۳} = ۳۸۶۴۰$$

اس سوال کا مختصر حل یہ ہے -
فرض کرو کہ قیمت مطلوبہ لا ہے -

$$\text{تو لا} \times [ع] = [ع] ۳۲۶۲$$

$$\therefore \text{لا} = \frac{[ع]}{[ع]} \times ۳۲۶۲ = \frac{[ط][و]}{[ط][و]} \times ۳۲۶۲$$

$$\frac{2}{3} \times 3252 = \frac{1}{27(40) \times 3} 3252 =$$

$$38620 =$$

مثال (۳)۔ اگر ایک گرتے ہوئے جسم کا اسراع بطور اسراع کی اکائی کے لیا جائے اور جو رفتار کہ گرتا ہوا جسم ایک منٹ میں حاصل کرے وہ رفتار کی اکائی ہو تو طول اور وقت کی اکائیاں دریافت کرو۔
دفعات (۱۷۱) و (۱۷۲) کا طریق کتابت استعمال کرو۔

$$\text{تب } 1 \times [ع] = 32 \times [ع]$$

$$[ط] [و] = [ط] \times 32 = [و] \dots (۱)$$

فٹ ثانیہ اکائیوں میں جو رفتار ایک منٹ میں حاصل ہو

$$32 \times 60 = 1920$$

$$\text{اس لئے } 1 = [ر] \times 32 \times 60$$

$$\text{یعنی } 1 = [و] [ط] \times 32 \times 60 \dots (۲)$$

ساوات (۲) کے مرتبے کو (۱) پر تقسیم کرنے سے

$$[ط] = \frac{1920}{32} = 60 \text{ فٹ}$$

$$\text{پس بذریعہ (۲) } \frac{1}{32 \times 60} = \frac{[ط]}{[و]} = \frac{[و]}{[و]} \dots (۲)$$

∴ [۹] = ۶۰ [۵] = ۶۰ ثانیہ = ایک دقیقہ

امثلہ نمبری (۲۹)

- (۱) اگر طول کی اکائی ایک میل ہو اور وقت کی اکائی ایک دقیقہ ہو تو رفتار اور اسراع کی اکائیاں دریافت کرو۔
 (۲) اگر طول کی اکائی ایک میل ہو اور وقت کی اکائی ۴۰ ثانیہ ہو تو رفتار اور اسراع کی اکائیاں دریافت کرو۔
 (۳) اگر رفتار کی اکائی ۳۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار ہو اور وقت کی اکائی ایک منٹ ہو تو طول اور اسراع کی اکائیاں معلوم کرو۔

(۴) اگر ایک بلا تکلف گرنے والے جسم کا اسراع بطور اسراع کی اکائی کے استعمال کیا جائے اور وقت کی اکائی ۵ ثانیہ ہو تو ثابت کرو کہ رفتار کی اکائی ۱۶۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار ہے۔

- (۵) اگر اسراع بجا ذبہ ارض کی قیمت ۱۴ رکھی جائے اور وقت کی اکائی ۵ ثانیہ ہو تو طول کی اکائی کیا ہوگی؟
 (۶) اگر رفتار کی اکائی ۳ میل فی گھنٹہ کی رفتار ہو اور وقت کی اکائی ایک منٹ ہو تو طول کی اکائی دریافت کرو۔
 (۷) اگر ایک گرتے ہوئے جسم کا اسراع بطور اسراع کی اکائی کے لیا جائے اور جو رفتار یہ جسم ۵ ثانیہ میں حاصل کرے وہ رفتار کی اکائی ہو تو ثابت کرو کہ طول اور وقت کی

اکائیاں بالترتیب ۸۰۰ فٹ اور ۵ ثانیہ ہونگی۔

(۸) اسراع بجاذبہ ارض کی قیمت دریافت کرو۔

(۱) جب طول اور وقت کی اکائیاں ایک فٹ اور

نصف ثانیہ ہوں۔

(۲) جب یہہ اکائیاں ایک میل اور ۱۱ ثانیہ ہوں۔

(۳) جب یہہ اکائیاں ۱۰ گز اور ۱۰ منٹ ہوں۔

(۹) اسراع بجاذبہ ارض کی قیمت دریافت کرو جب طول

اور وقت کی اکائیاں سینٹی میٹر اور منٹ ہوں۔ یہہ تسلیم
کریا جائے کہ ایک میٹر ۳۹۳۷ انچ کے مساوی ہے۔

(۱۰) اسراع بجاذبہ ارض کی قیمت فٹ ثانیہ اکائیوں میں

۳۲ ہے۔ اگر وقت اور طول کی اکائیاں گھنٹہ کا $\frac{1}{3600}$

اور سینٹی میٹر ہوں تو اس اسراع کی قیمت دریافت کرو۔

یہہ معلوم ہے کہ ایک سینٹی میٹر = ۲۸.۳ فٹ

(۱۱) اگر ۱۰ ایکڑ کے کھیت کا رقبہ ۱۰۰ ہو اور ایک گرتے

ہوے جسم کا اسراع $\frac{1}{2} \times ۵۸$ ہو تو وقت کی اکائی دریافت

کرو۔

۴۱۷۔ ابعاد۔ تعریف۔ جب ہم یہہ کہتے ہیں کہ

ایک طبعی مقدار کے ابعاد طول، وقت اور کمیت مادہ میں عہدہ

اور جبہ ہیں تو اس سے ہمارا یہہ مطلب ہوتا ہے کہ اس

مقدار کے ناپنے کی اکائی اس طرح بدلتی ہے جس طرح

[ط] [و] [ک] جہ

مثلاً دفعات (۱۷۱) و (۱۷۲) کے نتائج اس طرح بیان ہوتے ہیں کہ رفتار کے ابعاد طول میں ۱ اور وقت میں ۱ ہیں اور اسراع کے ابعاد طول میں ۱ اور وقت میں ۲ ہیں۔ دفعات (۱۷۱) و (۱۷۲) میں صراحت کے ساتھ بیان ہوا، لیکن یہ نتائج زیادہ آسانی اور اختصار کے ساتھ بھی حاصل ہو سکتے ہیں جیسا کہ دفعہ آئندہ سے ظاہر ہو گا۔

۱۷۵- (۱) رفتار۔ فرض کرو کہ ایک نقطے کی رفتار کی عددی قیمت $\frac{1}{r}$ ہے اور وہ ایسے وقت میں جس کی عددی قیمت $\frac{1}{t}$ ہے ایک ایسا فاصلہ طے کرتا ہے جسکی عددی قیمت $\frac{1}{f}$ ہے تو

$$f = \frac{1}{r} \times \frac{1}{t}$$

اگر طول، وقت اور رفتار کی اکائیاں [ط]، [و] اور [ر] ہوں تو حسب طریق دفعہ (۱۶۸)

$$f = \frac{1}{[r]} \times \frac{1}{[t]}, \quad r = \frac{1}{[r]} \times \frac{1}{[t]} \quad \text{اور} \quad t = \frac{1}{[r]} \times \frac{1}{[t]}$$

$$\frac{1}{[r]} \times \frac{1}{[t]} = \frac{1}{[r]} \times \frac{1}{[t]}$$

پس [ر] \times [ط] [و] [ر]

(۲) اسراع۔ فرض کرو کہ ایک ذرہ اسراع سے

علم حرکت

۴۱۱

باب دوازدہم

حرکت کرتا ہے اور وقت نہ میں رفتار نہ حاصل کرتا ہے تو
ث = س ز

اگر [ع] اسراع کی اکائی کو تعبیر کرے تو

س ∞ $\frac{1}{[ع]}$

ث ∞ $\frac{1}{[ر]}$ ∞ $\frac{1}{[ع]}$ $\frac{1}{[و]}$

پس [ع] ∞ [ر] [و] ∞ [ط] [و]^۲

(۳) کثافت - قرض کرو کہ ایک جسم کی کثافت ڈ ہے
اور اس کی کمیت مادہ گ ہے اور حجم خ ہے تو
گ = خ ڈ

اگر [ث] اور [ح] کثافت اور حجم کی اکائیاں ہوں تو

ڈ ∞ $\frac{1}{[ث]}$ اور خ ∞ $\frac{1}{[ح]}$

ث ∞ $\frac{1}{[ک]}$ ∞ $\frac{1}{[ث]}$ $\frac{1}{[ح]}$

ث ∞ [ث] ∞ [ک] [ح] ∞ [ک] [ط]^۳

اگر جسم بہت پتلا ہو ایسا کہ اسے محض سطح سمجھ سکیں تو
 حسب طریق بالا سطحی کثافت کی اکائی ∞ [ک] [ط] [۱]^۲
 اسی طرح اگر جسم ایسا ہو کہ اس کی چوڑائی اور موٹائی نظر انداز
 ہو سکے یعنی جسم ایک مادی خط ہو تو

خطی کثافت کی اکائی ∞ [ک] [ط] [۱]^۱
 (۴) قوت۔ اگر ظ ایسی قوت ہو جو کثیت مادہ گ میں
 اسراع میں پیدا کرے تو $\phi = گ$ س
 پس اگر [ق] قوت کی اکائی کو تعبیر کرے تو
 [ق] ∞ [ک] [ع] ∞ [ک] [ط] [و] [۱]^۲

(۵) معیار حرکت۔ اگر کثیت مادہ گ کا ایک جسم رفتار
 ϕ سے حرکت کر رہا ہو اور اس کا معیار حرکت مح ہو تو
 $\phi = گ$ ر

پس اگر [م] معیار حرکت کی اکائی ہو
 تو [م] ∞ [ک] [ر] ∞ [ک] [ط] [و] [۱]^۱

(۶) صدمہ۔ اگر ایک قوت ϕ کا صدمہ وقت زمیں

علم حرکت ۴۱۳ باب دوازدہم

صم ہو تو

صم = ز ظ

پس اگر [ص] صدمہ کی اکائی ہو تو

[ص] [ق] [د] [ک] [ط] [و] ۱

اس سے ظاہر ہے کہ صدمہ اور معیار حرکت کے ابعاد

ایک ہی ہیں۔
(۷) توانائی بالفعل۔ اگر گ کیت کا ایک جسم
رفقار سے حرکت کر رہا ہو اور اس کی توانائی بالفعل
ٹ ہو تو

ٹ = ۱/۲ گ گ ۲

پس اگر [ت] توانائی بالفعل کی اکائی ہو تو

[ت] [ک] [ر] [ک] [ط] [و] ۲

(۸) کام۔ اگر ایک قوت ظ کا نقطہ عمل فاصلہ فن
طے کرے اور اگر اس قوت کے کئے ہوئے کام کو
سے تعبیر کریں تو

ی = ظ فن

پس اگر کام کی اکائی ل ہو تو

[ل] [ط] [ق] [ک] [ط] [و]'

لہذا کام اور توانائی بالفعل کے ابعاد ایک ہی ہیں
(۹) طاقت یعنی کام کرنے کی شرح - اگر طق وہ
طاقت ہو جس سے کام ہی وقت ز میں ہوتا ہے تو

$$\text{طق} = \frac{\text{ی}}{\text{ز}} = \text{ی ز}^{-1}$$

پس اگر [سط] طاقت کی اکائی ہو تو

[سط] [ل] [و] [ک] [ط] [و]'

(۱۰) زاویئی رفتار - اگر ہا ایک ایسے نقطے کی
زاویئی رفتار ہو جو رفتار \vec{r} سے ن نصف قطر والے
دائرے میں حرکت کرتا ہے تو

$$\text{ہا} = \frac{\vec{r}}{n} = \vec{r} n^{-1} \quad [\text{دفعہ } ۲۶]$$

پس اگر زاویئی رفتار کی اکائی [ھ] سے تعبیر ہو تو

$$[\text{ھ}] = [\vec{r}] [\text{ط}]^{-1} = [\text{و}]^{-1}$$

۱۷۶- مثال (۱) اگر کمیت مادہ کی اکائی ۱۱۲ پونڈ ہو

علم حرکت ۴۱۵ باب دوازدهم

اور طول کی اکائی ایک میل ہو اور وقت کی اکائی ایک منٹ ہو تو قوت کی اکائی دریافت کرو۔
 بموجب دفعہ (۶۱) قوت کی اکائی وہ قوت ہے جو کمیت مادہ کی اکائی میں اسراع کی اکائی پیدا کرتی ہے۔
 یعنی جو ۱۱۲ پونڈ میں ایک میل فی منٹ فی منٹ کا اسراع پیدا کرتی ہے۔

یعنی ۱۱۲ پونڈ میں $\frac{1}{4}$ میل فی ثانیہ فی منٹ کا اسراع پیدا کرتی ہے

یعنی ۱۱۲ پونڈ میں $\frac{1}{4}$ میل فی ثانیہ فی ثانیہ " " "

یعنی ۱۱۲ پونڈ میں $\frac{3 \times 1440}{40 \times 40}$ فٹ فی ثانیہ فی ثانیہ " " "

یعنی ۱ پونڈ میں $\frac{112 \times 3 \times 1440}{40 \times 40}$ فی ثانیہ فی ثانیہ " " "

پس قوت کی نئی اکائی = $\frac{112 \times 3 \times 1440}{40 \times 40}$ پونڈل

= $\frac{4}{15} \times 162$ پونڈل = $\frac{2}{5}$ پونڈ وزن تقریباً

یا بطرز دیگر۔ بموجب دفعہ ۱۷۵ (۴)

$$2 - (40) \times 3 \times 1440 \times 112 = \frac{2 - [د] [ط] [ک]}{2 - [د] [ط] [ک]} = \frac{[ق]}{[ق]}$$

$$162 \frac{4}{15} = \frac{3 \times 1440 \times 112}{40 \times 40} =$$

حسب سابق

مثال (۲) ایک جسم کی توانائی بافضل فٹ پونڈ ثنائیہ نظام میں ۱۰۰۰ ہے۔ اس کی قیمت میٹر گرام منٹ نظام میں دریافت کرو۔ یہ معلوم ہے کہ ایک منٹ = ۳۰.۵ سیکنڈ میٹر اور ایک پونڈ = ۴۵۰ گرام تقریباً۔ فرض کرو کہ قیمت مطلوبہ لا ہے تو

$$لا [ت] = ۱۰۰۰ [ت]$$

$$لا [ک] [ط] [د] = ۱۰۰۰ [ک] [ط] [د]$$

$$لیکن [ک] = ۴۵۰ [ک] اور ط = ۳۰.۵ [ط] اور [د] = \frac{1}{4} [د]$$

$$لا = ۱۰۰۰ \times ۴۵۰ \times [۳۰.۵] \times \frac{1}{4}$$

$$= ۱۵۰۰۰۰۰۰$$

مثال (۳) اگر رفتار کی اکائی ۱۲ فٹ فی ثنائیہ کی رفتار ہو اور اسراع کی اکائی ۲۴ فٹ ثنائیہ اکائیاں ہوں اور قوت کی اکائی ۲۰ پونڈل ہو تو کمیت مادہ اور طول اور وقت کی اکائیاں دریافت کرو۔ ساتھ ہی کام کی اکائی بھی معلوم کرو۔

$$رفتار کی اکائی [ر] = ۱۲ [ر]$$

$$یعنی [ط] [د] = ۱۲ [ط] [د] \dots (۱)$$

$$اسراع کی اکائی [ع] = ۲۴ [ع]$$

علم حرکت ۴۱۶ باب دوازدهم

یعنی [ط] [و] = ۲۴ [ط] [و] (۲)
 قوت کی اکائی [ق] = ۲ [ق]

یعنی [ک] [ط] [و] = ۲ [ک] [ط] [و] (۳)

(۲) کو (۱) پر تقسیم کرنے سے

$$[و] = ۲ [و]$$

$$[و] = \frac{1}{4} [و] = ۵ \text{ د ثانیہ}$$

(۱) کے مربع کو (۲) پر تقسیم کرنے سے

$$[ط] = \frac{۲۴}{۲۴} [ط] = ۶ [ط] = ۶ \text{ فٹ}$$

(۳) کو (۲) پر تقسیم کرنے سے

$$[ک] = \frac{۲۰}{۲۴} [ک] = \frac{۵}{۶} \text{ پونڈ}$$

پس کمیت مادہ اور طول اور وقت کی اکائیاں

$$\frac{۵}{۶} \text{ پونڈ ، } ۶ \text{ فٹ ، } \frac{۱}{۴} \text{ ثانیہ ہونگی -}$$

بموجب دفعہ ۱۷۵ (۸)

$$\frac{[ن]}{[ل]} = \frac{[ک][ط][د]}{[ک][ط][و]} = \frac{5}{4} \times (6)^2 \times (\frac{1}{4})^2$$

$$[ن] = [ل] \times \frac{5 \times 6^2 \times 4}{4} = 120 \text{ فٹ پونڈل}$$

۱۔ مثلہ نمبری (۳۰)

(۱) اگر طول کی اکائی ۳۹ انچ ہو اور وقت کی اکائی ۳ ثانیہ اور کمیت مادہ کی اکائی ۳ ہنڈرڈ ویٹ ہو تو قوت کی اکائی دریافت کرو۔

(۲) اگر کمیت مادہ، طول اور وقت کی اکائیاں بالترتیب ۱۰ پونڈ، ۱۰ فٹ اور ۱۰ ثانیہ ہوں تو قوت اور کام کی اکائیاں دریافت کرو۔

(۳) اگر طول کی اکائی ۲ فٹ ہو اور کمیت مادہ کی اکائی ایک پونڈ ہو تو وقت کی اکائی کیا ہونی چاہئے کہ قوت کی اکائی ایک پونڈ وزن ہو۔

(۴) اگر کمیت مادہ کی اکائی ایک ہنڈرڈ ویٹ ہو اور قوت کی اکائی ایک ٹن وزن ہو اور طول کی اکائی ایک میل ہو تو ثابت کرو کہ وقت کی اکائی $\frac{1}{1000} \sqrt{\frac{1}{32}}$ ثانیہ ہے۔

(۵) اگر رفتار کی اکائی ایک میل فی منٹ کی رفتار ہو۔ اور اسراع کی اکائی وہ اسراع ہو جس سے یہ رفتار منٹ

میں پہل ہو اور قوت کی اکائی نصف ٹن وزن کے مساوی ہو۔ تو طول، وقت اور کمیت مادہ کی اکائیاں دریافت کرو۔
(۶) اگر کمیت مادہ کی اکائی ایک ہنڈرڈ ویٹ ہو اور وقت کی اکائی ایک منٹ ہو اور قوت کی اکائی ایک پونڈ وزن ہو تو طول کی اکائی دریافت کرو۔

(۷) اگر قوت کی اکائی ۵ اونس وزن کے مساوی ہو اور وقت کی اکائی ایک منٹ ہو اور ۹۰ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے تعبیر ہو تو طول اور کمیت مادہ کی اکائیاں دریافت کرو۔
(۸) اگر $\frac{1}{5}$ گز طول کی اکائی ہو اور رفتار کی اکائی ایک گز فی ثانیہ کی رفتار ہو اور قوت کی اکائی ۶ پونڈل ہو تو کمیت مادہ کی اکائی دریافت کرو۔

(۹) یہہ تسلیم کر کے کہ ایک فٹ = ۳۰.۴۵ سینٹی میٹر، ایک پونڈ = ۴۵۳ گرام اور ایک گرتے ہوئے جسم کا اسراع = ۳۲ فٹ ثانیہ اکائیاں، ثابت کرو کہ

$$(۱) \text{ ایک پونڈل } = ۱۳۸۱۶ \text{ ڈائین}$$

$$(۲) \text{ ایک فٹ پونڈل } = ۴۲۱۴۰.۳ \text{ ارگ}$$

$$(۳) \text{ ایک ارگ } = ۱۰.۴۵۳۱۶ \text{ فٹ پونڈ}$$

$$(۴) \text{ ایک اسپر طاقت } = ۱۰.۴۵۳۱۶ \text{ ارگ فی ثانیہ}$$

(۱۰) اکائیوں کے دو مختلف نظاموں میں ایک اسراع کی قیمت ایک ہی عدد سے تعبیر ہوتی ہے اور ایک رفتار

دو مختلف عددوں سے تعبیر ہوتی ہے جن کی نسبت ۳:۱ ہے۔ طول اور وقت کی اکائیوں کا مقابلہ کرو۔
 اگر ایک جسم کا معیار حرکت ایسے عددوں سے تعبیر ہو جس کی نسبت ۵:۲ ہے تو کمیت مادہ کی اکائیوں کا مقابلہ

کرو۔
 (۱۱) اگر طول، رفتار اور قوت کی اکائیوں میں سے ہر ایک دو چند ہو جائے تو ثابت کرو کہ وقت اور کمیت مادہ کی اکائیاں نہیں بدلیں گی اور توانائی بالفعل کی اکائی ۱:۴ کی نسبت میں بڑھ جائے گی۔

(۱۲) اگر وقت کی اکائی ایک گھنٹہ ہو اور کمیت مادہ کی ایک ہنڈرڈ ویٹ ہو اور قوت کی اکائی ایک پونڈ وزن ہو تو مطلق اکائیوں میں کام اور معیار حرکت کی اکائیاں دریافت کرو۔
 (۱۳) اکائیوں کا ایک ایسا نظام دریافت کرو جس میں قوت کی اکائی ایک پونڈ وزن ہو اور اگر ۴ پونڈ کمیت کا ایک جسم ۵ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کر رہا ہو تو اسکے معیار حرکت اور توانائی بالفعل میں سے ہر ایک کی عددی قیمت ایک ہو۔

(۱۴) اگر ایک گرتے ہوئے جسم کا اسراع بطور اسراع کی اکائی کے لیا جائے اور ۵ ثانیہ میں اس کی رفتار محصلہ بطور رفتار کی اکائی کے استعمال کی جائے اور ۱۰ ثانیہ گرنے کے بعد ایک پونڈ کے جسم کا معیار حرکت بطور معیار حرکت کی

اکائی کے لیا جائے تو طول، وقت اور کمیت مادہ کی اکائیاں دریافت کرو۔

(۱۵) جو کام ایک ہینڈرڈ ویٹ کو تین گز اوپر وار اٹھانے میں کیا جائے اگر وہ کام کی اکائی ہو۔ اور معیار حرکت کی اکائی ایک ایسے جسم کا معیار حرکت ہو جس کی کمیت مادہ ایک پونڈ ہو اور جبکہ وہ بجاذبہ ارض سمت شاقولی میں ۴ فٹ گرے اور اسراع کی اکائی اس اسراع کا تین گنا ہو جو جاذبہ ارض سے نپور میں آتا ہے تو طول، وقت اور کمیت مادہ کی اکائیاں دریافت کرو۔

(۱۶) اگر اسراع کی اکائی وہ اسراع ہو جو ۱۶ گرام کمیت کے جسم میں ایک گرام وزن کی قوت کے عمل سے پیدا ہو اور جو کام پہلے چار ثانیہ میں ہو وہ کام کی اکائی ہو اور جب جسم ۹۰ سینٹی میٹر فی ثانیہ کی رفتار سے چل رہا ہو اسوقت کام کی شرح کی اکائی سے کام ہو رہا ہو تو طول، وقت اور کمیت مادہ کی اکائیاں دریافت کرو۔

(۱۷) ایک ریل گاڑی ۶۰ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے۔ اگر اس رفتار کو ۸ سے تعبیر کیا جائے۔ اور ریل کی حرکت کے مقابل جو مزاحمت ہے وہ ۱۶۰۰ پونڈ وزن کے مساوی ہے۔ اگر اس مزاحمت کو ۱۰ سے تعبیر کریں۔ اور ایک میل چلنے میں انجن جتنی کام کی اکائیاں کرتا ہے ان کو ۱۰ سے تعبیر کیا جائے تو طول، وقت اور کمیت مادہ کی اکائیاں دریافت کرو۔

(۱۸) اکائیوں کے ایک نظام میں اسراع بجاذبہ ارض ۳ سے

تعبیر ہوتا ہے۔ اور ۶۰۰ پونڈ کمیت کا ایک گولہ جو ۱۶۰۰ فٹ
 بلندیہ کی رفتار سے حرکت کر رہا ہے اس کی توانائی بالفعل
 ۱۶۰۰ سے تعبیر ہوتی ہے اور اس کا معیار حرکت ۱۶۰۰ سے تعبیر
 ہوتا ہے۔ طول ۱۰ وقت اور کمیت مادہ کی اکائیاں دریافت کو
 (۱۹) ایک میل گھوڑی کی کمیت ۱۰۰ ٹن ہے اور وہ ۴۵ میل
 فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے۔ اگر اس کی توانائی بالفعل
 کو ۱۱۱ سے تعبیر کیا جائے۔ اور اس قوت کے صدمے کو جو
 اس کو ساکن کر سکے وہ سے تعبیر کریں اور ۴۰ ایسی طاقت کو
 ۱۵ سے تعبیر کریں تو حوں ۱۰ وقت اور کمیت مادہ کی اکائیاں
 دریافت کرو اور ثابت کرو کہ اسراع بجاؤیہ ارض ۳۰۱۶ سے
 تعبیر ہوگا۔ یہ تسلیم کر لیا جائے کہ فٹ ثانیہ اکائیوں میں
 اسراع بجاؤیہ ارض کی قیمت ۳۲ ہے۔
 (۳۰) اگر قوت کی اکائی ایک پونڈ وزن ہو تو دریافت کرو کہ
 کمیت مادہ کی اکائی کیا ہوتی چاہیے
 کہ مساوات (قوت = کمیت مادہ × اسراع) ان اکائیوں کے لئے
 صحیح رہے۔

تعداد ابعاد سے ضابطوں کی تصدیق

۱۷۷۔ ہیت سے ضابطوں اور نتیجوں کی جانچ مقایرہ شامل
 کے ایضاً شمار کرنے سے ہو سکتی ہے۔ فرض کرو کہ ایک
 ایسی مساوات ہے جس میں چند مقایرہ طبیعی شامل ہیں

تو اسی مساوات کی ایک جانب کی ہر ایک رقم کے ابعاد کا مجموعہ طول ، وقت اور کمیت مادہ میں لیا جائے اور مساوات کی دوسری جانب کی رقموں کے ابعاد کو بھی جمع کریں تو مطابقت کی رقموں کے ابعاد کے مجموعے مساوی ہوں گے۔ کیونکہ فرض کرو کہ مساوات کی ایک جانب کے ابعاد طول میں دوسری جانب کے ابعاد سے مختلف ہیں تو طول کی اکائی بدلنے سے مساوات کی دونوں جانبیں مختلف نسبتوں میں بدلیں گی اور مساوی نہیں رہیں گی۔ یہہ صریحاً باطل ہے کیونکہ دو مساوی مقادیر کی ناپیں ہمیشہ مساوی ہونی چاہئیں خواہ ان کے لئے کوئی سی اکائی استعمال کی جائے۔ مثلاً اگر نقدی کی دو رقمیں برابر ہیں تو ان کی ناپیں برابر ہونگی خواہ رقموں کو روپوں میں بیان کیا جائے یا آنوں میں یا پائیوں میں۔ اب ایک اور مثال لو۔ فرض کرو کہ ایک مساوات سے ہم اس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ ۳ فٹ = ۱۰ انچ۔ ظاہر ہے کہ یہہ نتیجہ صحیح نہیں ہو سکتا۔

اب یہہ مساوات لو

$$۳ \text{ فٹ} = ۵ \text{ ک} + ۲ \text{ ع} + ۱ \text{ ف}$$

جہاں ک ایک جسم کی کمیت مادہ ہے اور ب ایک ابتدائی رفتار ہے اور حرکت شروع ہونے کے بعد کسی آن میں اس کی رفتار ۳ ہے اور ع اس کا اسراع ہے اور

ف وہ فاصلہ ہے جو اس نے اس آن تک طے کیا۔
یہ مساوات ہرگز صحیح نہیں ہو سکتی کیونکہ دو رقیں ایسی ہیں
کہ کمیت مادہ میں ان کا بعد صفر ہے اور تیسری رقم یعنی
۵ ک ب کا بعد کمیت مادہ میں ایک ہے۔ یہی رقم
غالباً غلط ہوگی۔

اب مساوات ذیل کی صحت کے امکان پر غور کرو۔
ظ ث ف + ۸ ک ع ف - ۱۰ ث ع = ۰
جہاں طریق کتابت حسب باب ہذا ہے۔
اگر صرف ابعاد کو لیا جائے تو تینوں رقموں کے ابعاد یہ
ہیں۔

$$[ک] \frac{[ط]}{[و]} \times \frac{[ط]}{[و]} \times [ک] \frac{[ط]}{[و]} \left\{ \frac{[ط]}{[و]} \right\} \left\{ \frac{[ط]}{[و]} \right\} \frac{[ط]}{[و]}$$

$$یعنی [ک] \frac{[ط]}{[و]} \times [ک] \frac{[ط]}{[و]} \times \frac{[ط]}{[و]}$$

اس سے ظاہر ہے کہ مساوات بالکل غلط ہے کیونکہ رقموں کے
ابعاد نہ تو کمیت مادہ میں مساوی ہیں اور نہ بڑے اور وقت

میں۔
اب فرض کرو کہ ایک سوال میں کام کی مقدار مطلوب ہے

علم حرکت ۴۲۵ باب دوازدهم

اور سوال حل کرنے سے ہمیں یہ جواب حاصل ہوتا ہے۔

$$\text{کام} = \text{ک ظ ث ر} + \text{س ک ث ر ع}$$

جہاں طریق کتابت حسب باب ہذا ہے۔

یہ مساوات صحیح نہیں ہو سکتی کیونکہ بموجب دفعہ ۱۵، کام کے ابعاد یہ ہیں

$$\frac{[ط]^2}{[و]^2} [ک]$$

$$\text{اور ک ظ ث ر کے ابعاد یہ ہیں } [ک] \frac{[ط][ک]}{[و]^2} \times \frac{[ط]}{[و]}$$

$$\text{یعنی } [ک] \frac{[ط]^2}{[و]^3}$$

یہ ابعاد طول اور کمیت مادہ کے لحاظ سے غلط ہیں۔

$$\text{س ک ث ر ع کے ابعاد یہ ہیں } [ک] \frac{[ط]}{[و]} \frac{ط}{[و]^2}$$

$$\text{یعنی } \frac{[ک][ط]}{[و]^3}$$

یہ ابعاد وقت کے لحاظ سے غلط ہیں۔

۱۷۸۔ اکثر اوقات مقادیر کے ابعاد پر غور کرنے سے بہت سے نتائج حاصل ہو سکتے ہیں۔ مثلاً یہ آسانی سے ثابت ہو سکتا ہے کہ ایک بسیط رقاص کی مدت اہتزاز اس

طرح بدلتی ہے جس طرح $\left[\frac{L}{J} \right]$ ، جہاں L اس ہلکی رسی کا طول ہے جس کے ذریعہ سے کمیت m کی ایک گولی ایک ثابت نقطے سے بندھی ہے۔

اگر یہ تسلیم کر لیا جائے کہ مدت اہتزاز کا انحصار قوس اہتزاز پر نہیں ہے تو ہمارے سوال کے جواب میں صرف تین مقداریں شامل ہو سکتی ہیں یعنی m ، L اور J ۔ فرض کرو کہ مدت اہتزاز اس طرح بدلتی ہے جس طرح m ، L اور J ۔

اس مقدار کے ابعاد یہ ہیں

$$[k] = [ط] \cdot \left\{ \frac{[ط]}{[و]} \right\}^g$$

$$\text{یعنی } [k] = [ط] \cdot [و]^{g+} \cdot [و]^{g-}$$

یہ ظاہر ہے کہ جواب کا صرف ایک بعد وقت میں ہے اور کمیت مادہ اور طول میں کوئی بعد نہیں ہے۔

اس لئے

$$g = 0 \text{ ، } g = + \text{ اور } g = -$$

علم حرکت ۴۲۶ باب دوازدهم

∴ گہ = $\frac{1}{۲}$ - اور بہ = $\frac{1}{۲}$

پس مدت اهتزاز اس طرح بدلتی ہے جس طرح $\left[\frac{ل}{ج} \right]$ [دفعہ ۱۵۹]

بنیادی مقادیر کے ابعاد اور قیمتوں کی جدول

ابعاد بلحاظ			مقادیر طبیعی
وقت	طول	کمیت مادہ	
	۳-	۱	جمعی کثافت
	۲-	۱	سطحی کثافت
	۱-	۱	خطی کثافت
۱-	۱		رققار
۲-	۱		اسراع
۲-	۱	۱	قوت
۱-	۱	۱	معیار حرکت
۱-	۱	۱	صدمہ
۲-	۲	۱	توانائی بالفعل
۳-	۲	۱	طاقت یا کام کی شرح
۱-			زاویہی رققار

علم حرکت

۴۲۸

باب دوازدہم

”ج“ کی قیمتیں

سینٹی میٹر ثنائیہ اکائیاں

فٹ ثنائیہ اکائیاں

۹۷۸۵۱۰

۳۲۶۰۹۱

مقام
خط استوا

۹۸۰۶۹۱

۳۲۶۱۷

عرض بلد ۴۵°

۹۸۰۶۹۴

۳۲۶۱۸۳

پیرس

۹۸۱۶۱۷

۳۲۶۱۹۱

لندن

۹۸۳۶۱۱

۳۲۶۲۵۲

قطب شمالی

ثنائیت کے رفاص کا طول لندن میں

$$= ۳۹۶۱۳۹ \text{ انچ} = ۹۹۶۴۱۳ \text{ سینٹی میٹر}$$

$$۱ \text{ سینٹی میٹر} = ۳۹۳۷۰ \text{ انچ} = ۹۰۳۲۸۰ \text{ فٹ}$$

$$۱ \text{ فٹ} = ۳۰۶۷۷ \text{ سینٹی میٹر}$$

$$۱ \text{ گرام} = ۱۵۶۳۲ \text{ گرین} = ۰۰۲۲۰۴۶ \text{ پونڈ}$$

$$۱ \text{ پونڈ} = ۴۵۳۶۵۹ \text{ گرام}$$

$$۱ \text{ ڈائین} = \frac{۱}{۹۸۱} \text{ گرام کا وزن تقریباً}$$

$$۱ \text{ پونڈل} = ۱۳۸۲۵ \text{ ڈائین}$$

$$۱ \text{ فٹ پونڈل} = ۴۲۱۳۹۰ \text{ ارگ}$$

متفرق سوالات

(۱) ایک ذرہ بغیر کسی روک کے ایک برج کی چوٹی پر سے گرتا ہے اور اپنی حرکت کے آخری ثانیہ میں کل بلندی کا $\frac{5}{9}$ حصہ طے کرتا ہے۔ برج کی بلندی دریافت کرو۔

(۲) ایک شخص ایفل برج پر چڑھتا ہے اور ایک خاص بلندی سے ایک پتھر نیچے چھوڑتا ہے۔ پھر ۱۰۰ فٹ اور زیادہ چڑھ کر ایک اور پتھر گراتا ہے۔ زمین تک پہنچنے میں دوسرے پتھر کو پہلے پتھر سے نصف ثانیہ زیادہ لگتا ہے۔ ہوا کی مزاحمت کو نظر انداز کر کے دریافت کرو کہ پہلا پتھر کس بلندی سے چھوڑا گیا اور اسے زمین تک پہنچنے میں کس قدر وقت صرف ہوا؟

(۳) ایک گولی ۱۲۰۰ فٹ فی سیکنڈ کی رفتار سے حرکت کرتی ہوئی ایک لگڑی میں گھس جاتی ہے اور ایک انچ گھسنے سے اس کی رفتار نصف رہ جاتی ہے۔ یہہ تسلیم کر کے کہ مزاحمت یکساں ہے دریافت کرو کہ گولی کتنی دور گھس کر ساکن ہوگی؟

(۴) ترازو کے دو پلڑے جن میں سے ہر ایک کی کمیت ۷ اونس ہے ایک رسی کے دونوں سروں میں باندھ کر ایک چکنی چرخی پر چڑھا دئے گئے ہیں۔ اگر ایک پلڑے میں ۵ اونس کمیت کا جسم رکھا جائے اور دوسرے پلڑے میں

۸ اونس کمیت کا۔ تو دونو پلڑوں پر جسموں کا دباؤ دریافت کرو۔

(۵) دو مساوی جسم ایک رسی کے دونوں سروں میں باندھ کر ایک ہلکی چرخی پر چڑھا دئے گئے ہیں اور توازن میں لٹکتے ہیں۔ ثابت کرو کہ اگر ایک جسم میں بقدر اس کے $\frac{1}{n}$ کے اضافہ کر دیا جائے اور دوسرے میں سے اس کا $\frac{1}{n+1}$ نکال دیا جائے تو رسی کے تناؤ میں کوئی فرق نہیں آئے گا۔

(۶) ایک بے وزن رسی کا طول ط ہے۔ اس کے سروں سے دو جسم جن کی کمیت م اور ۳ م ہے بندھے ہوئے ہیں۔ رسی کو میز پر اس طرح رکھ دیا گیا ہے کہ رسی کا طول میز کے کنارے سے زاویہ قائمہ بناتا ہے اور م کنارے پر سے نیچے لٹکتا ہے۔ اگر میز کی بلندی بھی ط ہو تو ثابت کرو کہ ۳ م فرش پر م سے فاصلہ ط پر گرے گا۔ واضح رہے کہ فرش بے لچک ہے۔

(۷) ایک ذرہ جو بجا ذبہٴ ارض گرتا ہے ایک خاص ثانیہ میں ۱۰۰ فٹ طے کرتا ہے ہوا کی مزاحمت کو نظر انداز کر کے دریافت کرو کہ اس کے بعد کے ۱۰۰ فٹ وہ کتنے وقت میں طے کرے گا؟

اگر بوجہ مزاحمت ذرے کو ۹ ثانیہ وقت لگے تو مزاحمت کو یکساں فرض کر کے مزاحمت کی نسبت ذرے کے وزن سے معلوم کرو۔

(۸) ایک بسیط رقص کے گولے کو اٹھا کر ایسی وضع میں

علم حرکت ۴۳۱

لایا جاتا ہے کہ رسی کس کس افقی ہو جاتی ہے۔ اب یہاں سے گولے کو چھوڑ دیا جاتا ہے۔

ثابت کرو کہ جو حرکت ہوگی اس میں رسی کا تناؤ گولے کے طے کردہ عمودی فاصلے کے متناسب ہوگا۔

(۹) ایک ذرہ ایک رسی کے ذریعہ سے سمت شاقولی میں لٹک رہا ہے۔ رسی کا طول l ہے اور دوسری طرف رسی ایک ثابت نقطے سے بندھی ہے۔ اب ذرے کو

رفقار $\left[\frac{1}{2} \pi \right]$ سے سمت افقی میں حرکت دیجاتی ہے۔

جب رسی افقی وضع میں ہوتی ہے اور اس کے بعد جب ذرہ بلند ترین مقام پر پہنچتا ہے ان دونوں وضعوں میں ثابت کرو کہ رسی کے تناؤں کی نسبت $1:2$ ہے۔

(۱۰) ایک انجن m پونڈ کمیت کے ایک بوجھ کو ایک سطح مائل پر کھینچ کرنے جاتا ہے۔ سطح کا میلان افق سے θ ہے اور قدر μ ہے۔

اگر حرکت کی ابتدا حالت سکون سے ہو اور اسراع ایکساں ہو اور ω ثانیہ میں رفقار l حاصل ہو جائے تو ثابت

کرو کہ انجن کی اوسط اسپی طاقت $\frac{m}{11} \left[\frac{1}{2} \pi + \theta \right]$ ہے۔

(۱۱) ایک جسم ایک لیفٹ میں اوپر وار پھینکا جاتا ہے۔
رفقار رمی بلحاظ لیفٹ کے رہے اور جسم کی مدت پرواز

وہ ثابت کرو کہ لیفٹ اوپر کی طرف اسراع $\frac{2}{3}g$ سے
جا رہا ہے۔

(۱۲) ایک جہاز شمال کی طرف جا رہا ہے اور اس کا دھواں
مشرق جنوب مشرق کی طرف جا رہا ہے۔ ایک اور جہاز جنوب
کی طرف جا رہا ہے اور اس کا دھواں شمال شمال مشرق کی
طرف جا رہا ہے۔ دونو جہازوں کی رفقاریں مساوی ہیں۔
ثابت کرو کہ ہوا شمال مشرق کی جانب چل رہی ہے اور
اس کی رفقار جہازوں کی رفقار کے مساوی ہے۔

(۱۳) ایک گھوڑا ایک دائرے میں ۱۵ میل فی گھنٹہ کی
رققار سے چل رہا ہے۔ دائرے کا نصف قطر ۶۰ فٹ ہے۔
ثابت کرو کہ زمین اور گھوڑے کے سمتوں کے درمیان قدر
فرک کی اقل قیمت $\frac{1}{10}$ ہے۔

(۱۴) ایک ریل گاڑی چل رہی ہے اور دوران حرکت میں
ایک ڈبہ علیحدہ ہو جاتا ہے اور ۱۰ منٹ میں فاصلہ
۵ فٹ طے کر کے ساکن ہو جاتا ہے۔ یہہ تسلیم کر کے کہ
ابطاء یکساں ہے ریل گاڑی کی رفقار اس وقت کی معلوم
کرو جس وقت ڈبہ علیحدہ ہوا۔

(۱۵) ایک جہاز جنوب مشرق کی طرف جا رہا ہے۔ اس جہاز

ایک اور جہاز نظر آتا ہے جو اسی شرح سے چل رہا ہے۔ پہلے جہاز والوں کو دوسرا جہاز ہمیشہ قریب آتا ہوا معلوم ہوتا ہے اور ہمیشہ عین مشرق کی طرف دکھائی دیتا ہے۔ دوسرے جہاز کی سمت حرکت معلوم کرو۔

(۱۶) ایک ذرہ جس کی لچک کامل ہے افق سے زاویہ طہ بناتا ہوا پھینکا جاتا ہے۔ ایک چکنی سطح نقطہ رمی میں سے گذرتی ہے اور افق سے بزاویہ طہ مائل ہے۔ ثابت کرو کہ ذرہ نقطہ رمی پر واپس آجائیکا بشرطیکہ ممعہ مم (طہ-عہ) صحیح عدد ہو۔

(۱۷) ایک ذرہ سکون سے شروع ہو کر ایک خط مستقیم میں اس طح چلتا ہے کہ اس کی حرکت میں باری باری اسراع ع اور ابطاء ع ہوتا ہے۔ اسراع اور ابطاء کی مدت ہر دفعہ مساوی ہوتی ہے اور وقت کے برابر ہوتی ہے۔ ثابت کرو کہ ۲ ن ایسی مدتوں میں یہ فاصلہ طے ہوگا۔

$$\frac{ن}{۲} [(۱+ن) ع - (۱-ن) ع]$$

(۱۸) ایک ذرہ ایک کھردری افقی سطح پر رکھا ہے۔ ذرے اور سطح کے درمیان قدر فرک ر ہے۔ سطح ایک عمودی محور کے گرد گھوم سکتی ہے۔ محور سے ذرے کا فاصلہ ۱ ہے۔ دریافت کرو کہ سطح زیادہ سے زیادہ کتنی گردشیں فی منٹ کر سکتی ہے کہ ذرہ بلحاظ سطح کے حرکت نہ کرے۔

(۱۲۰) ایک توپ کے گولے کا پٹہ افقی سطح پر ح ہے۔
جن دو راستوں سے یہ پٹہ حاصل ہوتا ہے ان کی بڑی
سے بڑی بلندیاں می اور می ہیں۔ ثابت کرو کہ ح =

می می -

(۲۰) ایک جھولے کی رسیاں ایک آدمی کے وزن کا دوگنا
حالت سکون میں سہار سکتی ہیں تو معلوم کرو کہ وہ آدمی اس
جھولے میں زیادہ سے زیادہ کتنے زاوے میں جھول سکتا ہے؟
(۲۱) دو جسم جن کی کمیتیں m اور m ہیں ایک رسی کے
ذریعہ سے بندھے ہیں اور رسی جس کا طول معلوم ہے
ایک چھوٹے حلقے میں سے گذرتی ہے۔ حلقہ ایک عمودی
محور کے گرد بلا تکلف حرکت کر سکتا ہے۔ m کو اس طرح
حرکت دی جاتی ہے کہ وہ تو زاویائی رفتار ω سے ایک افقی
دائرے میں گھومے اور m حالت سکون میں رسی سے لٹکا
رہے۔ ثابت کرو کہ m کا فاصلہ حلقے سے $\frac{m}{m+m}$ ہے۔

(۲۲) دو بے لچک گولے ناپ میں ایک سے ہیں لیکن انکی
کمیتیں m اور m ہیں اور وہ آپس میں مس کرتے ہوئے
ایک چکنی میز پر پڑے ہیں۔ اب m کو چوٹ لگائی جاتی
ہے لیکن اس طرح کہ اس کی سمت خط مرکزین سے زاویہ
عمہ بنائے۔ تو اس صورت میں گولوں کی توانائی بالفعل کی

نسبت دوسری صورت کی توانائی بالفعل سے جبکہ انکی جگہیں آپس میں بدل دی جائیں اور م کو چوٹ لگائی جائے یہ ہوگی

$$\frac{م (م + م جب ع)}{م (م + م جب ع)}$$

(۲۳) ایک وزنی ذرہ رفتار ر سے پھینکا جاتا ہے اور ایک سطح مائل سے ۴۵° کے زاویہ پر ٹکراتا ہے۔ اس سطح کا میلان افق سے یہ ہے اور یہ نقطہ رمی سے گزرتی ہے۔ ثابت کرو کہ جہاں ذرہ ٹکراتا ہے اس مقام کی بلندی نقطہ رمی سے یہ ہے

$$\frac{ل + ۱}{ج} \times \frac{۲}{۲ + ۲ + م + م}$$

(۲۴) ایک چلکدار جسم ایک نقطے سے رفتار ر سے پھینکا جاتا ہے اور ایک عمودی دیوار سے ٹکرا کر نقطہ رمی پر پھر واپس آجاتا ہے۔ ثابت کرو کہ اس نقطے کا فاصلہ دیوار سے

$$\frac{ل}{ل + ۱} \times \frac{۲}{ج} \text{ سے کم ہونا چاہئے۔ جہاں ل لچک کی قدر ہے۔}$$

(۲۵) دو ذرے جن کی کمیتیں م اور م ہیں متوازی مستقیم خطوں میں حرکت کر رہے ہیں۔ خطوں کا فاصلہ ل ہے اور ذروں کی رفتاریں ر اور ر ہیں۔ دونو ذرے ایک رسی سے بندھے ہیں جس کا طول ایسا ہے کہ جب رسی کس

جاتی ہے تو اس کا میلان متوازی خطوں سے عہ ہوتا ہے۔
یہ تسلیم کر کے کہ \angle ثابت کرو کہ جس وقت رسی
کستی ہے اس وقت رسی میں صدمہ کا تناؤ یہہ ہوگا

$$\frac{م + م}{م} (ر - ر) \text{ جم عہ}$$

(۲۶) ایک چکنا فانہ جس کی کمیت م ہے ایک افقی سطح پر پڑا ہے
اور ایک ذرہ جس کی کمیت ن ہے فانے کے مائل پہلو پر
نیچے کی طرف پھسلتا ہے۔ اس پہلو کا میلان افق سے عہ
ہے۔ ثابت کرو کہ ذرے کا اسراع بلحاظ افقی پہلو کے

$$\frac{م + ن}{م + ن} \text{ جب عہ} \times \text{ج جب عہ} \text{ ہے۔}$$

(۲۷) ایک ذرہ ایک چکنے فانے کے مائل پہلو پر پڑا ہے۔
فانہ ایک افقی مینر پر پھسل سکتا ہے۔ دریافت کرو کہ فانے
کو کس طرح حرکت دی جائے کہ ذرہ نہ اوپر جائے اور نہ
نیچے جائے۔ ساتھ ہی فانے اور ذرے کے درمیان دباؤ
دریافت کرو۔

(۲۸) ایک ذرہ جس کی کمیت م ہے ایک رسی کے
ایک سرے سے بندھا ہے۔ ایک دوسرا ذرہ جس کی
کمیت م ہے رسی کے نقط وسط سے بندھا ہے۔
رسی کا دوسرا سر ایک افقی مینر پر ایک ثابت نقطے سے
بندھا ہے۔ دونو ذروں کو اس طرح حرکت دی جاتی ہے

علم حرکت ۴۳۷

کہ رسی کے دونو حصے ایک ہی خط مستقیم میں رہتے ہیں اور ذرے افقی دائروں میں حرکت کرتے ہیں۔ ثابت کرو کہ رسی کے دونو حصوں کے تناؤں کی نسبت یہہ ہوگی۔

(۲۹) ایک ہلکی رسی ایک چھوٹی ثابت چرخہ پر سے گذرتی ہے۔ رسی کے ایک سرے سے ۳ پونڈ کا وزن لگتا ہے اور دوسرے سرے سے ایک ہلکی چرخہ لگاتی ہے۔ اس چرخہ پر ایک اور ہلکی رسی گذرتی ہے جس کے سروں سے ۲ پونڈ اور ایک پونڈ کے وزن لگتے ہیں۔ یہہ کل نظام حالت سکون سے چھوڑ دیا جاتا ہے۔ تو دوران حرکت میں ثابت چرخہ پر کا دباؤ معلوم کرو اور وزن اعظم کا اسراع دریافت کرو۔

(۳۰) تین بے وزن حرکت پذیر چرخوں کا ایک ایسا نظام ہے جس میں تمام رسیاں ایک سلاخ سے بندھی ہیں اور بلند ترین رسی ایک ثابت چرخہ پر سے گذر کر دوسری طرف ۳ پونڈ کا وزن سہارتی ہے اور پست ترین رسی سے ۲۸ پونڈ کا وزن لگتا ہے۔ ثابت کرو کہ بڑا وزن $\frac{3}{5}$ کے اسراع سے نیچے کی طرف حرکت کرے گا۔

(۳۱) دو ریل کی سڑکیں ایک دوسرے کو قطع کرتی ہیں اور ان کا درمیانی زاویہ 90° ہے۔ دو ریل گاڑیاں سڑکوں کے مقام تقاطع کی طرف رفتاروں u اور v سے

چل رہی ہیں۔ اگر گائیوں کے ابتدائی فاصلے مقام تقاطع سے $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{2}$ ہوں تو ثابت کرو کہ دوران حرکت میں گائیوں کا اقل فاصلہ ایک دوسرے سے یہ ہوگا

(۱س - ۲س) جب عہ

۱س + ۲س - ۲س جم عہ

(۳۲) اگر دو متحرک نقطوں کا درمیانی فاصلہ کسی وقت $\frac{1}{2}$ ہو اور ان کی اضافی رفتار ہو اور $\frac{1}{2}$ کے اجزاء $\frac{1}{2}$ کی سمت میں اور $\frac{1}{2}$ پر عمود بالترتیب $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{2}$ ہوں۔ تو ثابت کرو کہ دونوں نقطوں کا اقل ترین باہمی فاصلہ $\frac{1}{2}$ ہے اور یہ فاصلہ وقت $\frac{1}{2}$ گزرنے کے بعد ہوگا۔

(۳۳) دو ذرے جن کی کمیتیں N اور M $N + M$ میں ایک ہلکی سی کے سروں سے بندھے ہیں اور ایک دوسرے کے قریب ایک چکنی میز پر رکھے ہیں۔ یہ دسی ایک ہلکی چکنی چرخی پر چڑھی ہوئی ہے اور چرخی ایک جسم کو سہائی ہے جس کی کمیت N ہے۔ اس جسم کو میز کے کنارے کے اوپر سے چھوڑ دیا جاتا ہے۔ چرخی کا اسراع معلوم کرو۔

(۳۴) چرخوں کے ایک نظام میں جو سلاخ کہ بوجھ کو سہائی ہے اس سلاخ سے ہر ایک دسی بندھی ہے۔ اگر اس نظام میں دو حرکت پذیر ہلکی چرخیاں ہوں اور زور کو چوگانا کر دیا جا

تو ثابت کرو کہ بوجھ کا اسراع اوپر کی طرف $\frac{۳}{۲۹}$ ج ہو گا۔

(۳۵) ایک رسی کا ایک سر ثابت ہے اور اس رسی پر ۳ پونڈ کمیت کا ایک حلقہ چڑھا ہے۔ رسی ایک چکنی چرخی پر سے گذر کر اپنے دوسرے سرے پر ایک پونڈ کمیت کے ایک جسم کو سہارتی ہے۔ ثابت کرو کہ حلقہ، اسراع $\frac{۳}{۲}$ سے نیچے کی طرف حرکت کریگا اور رسی کا تناؤ $\frac{۲}{۳}$ پونڈ وزن ہو گا۔

(۳۶) ایک سائیکل سوار رفتار R سے ایک سڑک پر جا رہا ہے اور اسی سڑک پر کچھ فاصلہ آگے ایک شخص رفتار S سے پیدل جا رہا ہے۔ سوار اور پیدل دونو ایسے متوازی خطوط مستقیم میں جا رہے ہیں جن کا باہمی فاصلہ F ہے۔ ثابت کرو کہ اگر سائیکل سوار فاصلہ $\frac{RF}{S}$ سے کم پر گھنٹی بجائے تو وہ اپنی رفتار کو کم کئے بغیر پیدل کے پاس سے بغیر اوجھڑ کے گذر جائے گا خواہ پیدل اپنے راستے کو چھوڑ بھی دے۔

(۳۷) ایک لڑکا ہوا میں ایک پتھر رفتار R سے بڑاویہ ارتفاع h پھینکتا ہے۔

مدت بقدر $\frac{۲}{g} R$ جب $(g - R)$ گذرنے کے بعد وہ ج $[R + g]$

ایک اور پتھر رِقار ر سے براویہ ارتفاع عہ پھینکتا ہے۔
ثابت کرو کہ دوسرا پتھر پہلے سے ٹکرائے گا۔

(۳۸) م کمیت کی ایک گولی ایک ثابت تختے کے اندر
بقدر فاصلہ $\frac{ن}{م}$ گھس جاتی ہے۔ تختے کی کمیت $ن$
ہے۔ اگر تختہ بلا تکلف حرکت کر سکے تو ثابت کرو کہ

گولی اس کے اندر بقدر فاصلہ $\frac{ن}{م+ن}$ داخل ہوگی۔

(۳۹) ایک رسی ایک سرے سے کمیت $ط$ کا جسم سہارتی
ہے پھر ایک ثابت چرخ کی اوپر سے گذر کر ایک حرکت
پذیر چرخ کے نیچے سے گذرتی ہے اور پھر ایک ثابت
چرخ پر سے گذر کر دوسرے سرے سے کمیت $ق$ کا
ایک جسم سہارتی ہے۔ حرکت پذیر چرخ سے کمیت $ع$
کا ایک جسم لٹکتا ہے۔ یہ فرض کر کے کہ رسی اور
چرخیاں بے وزن ہیں اور رسی کے جو حصے چرخوں سے
مس نہیں کرتے وہ عمودی ہیں $ع$ کا اسراع اور رسی
کا تناؤ دریافت کرو۔

(۴۰) ایک فانہ جس کی کمیت $ن$ ہے ایک افقی چکنی
سطح پر پھسل سکتا ہے اور اسی کا ایک پہلو افق سے
براویہ عہ مائل ہے۔ ابتدا میں فانہ ساکن ہے اور ایک
ذره جس کی کمیت $م$ ہے اس کے مائل پہلو پر اوپر کی
طرف پھسلنے کے لئے حرکت دیا جا ہے۔ اگر ذره نقطہ

علم حرکت

۴۴۱

رمی سے بلندی می تک چڑھے تو ثابت کرو کہ رفتار
رمی یہہ ہوگی

$$\left\{ \frac{م + ن}{ن + م جب ع} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

(۴۱) ایک ذرہ ایک کھردری مائل سطح پر ساکن ہے۔ قدر
فرک ر ہے اور سطح کا میلان افق سے ع ہے۔ سطح پر
جس طرف ذرہ رکھا ہے اس سے دوسری طرف سطح کو
افقی سمت میں یکساں اسراع ع سے حرکت دیکھائی
ہے۔ ثابت کرو کہ ذرہ بلحاظ سطح کے ساکن رہے گا اگر

$$ع > \frac{رج جم ع + رج جب ع}{رج جم ع}$$

(۴۲) ایک منتظم مسدس زمین پر کھڑا ہے اور اس کا
ایک ضلع زمین کو مس کرتا ہے۔ ایک ذرہ اس طرح
پھینکا جاتا ہے کہ اس کے اوپر کے چار کونوں سے عین
چھوٹا ہوا جائے۔ ثابت کرو کہ زمین پر پہنچنے کے وقت
ذرے کی جو رفتار ہوگی اس کی نسبت ذرے کی
اقل رفتار سے $\sqrt{3} : \sqrt{3}$ ہوگی۔

(۴۳) ایک جسم کا وزن ایک آدمی کے وزن سے ڈیوڑھا
ہے۔ اس کو اٹھانے کے لئے آدمی اس سے ایک
رسی باندھتا ہے اور رسی کو ایک چرخی پر سے گزارتا ہے

پھر رسی پر چڑھنا شروع کرتا ہے۔ آدمی کا اسراع اوپر کی طرف بلحاظ رسی کے $\frac{1}{2}g$ ہے۔ ثابت کرو کہ جسم اسراع $\frac{g}{2}$ سے

اوپر اٹھیگا۔ رسی کا تناؤ بھی دریافت کرو۔

(۴۴) ایک فائبر جس کی کمیت N اور زاویہ θ ہے ایک چکنی افقی سطح پر بلا تکلف حرکت کر سکتا ہے۔ ایک چکنی کرہ جس کی کمیت m ہے فائبر کے مائل پہلو کی عمودی سمت میں ٹکرا کر اچھلتا ہے۔ ثابت کرو کہ تصادم سے عین پہلے اور تصادم کے عین بعد کرے کی رفتاروں کی نسبت یہہ ہوگی

$N + m \cos \theta = N \cos \theta$ - م جب $\theta = 0$

اس میں L لچک کی قدر ہے۔

(۴۵) ایک ہلکی چکنی چرخہ پر ایک رسی گزرتی ہے جسکے ایک سرے سے m پونڈ کمیت کا ایک جسم لٹکتا ہے اور دوسرے سرے سے ایک پونڈ کمیت کی ایک چرخہ لٹکتی ہے۔ اس چرخہ پر ایک رسی گزرتی ہے جس کے سروں سے بالترتیب 2 پونڈ اور 3 پونڈ کمیت کے جسم لٹکتے ہیں ثابت کرو کہ m پونڈ کے جسم کا اسراع $\frac{9}{14}g$ ہوگا۔

(۴۶) ایک رسی کا اصلی طول L ہے اس کے سرے ایک چکنی میز پر دو ثابت نقطوں سے باندھے گئے ہیں اور اس طرح

رسی کھچ جاتی ہے۔ دونوں نقطوں کا درمیانی فاصلہ n ہے۔
 ایک ذرہ جس کی کمیت m ہے رسی کے نقطہ وسط سے
 باندھا گیا ہے۔ ذرے کو پکڑ کر رسی کی سیدھ میں کھینچا
 جاتا ہے لیکن اس قدر کہ اس کی نقل مکان $\frac{n}{2} - 1$ سے زیادہ نہ ہو۔
 ذرے کو اسطرح کھینچ کر چھوڑ دیا جاتا ہے۔
 ثابت کرو کہ ذرہ اتنا زری حرکت کرے گا اور یہ کہ
 اس کی مدت اتنا زرا کا انحصار نہ تو n پر ہے اور نہ اس
 فاصلے پر جہاں تک ذرہ کھینچ کر چھوڑا گیا تھا۔
 (۴۷) جو توانائی بالفعل کہ 5 پونڈ کا جسم حالت سکون سے
 5 فٹ گر کر حاصل کرتا ہے اگر وہ توانائی بالفعل کی اکائی
 لی جائے اور جو معیار حرکت یہی جسم حاصل کرتا ہے وہ معیار
 حرکت کی اکائی لی جائے۔ اور جتنے فاصلہ تک کہ جسم
 گرا ہے وہ طول کی اکائی ہو تو وقت کی اکائی دریافت کرو۔
 (۴۸) ایک ذرہ ط ایک دائرے میں حرکت کرتا ہے۔
 وہ دائرے کا ایک قطر ہے۔ ط پر کے تماس پر
 وہ W عمود نکالا گیا ہے۔ ثابت کرو کہ W کی
 رفتار بلحاظ ط کے، ط کی رفتار کے مساوی ہے۔
 (۴۹) ایک چکنی چرخی زمین سے بلندی H پر نصب
 کی گئی ہے اور اس پر سے ایک بے وزن بے لچک
 رسی گزرتی ہے۔ رسی کے ایک سرے سے ایک آدھی
 جس کی کمیت n ہے لٹکتا ہے اور دوسرے سرے سے

کمیت م + ن کا ایک آدمی لگتا ہے۔ دونو ایک ہی وقت یکساں اسراعوں سے اوپر چڑھنا شروع کرتے ہیں۔ اگر ہلکا آدمی و ثانیہ میں چرخہ تک پہنچ جائے تو

ثابت کرو کہ بجاری آدمی کا فاصلہ چرخہ سے $\frac{m}{m+n} \left[\frac{v}{2} + y \right]$

سے کم نہیں ہو سکتا۔

(۵۰) ایک ریل گاڑی جس کی کمیت ن ہے یکساں رفتار سے ایک ہموار سڑک پر چل رہی ہے۔ سب سے

پچھے کا ڈبہ جس کی کمیت م ہے گاڑی سے علیحدہ ہو جاتا ہے اور ڈریور (گاڑی چلانے والے) کو اس کا علم فاصلہ ل طے کرنے کے بعد ہوتا ہے اور وہ اس وقت

انجن کی بھاپ بند کر دیتا ہے۔ ثابت کرو کہ جس وقت گاڑی کے دونو حصے ساکن ہونگے اس وقت ان کا درمیانی

فاصلہ $\frac{N}{N+M}$ ہوگا۔ یہ تسلیم کر لیا جائے کہ مزاحمت

یکساں ہے اور وزن کے متناسب ہے اور انجن کی قوت بھی یکساں ہے۔

(۵۱) ایک چھوٹی چکنی چرخہ جس کی کمیت ن ہے ایک چکنی میز پر پڑی ہے ایک ہلکی رسی چرخہ پر سے گذر کر اپنے دونو سروں سے دو جسم (کمیت م اور م) سہاڑتی ہے۔ رسی کے دونو حصے میز کے کنارے پر عمود ہیں اور

دونو جسم کنارے پر سے نیچے لٹک رہے ہیں۔ ثابت کرو کہ
چرخہ کا اسراع

$$\frac{m \cdot m \cdot j}{n(m+m)} \text{ ہوگا}$$

(۵۲) افقی سمت میں ہوا کے چلنے سے ایک مری میں
اسراع ع ہوا کی سمت میں پیدا ہوتا ہے۔ اگر ایک
ذره رفتار ر سے افق سے زاویہ عہ بناتا ہوا پھینکا جائے
اور ہوا کی فراحت کے اثر کو نظر انداز کیا جائے اور ذرے
کی حرکت ایسی عمودی سطح میں ہو جو ہوا کی حرکت کی سمت
میں سے گذرتی ہے تو ثابت کرو کہ ذرے کے طوق کا وتر خاص

$$\frac{r^2 (j \cdot \text{جم} \cdot \text{عہ} + \text{ع جب} \cdot \text{عہ})}{(ع^2 + j^2)} \text{ ہوگا}$$

(۵۳) ایک ذره ایک چکنی افقی مینر پر ایک چکنے فافے کے
پائے سے مس کرتا ہوا پڑا ہے۔ فافے کا زاویہ عہ اور
اس کی بلندی می ہے۔ فافے کو مینر پر یکساں اسراع ع
سے حرکت دی جاتی ہے۔ اگر ع < ج مس عہ تو
ثابت کرو کہ ذره فافے کے مائل پہلو پر چڑھ سکیگا۔ اگر فافہ
اسی طرح د ثانیہ حرکت کرے اور پھر رفتار محصلہ سے
یکساں حرکت کرے تو ذره عین چوٹی پر پہنچ جائے گا بشرطیکہ

$$\frac{2 \cdot j \cdot \text{می} \cdot \text{قط} \cdot \text{عہ}}{ع^2} = (ع \cdot \text{جم} \cdot \text{عہ} - \text{ج جب} \cdot \text{عہ})$$

(۵۴) ۱۰ پونڈ اور ۲ پونڈ کے وزن ایک چرخ و محور پر عمودی رسیوں کے ذریعہ سے توازن میں لگتے ہیں۔ اگر ایک پونڈ کا وزن چھوٹے وزن کے ساتھ باندھ دیا جائے تو وہ اسراع دریافت کرو جس سے چھوٹا وزن نیچے کو حرکت کرے گا اور رسیوں کا اسراع بھی معلوم کرو۔ چرخ اور محور کو بے وزن تصور کیا جائے۔

(۵۵) ایک تفریقی چرخ و محور میں ۵ چرخ کا نصف قطر ہے۔ اور ۱ اور ۲ محور کے دونوں حصوں کے نصف قطر ہیں۔ اگر چرخ کی رسی سے وزن ط لٹکایا جائے تو نظام متوازن ہوتا ہے۔ اگر ط کو دوگنا کر دیا جائے تو

ثابت کرو کہ وہ اسراع $\frac{2}{1} \times \frac{2}{5}$ سے نیچے کو حرکت کرے گا۔ چرخ اور محور کو بے وزن تسلیم کر لیا جائے۔

(۵۶) ایک ذرہ جس کی لچک کامل ہے زقار ۱ سے ایک عمودی سطح میں پھینکا جاتا ہے۔ یہ عمودی سطح ایک مائل سطح کے ایک خط میلان اعظم میں سے گذرتی ہے۔ سطح مائل کا میلان افق سے عہ ہے۔ اگر ذرہ سطح مائل سے ٹکرا کر عمودی سمت میں اچھلے تو ثابت کرو کہ

وقت $\frac{1}{2} \times \frac{1}{g}$ گزرنے کے بعد ذرہ نقطہ ج [۱+۸ جب عہ] ری پر واپس آ جائے گا۔

علم حرکت ۴۴۷

(۵۷) ایک چکنی ثابت چرخہ پر رسی چڑھی ہوئی ہے اور رسی کے سروں سے دو چرخیاں لٹکتی ہیں جن میں سے ہر ایک کی کمیت ۴م ہے ایک اور رسی جس کے سروں سے ۲م اور ۳م کمیتوں کے جسم لٹکتے ہیں ان دونوں چرخوں میں سے ایک چرخہ پر چڑھی ہوئی ہے اور ایک تیسری رسی جس کے سروں سے ۴م اور ۴م کمیتوں کے جسم لٹکتے ہیں دوسری حرکت پذیر چرخہ پر چڑھی ہوئی ہے۔ اگر یہ نظام حرکت کرنے کے لئے آزاد ہو تو ثابت کرو کہ ہر ایک حرکت پذیر چرخہ کا اسراع $\frac{۴}{۲۵}g$ ہے۔

(۵۸) ایک منکا ایک کھردرے عمودی حلقے پر چڑھا ہوا ہے۔ حلقہ اپنی سطح میں اپنے مرکز کے گرد گردش کرتا ہے

اس کی زاویائی رفتار یکساں رہتی ہے اور $\left[\frac{g}{r} + \frac{1}{r} \right]$ ہے نہیں بڑھتی۔ جہاں r حلقے کا نصف قطر ہے اور r قدر فرک ہے۔ ثابت کرو کہ منکا نہیں پھسلے گا۔

(۵۹) ایک ذرہ ایک عمودی حلقے کے اندر اس کے پست ترین نقطے سے ایسی رفتار سے پھینکا جاتا ہے کہ وہ حلقے کے اندر اس کے محیط پر کچھ فاصلہ طے کر کے حلقے کو چھوڑ دیتا ہے اور پھر واپس نقطہ رمی پر پہنچ جاتا ہے۔ رفتار رمی دریافت کرو اور یہ بھی معلوم کرو کہ ذرہ حلقے کو

اس مقام پر چھوڑے گا ؟
 ایک ذرہ ایک رسی کے ذریعہ سے ایک ثابت نقطے سے لٹکتا ہے۔ رسی کا طول ۱ ہے۔ ذرے کو وضع توازن سے حرکت دی جاتی ہے۔ رفتار می وہ رفتار ہے جو بلندی ۱+ب سے گر کر حاصل ہوتی ہے۔ اگر ۲ ب < ۳ ۱ تو ثابت کرو کہ رسی وقت ۱ گزرنے تک ڈھیلی رہے گی جہاں و مساوات ذیل سے حاصل ہوتا ہے

$$۲۷ ج ۱ \frac{1}{2} = ۳۲ ب (۱ - ۱/۲) ۲ ب$$

(۶۱) ایک وزنی ذرہ ایک لچکدار رسی کے ایک سرے سے بندھا ہے اور رسی کا دوسرا سر ثابت ہے۔ رسی کی لچک کا ستیاس ذرے کے وزن کے مساوی ہے۔ رسی کو نیچے کی طرف شاقولی سمت میں اس قدر کھینچا جاتا ہے کہ رسی کا طول اصلی طول سے چوگنا ہو جاتا ہے۔ رسی کو اس طرح کھینچ کر چھوڑ دیا جاتا ہے۔ ثابت کرو کہ ذرہ اس مقام پر

$$\text{وقت} \left[\frac{1}{g} \right] \left[\frac{\pi^2}{3} + ۳ \right] ۲ \text{ میں واپس آجائے گا}$$

جہاں ۱ رسی کا اصلی طول ہے۔

(۶۲) ایک ہلکی رسی ایک چکنی چرخہ پر سے گذرتی ہے اور اس کے سروں پر طے ہیں جن میں ایک ایک آدمی بیٹھا ہے۔ ہر ایک آدمی کی کمیت م ہے۔ ایک آدمی (۱) دوسرے (ب) سے ی فٹ بلند ہے۔ ب کے

ہاتھ میں $\frac{1}{2}$ کھیت کا ایک گولہ دیا جاتا ہے جو کہ ب فی الفو

۱ کی طرف اس قدر رفتار سے پھینکتا ہے کہ گولہ عین ۱ تک پہنچ جاتا ہے۔ اور ۱ اس کو پکڑ لیتا ہے۔ ثابت کرو کہ گولے کو پکڑنے سے پہلے ۱، فاصلہ بقدر $\frac{1}{14}$ اوپر وار طے کر چکیگا اور ۱ کی اوپر وار حرکت، فاصلہ بقدر $\frac{59}{371}$ طے کرنے کے بعد بند ہوگی۔

(۶۳) ایک چکنا حلقہ جس کی کھیت ن ہے ایک رسی پر چڑھا ہے اور رسی کے سرے دو چکنی ثابت چرخوں پر سے گذر کر دو جہوں ہم اور ہم کو سہارتے ہیں۔ رسی کے مختلف حصے عمودی ہیں۔ کل نظام حرکت کرنے میں آزاد ہے۔

ثابت کرو کہ طلقہ ساکن رہے گا بشرطیکہ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2}$

(۶۴) ایک ذرہ جس کی کھیت ہم ہے ایک چکنے فانے کے مائل پہلو پر رکھا ہے۔ فانے کی کھیت ن ہے اور وہ ایک چکنی افقی میز پر پڑا ہے۔ فانے کو ایک رسی کے ذریعہ سے افقی سمت میں کھینچا جاتا ہے اس طرح کہ رسی ایک چکنی چرخ پر سے گذرتی ہے اور اس کے دوسرے سرے سے ایک جسم (کھیت ن) لٹکتا ہے۔ کل نظام حرکت کرنے میں آزاد ہے اور حرکت ایک ایسی عمودی سطح میں ہوتی ہے جو فانے کے ایک خط میلان اعظم میں سے گذرتی ہے۔

ثابت کرو کہ ذرے کا اسراع بلحاظ فانی کے

$$\frac{(ن + ن + م) \text{ جب } ع + ن \text{ جم } ع}{ن + ن + م \text{ جب } ع} \text{ ج ہے}$$

جہاں ع فانی کے مائل پہلو کا میلان ہے۔ ساتھ ہی دریافت کرو کہ فانی پر صم کا کس قدر دباؤ پڑتا ہے ؟ (۶۵) ایک چکنا فانی ایک افقی سطح پر پڑا ہے اور وہ سطح پر اپنے خطوط میلان اعظم کے ظلون کی سمت میں حرکت کرنے میں آزاد ہے۔ ایک ذرہ فانی کے مائل پہلو پر حرکت کرنے کے لئے پھینکا جاتا ہے۔ ذرے کی سمت رمی خطوط میلان اعظم سے مائل ہے۔ ثابت کرو کہ سطح پر ذرے کی حرکت کا راستہ قطع مکانی ہوگا۔

(۶۶) ایک گولی جس کی لپک کامل ہے ایک مائل سطح کے پائے سے پھینکی جاتی ہے۔ اگر گولی نقطہ رمی سے فاصلہ ف پر سطح مائل سے ٹکرا کر اچھلے اور پھر اسی راستے سے واپس آئے جس راستے سے ٹکرائی تھی تو ثابت کرو کہ

$$\left. \begin{array}{l} \text{ج ف (۱+۳ جب ع)} \\ \text{جب ع} \end{array} \right\} \text{ رفتار رمی ہے۔ جہاں ع}$$

سطح کا میلان ہے۔

(۶۷) ایک وزنی جسم جس کی کمیت ن ہے ایک افقی تختی پر حرکت کرنے میں آزاد ہے۔ اس کو ایک کمانی کے

ذریعہ سے ایک ثابت نقطے سے باندھا جاتا ہے۔ ثابت نقطے کا فاصلہ تختی سے ف ہے اور کمانی کا اصلی طول ۱ ہے۔ ۱، ف سے کم ہے۔ کمانی کی لچک ایسی ہے کہ اگر ایک جسم (کمیت م) اس سے لٹکائیں تو اس کا طول بقدر ط بڑھ جاتا ہے۔ اگر ن کو تھوڑا سا اپنی جگہ سے ہٹا کر پھوڑ دیں تو ثابت کرو کہ ایک چھوٹے سے اتہزاز کی

$$\text{مدت } T = \left\{ \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \right\} \text{ ہوگی۔}$$

(۶۸) ایک ریل گاڑی ایک منحنی پر رفتار ۱ سے چل رہی ہے۔ منحنی کا نصف قطر ن ہے۔ اگر ریل کی سڑک افقی اور ہموار ہو اور ریل گاڑی کے مرکز جمود کی بلندی ریل کی سڑک سے ہی ہو اور ریلوں کے درمیان فاصلہ ۱۲ ہو تو ثابت کرو کہ اگر

$$\frac{1}{2} \left(\frac{v^2}{gN} \right) < 1$$

تو ریل گاڑی الٹ جائے گی۔

(۶۹) ایک فائبر جس کی کمیت ن ہے ایک افقی میز پر پڑا ہے۔ فائبر کا وہ پہلو جو میز سے مس کرتا ہے کھردرا ہے اور جو پہلو مائل ہے وہ چکنا ہے۔ مائل پہلو کا میلان عہ ہے۔ میز اور فائبر کے درمیان زاویہ فرک فہ ہے۔ ایک ذرہ جس کی کمیت م ہے چکنے پہلو پر نیچے کی طرف

پھسلتا ہے۔ وہ شرط دریافت کرو جس کے پورا ہونے سے
فانہ حرکت کر سکے۔ اور ثابت کرو کہ اگر فانہ حرکت کرے تو
اس کا اسراع

مجم غہ جب (عہ - فہ) - ن جب فہ ج ہوگا۔
ن جم فہ + م جب عہ جب (عہ - فہ)

(۷۰) ایک کھڑکی کو دو رسیاں سہارتی ہیں۔ رسیاں چرخوں
پر سے گذر کر اپنے دوسرے سروں سے ایک ایک وزن
سہارتی ہیں۔ ہر ایک وزن کھڑکی کے نصف وزن کے مساوی ہے۔
کھڑکی اپنے چوکھٹے میں کھیلتی ہوئی آتی ہے۔ اب ایک ہی
ٹوٹ جاتی ہے اور کھڑکی اسراع ع سے نیچے اترتی ہے۔
ثابت کرو کہ

$$ع = \frac{۱ - ب}{۱ + ب} ج \text{ جہاں } ر \text{ قدر فرک ہے}$$

اور ۱ کھڑکی کی بلندی اور ب اس کا عرض ہے۔
(۷۱) ۳۰۰ پونڈ کے وزن کو ایک عمودی قوت کے ذریعہ
سے اٹھایا جاتا ہے۔ جوں جوں وزن اوپر چڑھتا ہے
قوت حسب جدول ذیل بدلتی ہے۔

۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰	بلندی زمین سے فٹوں میں
۹۰۰	۶۱۰	۴۸۰	۴۱۰	۳۴۰	۳۲۰	۲۵۰	اٹھانے والی قوت پونڈوں کے وزن میں

علم حرکت ۴۵۳

زمین سے ۵۵۵ فٹ کی بلندی پر دریافت کرو (۱) جسم کی توانائی بالقوہ (۲) جسم کی توانائی بالفعل (۳) اس کام کی مقدار جو قوت نے کیا۔

(۷۲) ۱۰ پونڈ کمیت کا ایک جسم ایک کمانی کے ذریعہ سے زمین سے وصل کیا گیا ہے۔ کمانی ایسی ہے کہ ۱۰ پونڈ وزن لٹکانے سے ایک انچ بڑھتی ہے۔ جسم ایک قوت کے ذریعہ سے اوپر وار اٹھایا جاتا ہے۔ قوت مختلف بلندیوں پر حسب جدول ذیل بدلتی ہے۔

بلندی انچوں میں	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
قوت پونڈوں کے وزن میں	۲۲	۳۶۶۲	۴۴۴۵	۴۹	۵۲	۵۱۶۸	۴۸

۲ انچ اور ۴ انچ کی بلندیوں پر بالترتیب جسم کی توانائی بالفعل اور توانائی بالقوہ دریافت کرو اور ۶ انچ کی بلندی پر اس کی رفتار معلوم کرو۔

(۷۳) ایک انجن ایک ٹل کے ذریعہ سے پانی نکالتا ہے۔ جس وقت پانی ٹل میں سے نکلتا ہے اس وقت اسکی رفتار ۱ ہے۔ ثابت کرو کہ انجن کے کام کرنے کی شرح اس طرح بدلتی ہے جس طرح ۲۔

(۷۴) ایک انجن کے پیسوں پر ۲۴ ٹن کا وزن ہے اور

پہیوں اور ریلوں کے درمیان قدر فرک $\frac{1}{4}$ ہے۔ اگر انجن کی ایسی طاقت ہو اور پہیے نہ پھسلیں تو ثابت کرو کہ گاڑی کی رفتار زیادہ سے زیادہ ۳۰ میل فی گھنٹہ ہو سکتی ہے۔

(۷۵) ایک ریل گاڑی جس کی کمیت N ہے ایک اسٹیشن سے حالت سکون سے چل کر دوسرے اسٹیشن پر پہنچ کر ساکن ہو جاتی ہے۔ دونو اسٹیشنوں کے درمیان فاصلہ F ہے اور ریل گاڑی کو وقت T ثانیہ لگتا ہے۔ ریلوں وغیرہ کی رگڑ سے C پونڈ وزن کے مساوی مزاحمت ہوتی ہے۔ دونو اسٹیشنوں کے درمیان کچھ فاصلے تک انجن کی قوت مستقل رہتی ہے اور P پونڈ وزن کے مساوی ہوتی ہے۔ ثابت کرو کہ

$$P = \frac{C^2 J W}{E J W - N^2 F}$$

$$\text{اور } P \text{ کی مدت عمل} = W - \frac{N^2 F}{E J W}$$

(۷۶) ایک سائیکل سوار اور اس کی مشین دونوں کی مجموعی کمیت N پونڈ ہے۔ اگر ایک مائل سڑک پر نیچے کی طرف بغیر پاؤں چلانے کے سوار L فٹ فی ثانیہ کی سیکس

رفتار سے جارہا ہو اور مائل سڑک کا میلان ۴۵ میں ایک ہو تو
 ثابت کرو کہ ایک ایسی مائل سڑک پر جس کا میلان ۱ میں
 ایک ہے اوپر کی طرف اسی رفتار سے جانے کے لئے اسکو
 اس شرح سے کام کرنا چاہئے

جو $n = \left[\frac{1}{m} + \frac{1}{l} \right] \frac{r}{550}$ ایسی طاقت کے مساوی

ہو۔
 (۷۷) ایک سائیکل سوار ایک ہموار سڑک پر ۱۲ میل فی گھنٹہ
 کی رفتار سے چلتا ہے اور ۴۵ میں ایک میلان والی سڑک
 پر اوپر کی طرف ۵ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چلتا ہے۔
 جو فراحت سڑک کے میلان کی فراحت کے علاوہ ہے
 وہ مستقل رہتی ہے۔ اس فراحت کو دریافت کرو اور
 یہ بھی معلوم کرو کہ ۱۰ میں ایک میلان والی سڑک پر
 نیچے کی طرف اس کی رفتار زیادہ سے زیادہ کیا ہوگی۔
 سوار اور اس کی مشین کی مجموعی کمیت مادہ ۱۸۰ پونڈ ہے
 اور وہ یکساں شرح سے کام کرتا ہے۔

(۷۸) لکڑی کے ایک کندے کی کمیت مادہ ۵۰ پونڈ ہے
 اور وہ حرکت کرنے میں آزاد ہے۔ اگر ہم پونڈ کمیت
 کی ایک گولی رفتار سے چلتی ہوئی اس کے مرکز ثقل کی
 سیدھ میں لگے تو دریافت کرو کہ گولی کے لگنے سے
 کندے کی کیا رفتار ہوگی؟

اگر گولی کندے میں ۱ فٹ گھس جائے اور گولی کی حرکت کے مقابل لکڑی کی مزاحمت یکساں ہو تو ثابت کرو کہ یہہ

$$\text{مزاحمت} = \frac{n \text{ م}}{n + \text{م}} \times \frac{1}{2} \text{ ج ۱} \text{ پونڈ وزن کے مساوی}$$

ہے۔ اور یہہ کہ کندے میں داخل ہونے میں گولی کو

$$\frac{1}{2} \text{ ثانیہ وقت لگیگا اور اس عرصہ میں کندہ} \frac{\text{م}}{n + \text{م}} \text{ ۱ فٹ کے فاصلہ تک چلے گا۔}$$



جوابات

نمبری (۱)

- (۳) ۱۰۰ فٹ (۵) ۱۲۰
- (۴) پانی کی دھار سے زاویہ جمعہ $(\frac{3}{5})$ یعنی $۱۲۶^{\circ} ۵۲'$ بناتے ہوئے، پانی کی دھار پر عمود یعنی اس کی عمود سمت پانی کی دھار سے مس $\frac{۵}{۳}$ یعنی $۵۹^{\circ} ۲۰'$ کا زاویہ بناتی ہے۔
- (۸) $۳۱\frac{۳}{۴}$ میل فی گھنٹہ ، ۱۲ میل فی گھنٹہ
- (۹) اب محدودہ سے ۱۵۰° کا زاویہ بناتی ہوئی سمت میں ، پندرہ منٹ کے بعد لا سے براویہ قائمہ ٹکڑ ہوگی۔
- (۱۰) گاڑی کی حرکت کی سمت سے جمعہ $(\frac{۱۱}{۵})$ کے زاویہ پر۔
- (۱۱) مشرق سے شمال کی طرف زاویہ مس $\frac{۱۳}{۴}$ پر ایک افقی خط کھینچو۔ اس افقی خط سے زاویہ ارتفاع مس $\frac{۱۵}{۴}$ بناتی ہوئی سمت میں $۲۹\frac{۱}{۲}$

(۱۲) (۱۳۱-۱) ب' (۶۱-۶۲) $\frac{۱۳}{۴}$ جہان ب رفتار ہے (۱۳) ۹۰°
(۱۴) سب سے بڑی رفتار سے زاویہ جسم $\frac{۱۳}{۴}$ بناتی ہوئی اور مقدار میں ۱۴-

نمبری (۲)

- (۱) ریل گاڑی کی حرکت کی سمت سے زاویہ مس $\frac{۱۳}{۴}$ بناتی ہوئی اور مقدار میں ۵۵ فٹ فی ثانیہ
- (۲) ۲۰ میل فی گھنٹہ اور شمال سے مغرب کی جانب زاویہ مس $\frac{۱۳}{۴}$ بناتی ہوئی -
- (۳) ۱۵ میل فی گھنٹہ جانب شمال مشرق
- (۴) ۱۰ میل فی گھنٹہ جانب جنوب مشرق
- (۵) ۳۹ میل فی گھنٹہ مشرق سے شمال کی جانب زاویہ جسم $\frac{۱۳}{۴}$ بناتی ہوئی
- (۶) $\frac{۹}{۱۱}$ ۳۲ میل فی گھنٹہ
- (۷) ۲۱۲ میل فی گھنٹہ سمت عمودی سے ۴۵° کا زاویہ بناتی ہوئی -
- (۸) $\frac{۵۱۲-۲۱۲}{۴}$ میل فی گھنٹہ - [و ۱ (= ۱۴) مشرق کی طرف کھینچو اور و ب (= ۷) جنوب مشرق کی جانب کھینچو - متوازی الاضلاع و ب ج کی تکمیل کرو تو وج سمت مطلوبہ ہے]

- (۱۰) $\frac{5}{11}$ ثانیہ (۱۳) ۲۴ منٹ ، ۶ میل
 (۱۴) $\frac{1}{13}$ فٹ فی ثانیہ ب ۱ سے زاویہ مس ۱۳ بناتی
 ہوئی ، ۳ فٹ ، $\frac{23}{25}$ ثانیہ کے اختتام پر۔
 (۱۶) $\frac{2}{3}$ میل فی گھنٹہ جنوب مشرق کی جانب
 (۱۷) جانب شرق (۱۸) ۳ ر اور ۷

نمبری (۳)

- (۱) $\frac{11}{3}$ نیم قطری فی ثانیہ
 (۲) $\frac{8}{11}$ نیم قطری فی ثانیہ ، $\frac{5}{2}$ فٹ فی ثانیہ
 (۳) $\frac{11}{3}$ فٹ فی ثانیہ ، $\frac{11}{18}$ نیم قطری فی ثانیہ
 (۴) ۱ : ۲۰ : ۳۶۰ (۵) $\frac{1}{2}$ میل فی گھنٹہ
 (۶) $\frac{ق-ف}{ق} \times \frac{1}{r}$ (۸) $\frac{11}{3}$
 (۱۰) $\frac{1}{3}$ ۶۰ (۱۰۳، ۹) میل فی گھنٹہ افق سے $\pm ۳۰^\circ$
 زاویہ بناتی ہوئی
 (۱۱) $\frac{11}{3}$ نیم قطری فی ثانیہ ، ۳۰ میل فی گھنٹہ
 (۱۲) ۲۲ نیم قطری فی ثانیہ ، ۳۰ میل فی گھنٹہ
 (۱۳) ۲۰ میل فی گھنٹہ ، ۱۰ میل فی گھنٹہ افق سے
 $\pm ۶۰^\circ$ کا زاویہ بناتی ہوئی ، ۱۰ میل فی گھنٹہ افق
 سے $\pm ۳۰^\circ$ کا زاویہ بناتی ہوئی

نمبری (۴)

(۲) ۵ میل فی گھنٹہ ایسی سمت میں جو مغرب سے شمال کی جانب زاویہ $\frac{1}{3}$ بنا رہی ہے

(۳) ۵ فٹ فی ثانیہ اس کی ابتدائی رفتار سے ۱۲۰° کا زاویہ بناتی ہوئی۔

(۴) $\frac{20}{27} - \frac{20}{27}$ فٹ ثانیہ بجانب شمال شمال مغرب

(۵) ۱۲ فٹ فی ثانیہ اس کی ابتدائی رفتار سے ۱۲۰° کا زاویہ بناتی ہوئی۔

نمبری (۵)

(۱) (۱) ۱۷ فٹ فی ثانیہ ، $\frac{1}{4}$ ۴۷ فٹ

(۲) صفر ، $\frac{1}{4}$ ۲۴ فٹ (۳) $\frac{55}{18}$ ، $\frac{1}{11}$ ثانیہ

(۴) ۳ فٹ فی ثانیہ ، ۶ ثانیہ

(۲) ۴۰ فٹ فی ثانیہ ، ۴۰ فٹ (۳) ۴۰ ثانیہ

(۴) ۲۰ فٹ سیکنڈ اکائیاں (۵) ۱۰ سیکنڈ ، ۱۵۰ میٹر

(۶) ۵۰ ثانیہ میں ، ۲۵ میٹر (۷) ۱۸ فٹ ثانیہ اکائیاں

(۸) ۱۰ فٹ فی ثانیہ ، $\frac{1}{5}$ فٹ ثانیہ اکائی

(۹) ۱۹ فٹ فی ثانیہ ، ۳ فٹ ثانیہ اکائیاں ، $\frac{1}{4}$ ۶۰ فٹ

(۱۰) ۵ سیکنڈ ، $\frac{1}{4}$ ۱۲ فٹ (۱۱) ۱۶ فٹ ثانیہ اکائیاں ، ۴۰ فٹ فی ثانیہ

(۱۲) ۳۰ فٹ فی ثانیہ ، ۲ فٹ ثانیہ اکائیاں (۱۳) ۳۰ فٹ

(۱۴) $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1-27}{3}$ ، $\frac{27-27}{3}$ ثانیہ بالترتیب

(۱۵) ۲ ثانیہ میں و سے ۱۶ فٹ پر

(۱۶) ہاں

(۱۷) اس کی نقل مکان $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ فٹ ہے اور مشرق سے شمال کی جانب زاویہ $\frac{1}{2}$ بناتی ہے۔

(۱۸) ۱۰ ثانیہ یا ۳۰ ثانیہ (۲۰) $\frac{1}{2}$ میل فی گھنٹہ
(۲۱) ۳۲۳.۵ فٹ ، چوتھے ثانیہ میں ، ۲۴ فٹ ثانیہ

اکائیاں

(۲۲) ۳۷۵.۵ فٹ ، $\frac{1}{2}$ فٹ ثانیہ اکائیاں

نمبری (۶)

- (۱) ۲۵ فٹ ، $\frac{1}{2}$ ثانیہ اور $\frac{1}{2}$ ثانیہ
(۲) (۱) $\frac{15}{32}$ ثانیہ میں (۲) $\frac{1}{2}$ ثانیہ میں
(۳) $\frac{1}{2}$ ثانیہ اور $\frac{1}{2}$ ثانیہ میں ، ۵۰ فٹ
(۴) (۱) ۱۶۰۰ فٹ (۲) $\frac{1}{2}$ ثانیہ
(۳) ۶۰ فٹ فی ثانیہ اوپر وار
(۵) ۳۳۲ فٹ (۶) ۲۴ ثانیہ (۷) ۲ ثانیہ یا $\frac{1}{2}$ ثانیہ
(۸) ۵۴۵ سینٹی میٹر فی ثانیہ ، $\frac{1}{2}$ ثانیہ (۹) ۱۰.۲ ثانیہ
(۱۰) ۲۱۸ میٹر ، $\frac{1}{2}$ ثانیہ (۱۱) ۳۲.۱۸
(۱۲) ۹۰۰ فٹ ، $\frac{1}{2}$ ثانیہ (۱۳) ۱۰۰ فٹ
(۱۴) ۴۰۰ فٹ (۱۵) ۱۴۴ فٹ

- (۱۶) ۲۵۶ فٹ فی ثانیہ ، ۱۰۲۴ فٹ
(۱۷) ۵ = ۹ فٹ فی ثانیہ (۱۸) ۷۸۴ فٹ
(۱۹) ۱۱۲۰ فٹ فی ثانیہ (۲۰) ۱۵۰ فٹ

نمبری (۷)

- (۱) ۲۰۰ فٹ ، ۵ ثانیہ
(۲) ۱۶ فٹ فی ثانیہ ، $\frac{۵}{۳۱}$ ثانیہ
(۳) ۳۰°
(۴) ۱ : ۴
(۵) (۱) $\frac{۳}{۵}$ ۸۹ فٹ ، $\frac{۴}{۵}$ ۶۰ فٹ فی ثانیہ
(۲) $\frac{۳}{۵}$ ۲۱۶ فٹ ، $\frac{۴}{۵}$ ۹۲ فٹ فی ثانیہ
(۶) ۳۰° (۷) جسم $\frac{۱}{۴}$ یعنی ۵۷۵° ۳۱

نمبری (۸)

- (۱) ۴۰۸۰ فٹ (۲) اثنائہ ، $\frac{۱}{۴}$ اثنائہ
(۳) ۹۶ فٹ فی ثانیہ ، صفر
(۴) پہلا جسم برج کی بلندی کا ایک ربع گر چکیگا
(۵) $\frac{۳}{۴}$
(۶) 'اجال' اور صفر جہاں سطح کی بلندی ہے۔
(۷) پہلے جسم کی ابتداء حرکت سے وقت $\frac{۱}{۴}$ (۱ + $\frac{۱}{۴}$ ج و) گزرنے کے بعد اور بلندی $\frac{۱}{۴}$ (۲ - $\frac{۱}{۴}$ ج و) پر۔

(۸) ۱۵ ثانیہ (۹) ۹۶ فٹ (۱۰) ۱۹۶ فٹ ، ۱۱۲ فٹ فی ثانیہ
(۱۱) ۳۲ ، ۹۶ اور ۱۶۰ فٹ ہیں ، ۳ ثانیہ

(۱۹) $\left[\frac{۲۰}{۳} \right]$ قم عہ قطبہ (۲۰) $\left[\frac{۲۰}{۳} \right]$ (۳) - $\left(\frac{۱}{۳} \right)$

(۲۲) $\frac{۲۲}{۳۵}$ فٹ ثانیہ اکائیوں ، $\frac{۲۲}{۳۵}$ فٹ ثانیہ
اکائیوں ، ۳۰ میل فی گھنٹہ

(۲۵) ۶۰ میل فی گھنٹہ ، ۴۴ ثانیہ ، ۱۹۳۶ فٹ ، ۸ ثانیہ

(۲۸) $\frac{۳۲}{۳۳}$ فٹ سیکنڈ اکائیوں ، ۳۰ فٹ فی ثانیہ

(۲۹) $\frac{۱۱}{۳۵}$ فٹ ثانیہ اکائیوں ، $\frac{۵۵}{۳۳}$ فٹ ثانیہ
اکائیوں ، ۲ گھنٹہ $\frac{۱}{۳}$ منٹ -

نمبری (۹)

(۳) (۱) $\frac{۱}{۴}$ (۲) $\frac{۱}{۴}$ (۳) $\frac{۱}{۴}$ فٹ سیکنڈ اکائیوں

(۵) (۱) ۲۰۰ پونڈل (۲) $\frac{۱}{۴}$ پونڈ وزن

(۶) ۱۵ پونڈ وزن (۷) $\frac{۲}{۵}$ ۱۵ پونڈ وزن

(۸) ۴۸ فٹ ثانیہ اکائیوں ، ۲۰ فٹ

(۹) ۶۴ : ۱ ، ۵ فٹ فی ثانیہ

(۱۰) $\frac{۱}{۴}$ ثانیہ ، $\frac{۱}{۳}$ فٹ فی ثانیہ

(۱۱) ۲ منٹ ۵۶ سیکنڈ (۱۲) ۱۴ سیکنڈ

(۱۳) ۱۸۰ فٹ

(۱۵) $\frac{۱}{۳}$ ۳۶۳ سیٹی میٹر فی ثانیہ ، $\frac{۲}{۳}$ ۱۸۱

سنٹی میٹر ۲۱۸۰۰ ، سنٹی میٹر
(۱۶) ۴۹۵۰۵ کیلو گرام (۱۷) ۱۴۴ پونڈ
(۱۸) ۱۲ پونڈ

(۱۹) $\frac{11}{14}$ پونڈ وزن ، $\frac{3}{8}$ پونڈ وزن
(۲۰) وہ مساوی ہیں (۲۱) ۱۱۰ پونڈ وزن
(۲۲) $\frac{1}{3}$ ۱۳۳ فٹ فی ثانیہ

نمبری (۱۰)

(۱) ج ، $\frac{1}{5}$ پونڈ وزن
(۲) (۱) ۴ فٹ ثانیہ اکائیاں (۲) $\frac{5}{8}$ پونڈ وزن
(۳) ۲۰ فٹ فی ثانیہ (۴) ۵۰ فٹ
(۳) (۱) $\frac{2}{3}$ ۱۰ فٹ فی ثانیہ (۲) $\frac{1}{3}$ ۲۱ فٹ (۳) ۶۴۰ فٹ
اور - ۵۱۲ فٹ بالترتیب -
(۴) ۴۴۴ میٹر ، ۴۹۵ گرام وزن (۶) بقدر ۲ پونڈ وزن
(۷) $\frac{2}{3}$ (۸) $\frac{5}{2}$ (۹) ۱۶ فٹ
(۱۰) (۱) ج ، (۲) $\frac{1}{5}$ ثانیہ (۳) $\frac{1}{5}$ ۱۵ فٹ فی ثانیہ
(۱۱) ۲ ثانیہ
(۱۲) (۱) ۲ فٹ ثانیہ اکائیاں (۲) $\frac{13}{14}$ ۲ پونڈ وزن
(۳) ۶ فٹ فی ثانیہ (۴) ۹ فٹ
(۱۳) $\frac{2142-3}{4}$ ج ، $\frac{4}{7}$ (۱۴) ۱ + ۲۱ ثانیہ
(۱۴) ۴۰ فٹ

علم حرکت

۹

ہوابات

(۱۵) ۲۴ پونڈ ۱۰ اونس (۱۶) ۵ اونس

(۱۷) ۱۹ : ۱۳

(۱۸) $۲\frac{۱}{۲}$ اور $۳\frac{۱}{۲}$ پونڈ وزن ، $\frac{۱}{۲}$ ج

(۱۹) ۲۹ فٹ ۹ انچ تقریباً

نمبری (۱۱)

(۱) $\frac{۱۱}{۲۲}$ ج ، ۳

(۲) ۴۰.۵۶ فٹ فی ثانیہ ، ۹۶ فٹ

(۳) ۱۵ (۴) $\frac{۲۶}{۲}$ ثانیہ ، ۲۶.۸ فٹ فی ثانیہ

(۵) $\frac{۱}{۲}$ ۵۶ ثانیہ ، $\frac{۱۶}{۱۵}$ فٹ فی ثانیہ

(۶) ۱۶ ۵۶ فٹ فی ثانیہ ، ۸۰ فٹ فی ثانیہ

(۸) بڑا جسم باسراع $\frac{۳۱-۳}{۹}$ ج نیچے کی طرف

حرکت کرتا ہے

(۹) ذرے حرکت نہیں کرتے۔

(۱۰) $\frac{۱}{۲}$ ۲۱۱۷ فٹ (۱۱) ۱۸ : ۶۰.۵

(۱۲) (۱) ۵ منٹ ۸ سیکنڈ (۲) ۶۷.۷۶ فٹ

(۱۳) (منٹ $\frac{۲۲}{۲}$ سیکنڈ $\frac{۲۲}{۲}$ ۲۲.۵۸ فٹ

(۱۴) $\frac{۲۰}{۲۲}$ ۵ ٹن وزن (۱۵) ایل ۳۰.۸ گز

(۱۶) $\frac{۲۲}{۲۲}$ ۱۲ گز (۱۷) $\frac{۲۱}{۲۲}$ ۱۱ فٹ

(۱۸) $\frac{۲۱}{۲۲}$ ۵ ٹن وزن ، تقریباً ۷ میں ایک ، ۷ میں ایک۔

نمبری (۱۲)

صفر (۲) (۱) ۲۰ پونڈ وزن (۲) $\frac{5}{8}$ ۲۰ پونڈ وزن
 ۱۵۴ پونڈ وزن ، ۷۰ پونڈ وزن
 ج (۵) $\frac{1}{2}$ ۲۰۵۷ فٹ
 ۲۹۷ گرام وزن ، ۲۷۰ اور ۲۶۴ گرام وزن
 ۳ اونس وزن ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{1}{4}$ اونس وزن ، ۳ اونس وزن
 وزن

(۸) ۹۳۹ ٹن وزن (۹) ۳۹۷ پونڈ وزن تقریباً
 (۱۰) ۷۵۲۱ پونڈ وزن تقریباً
 (۱۳) دس سمت شاقولی میں لگتے ہیں
 (۱۴) ۵:۳ (۱۶) ۸۰ فٹ
 (۱۸) $\frac{4}{5}$ ۶ ٹن (۲۱) ۱:۲
 (۲۲) ۱۵۹ ثانیہ (۲۳) $\frac{3}{13}$ و $\frac{3}{13}$ و $\frac{3}{13}$
 (۲۴) م اوپر وار باسراع $\frac{3}{13}$ حرکت کرتا ہے اور
 ن نیچے کی طرف اسراع $\frac{3}{13}$ سے حرکت کرتا ہے۔

$$(۲۶) \frac{م}{م+م} = \text{اور اسراع} = \frac{م-م}{م+م} \text{ ج}$$

(۲۷) $\frac{1}{13}$ فٹ سیکنڈ اکائیاں (۲۸) $\frac{1}{55}$ ج
 (۲۹) ۳۲۰ فٹ ، ۲۸ میل فی گھنٹہ

نمبری (۱۳)

- (۱) $\frac{۲}{۳}$ فٹ فی ثانیہ (۴) $\frac{۱}{۴}$ فٹ فی ثانیہ
(۵) $\frac{۷}{۲}$ فٹ فی ثانیہ (۶) $\frac{۷}{۸}$ فٹ
(۷) $\frac{۲۰۹}{۳۲۳}$ ٹن وزن (۸) $\frac{۱۴۳۱}{۱۴۳۱}$ فٹ فی ثانیہ تقریباً

نمبری (۱۴)

- (۱) ۱۶۰ (۲) $\frac{۱}{۳}$ ۲۱۳ (۳) ۱۱۹ و ۴۹
(۴) ۱۴ و ۶۸۵ پونڈ وزن (۵) $\frac{۳}{۵}$ ۲۱ (۶) $\frac{۶۹}{۱۳۵}$
(۷) ۴۳۹۲۰۰۰ فٹ پونڈ، اسی طاقت
(۸) ۱۵۲ فٹ پونڈ (۹) ۲۰۹ و ۲ ٹن وزن

امثلہ نمبری (۱۵)

- (۱) (۱) ۵۱۲۰ (۲) ۱۲۸۰ (۳) توانائی بالفعل کی صفراکائیاں
(۲) ۱۵۶۲۵ (۳) ۱۰×۱۲۵
(۴) ۱۰×۶۲۵ ، ۱۰×۳۱۲۵ (۵) $\frac{۳۱۶۰}{۸۱}$ فٹ پونڈ
(۶) ۲ : ۱ ، ۱۵ : ۱ ، ۳۰۰ اور ۶۰۰ پونڈل ، ۶۰۰ اور ۲۰ فٹ

امثلہ نمبری (۱۶)

- (۳) صدے کی ۸۹۶۰۰۰ اکائیاں ، ۴ فٹ

علم حرکت ۱۲ جوابات

- (۴) $\frac{5}{2}$ فٹ، $\frac{1}{4}$ (۲۲۶) ثانیہ، $\frac{3}{4}$
- (۵) ۷۷۹۷ سینٹی میٹر فی ثانیہ، ۴۰۷۵ گرام وزن تقریباً
- (۶) ۱۰۴ ہنڈرڈ ویٹ وزن
- (۷) جسم ۲۴ فٹ فی ثانیہ کی رفتار سے حرکت کرتے ہیں
- (۸) $\frac{4}{3}$ فٹ فی ثانیہ، $\frac{3}{4}$ فٹ فی ثانیہ
- (۹) جہاں ب مشترکہ رفتار ہے
- (۱۰) $\frac{1}{2}$ فٹ، $\frac{1}{4}$ ثانیہ
- (۱۱) رفتاریں آخر کار مساوی ہو جاتی ہیں
- (۱۲) ۱۱:۱۹:۱۱ (۱۷) ۲۰ فٹ فی ثانیہ، ۵۶ فٹ پونڈ
- (۱۸) $\frac{3}{4}$ ٹن وزن، ۲۸، ۲۳۳، $\frac{1}{4}$ ۳۳۳ فٹ پونڈ
- (۱۹) $\frac{6}{13}$ ٹن (۲۱) ۳۵۲۰ فٹ پونڈ
- (۲۲) $\frac{10}{39}$ (۲۳) $\frac{88}{3}$ ٹن
- (۲۴) ۳ پونڈ وزن، $\frac{4}{9}$ ۲۴ پونڈ وزن
- (۲۶) $\frac{1}{3}$ اکائیوں، $\frac{1}{24}$ پونڈ وزن، $\frac{5}{528}$ اسی طاقت
- (۲۷) ۱۲:۶۹ پونڈ وزن

امثلہ نمبری (۱۷)

- (۱) (۱) ۱۶ فٹ، ۲ ثانیہ، ۱۱:۱۹ فٹ
- (۲) ۷۵ فٹ، ۴۳۳ ثانیہ، ۱۷۳۵ فٹ
- (۳) ۱۳:۱۳ فٹ، ۷۷۵ ثانیہ، ۴۴ افٹ
- (۴) ۲۲۵ فٹ، $\frac{1}{4}$ ثانیہ، ۱۲۰۰ فٹ

- (۳) (۱) ۱۶۰۰۰ فٹ (۲) ۱۱۲۰۰۰
 (۵) ۱۱۷۱۶ فٹ اور ۲۷ ثانیہ تقریباً ،
 ۱۰۷۱۸ فٹ اور ۲۵٫۹ ثانیہ تقریباً ،
 ۱۹۰۴۸ فٹ اور ۴ و ۳۴ ثانیہ تقریباً ،
 ۴۴۴۴ فٹ اور ۳۰ ثانیہ تقریباً۔
 (۶) ۲۹۲۹ گز تقریباً ، ۷۰۷۱ گز تقریباً
 (۸) ۸۴۷۹۵ میٹر ، ۴۴۱۷۴ میٹر

امثلہ نمبری (۱۹)

- (۱) ۹ میل نصف قطر کا ایک دائرہ
 (۲) افقی سے براویہ مس $\frac{1}{2}$ (یعنی ۵۳°) $\frac{1}{2}$
 (۳) $\frac{1}{2}$ فٹ ، ۱۸۵ و ۹ فٹ (۴) ۱۲۱ فٹ تقریباً
 (۵) $\frac{1}{2}$ ثانیہ میں اور ایسے مقام پر جس کے افقی اور
 عمودی فاصلے پہلی توپ سے ۴۷ و ۴۷ اور ۲۷ و ۲۷
 فٹ ہیں
 (۸) ۳۰°
 (۱۴) $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{g}} \times \text{جم عہ}$

- (۱۵) بندوق کی سمت غبارہ کی طرف ہوتی چاہیے۔
 گولی جسم کو اس وقت لگیگی جب جسم ۱۶ فٹ گر چکا۔
 (۱۸) $\frac{1}{2}$ پونڈ (۱۹) ۵۶۶ فٹ ، ۳۲ و ۲۹ فٹ
 (۲۰) $\frac{1}{2}$ فٹ ، ۳۲۴ فٹ ، ۲۲۵ فٹ

علم حرکت

۱۵

جوابات

(۲۱) $\frac{1}{2}$ (جب عہ \pm حجم عہ) ثانیہ جہاں رفتار
رمی اور عہ زاویہ رمی ہے۔
(۲۳) ۸۰ فٹ فی ثانیہ

امثلہ نمبری (۲۰)

(۱) ۷۲۹ فٹ

(۶) ۲ $\sqrt{13}$ (= ۷.۲) فٹ فی ثانیہ براویہ

مسافت $\frac{3}{4}$ (= ۱۶.۶) سطح سے۔

(۸) (۱) ۴ $\sqrt{13}$ (= ۲۶.۲) فٹ فی ثانیہ براویہ

مسافت $\frac{3}{4}$ (= ۲۵.۵۲) سطح سے

(۲) ۲۰ $\sqrt{2}$ (= ۲۸.۳) فٹ فی ثانیہ براویہ

مسافت $\frac{3}{4}$ (= ۵۲.۳۶) سطح سے

(۳) ۴ $\sqrt{5}$ (= ۳۰.۳۲) فٹ فی ثانیہ براویہ

مسافت $\frac{3}{4}$ (= ۲۵.۲۳) سطح سے

امثلہ نمبری (۲۱)

(۱) $\frac{5}{17}$ اور $\frac{7}{2}$ فٹ فی ثانیہ

(۲) $\frac{2}{3}$ اور $\frac{11}{14}$ فٹ فی ثانیہ

(۳) پہلا ساکن رہتا ہے اور دوسرا ۶ فٹ فی ثانیہ کی

رفتار سے واپس ہوتا ہے۔ (۸) $\frac{1}{4}$

(۹) (۱۱) کیتوں کی نسبت ۱:۳ ہے (۲) رفتاروں کی

نسبت ۲:۱ ہے۔

(۱۱) ۵۶۶ اور ۲۵۵ ثانیہ

(۱۵) $5\sqrt{5}$ ب (= ب ۱۸۰ x ۱۱) براؤیہ

سن $\frac{1}{4}$ (= ۲۶° ۳۴) اور $20.5\sqrt{5}$ ب (= ب ۱۸۰ x ۱۱)

براؤیہ سن $\frac{3}{11}$ (= ۱۴° ۶) خط مرکزین سے

امثلہ نمبری (۲۲)

- (۳) ۶۰ فٹ ، ۳۶۴۴ ثانیہ
 (۴) ۸ ثانیہ ، ۴۴۳۴ فٹ
 (۶) برج کے پایہ سے فاصلہ می پر
 (۹) ایک ایسے نقطے پر جس کا فاصلہ نقطہ ابتداء حرکت سے محیط کا اٹھارہواں حصہ ہے۔
 (۱۶) $۲ ل ط جبئ عہ جم عہ ۲ (۱۷) ۳ ن ل (۱۱) ل$ فٹ
 (۱۹) سطح عمودی پر بان عمود کھینچو اور ج تک خارج کرو حتیٰ کہ بان = ل x ج ن - سمت مطلوبہ ا ج ہوگی۔

امثلہ نمبری (۲۳)

- (۱) ۶۰ پونڈل ۲۸۶۶ (۲)
 (۳) ۳۸۵۳ ۲۴ فٹ فی ثانیہ (۵)
 (۶) ۱۳۶۴ تقریباً $\frac{1}{12}$ ٹن وزن (۷)
 (۸) ۲۱۴۲ ٹن وزن

امثلہ نمبری (۲۴)

- (۱) تقریباً ۵۶۶ پونڈ وزن ، تقریباً ۸۶۲۴ فٹ فی ثانیہ
 (۴) ۱۲ فٹ فی ثانیہ (۶) ۴۶۹ انچ

علم حرکت ۱۸ جوابات

(۷) ۳۶۰۲ انچ (۸) ۶۵۱۸ انچ

$$(۱۰) ۶۰ = \sqrt{\frac{ج}{۳۳}} = ۱۰.۸ \text{ تقریباً } (۱۳) ۳۷۹ : ۳۷۰$$

$$(۱۶) م (ج-۳۳) ن' ب (پونڈل) \frac{۱}{۳۳} \sqrt{\frac{ج}{ب}}$$

$$(۱۸) \sqrt{۲ ج ف} (۱۹) م ر : م ر$$

$$(۲۰) \frac{۱}{۳۳} \sqrt{\frac{م ج}{م (ط-ل)}} (۲۱) \text{ اتنا کم کرنا چاہئے کہ اسکی پہلی مقدار کا } \frac{۱}{۲}$$

باقی رہے۔

$$(۲۲) ۱ : ۲ ، \frac{۳}{۲} \sqrt{۲-۲۲} \text{ ثانیہ}$$

$$(۲۳) \sqrt{\frac{لہ}{م} \times \frac{ن (ن-۱)}{۱}}$$

(۲۵) (۱) اندہ کی ریل پر تقریباً ۵۷ ڈٹن وزن
(۲) باہر کی ریل پر تقریباً ۸ ڈٹن وزن۔

امثلہ نمبری (۲۵)

(۱) (۱) ۲۰.۵۸ فٹ فی ثانیہ ، ۲۲.۵ پونڈ وزن

(۲) ۱۵.۵۵ فٹ فی ثانیہ ، ۷.۵ پونڈ وزن

(۲) ۲۱.۵۹ فٹ فی ثانیہ ، ۳۰ پونڈ وزن

- (۳) ۸ ۱۳ فٹ فی ثانیہ ، ۳ م ج
 (۴) (۱) ۲۴ فٹ فی ثانیہ (۲) ۱۲ ۱۳ فٹ فی ثانیہ
 (۳) ۸ ۱۳ فٹ فی ثانیہ ، ۱۲ فٹ فی ثانیہ
 (۵) ذرے کے وزن کا چھ گنا ، ۴۰ فٹ فی ثانیہ
 (۶) ۴۸ فٹ فی ثانیہ ، ۹ ہنڈرڈ ویٹ کا وزن ، $\frac{1}{4}$ م
 ہنڈرڈ ویٹ کا وزن
 (۹) دائرے کے نصف قطر کا $\frac{17}{4}$
 (۱۰) $\frac{Q}{81}$ اور $\frac{17Q}{81}$ جہاں Q دائرے کا قطر ہے۔
 (۱۱) لچک کی قدر = $\frac{1}{4}$
 (۱۳) ۴ ۱۳ م پونڈ وزن ، ۵ ۱۳ م پونڈ وزن
 (۱۴) $\frac{1}{8}$ ج ۱ (۱۸۷ + ۱۱ ۱۳)
 (۱۸) ۱۲ فٹ فی ثانیہ ، ۹ انچ
 (۲۰) ۸۰ سینٹی میٹر تقریباً

امثلہ نمبری (۲۶)

- (۱) (۱) $\frac{1}{4}$ ۱۳ ثانیہ (۲) $\frac{1}{4}$ ثانیہ (۳) ایک ثانیہ
 (۲) ۲ ۱۳ ، $\frac{1}{4}$ ، ۱۳ فٹ فی ثانیہ
 (۳) (۱) ۱۱ ۱۳ (۲) ۳۲ ۱۳ (۳) ۲ فٹ فی ثانیہ
 (۴) ۳۶ ۱۳ فٹ فی ثانیہ (۵) ۱۱ ۱۳ فٹ ثانیہ اکائیاں

امثلہ نمبر (۲۹)

- (۱) ۸۸ فٹ فی ثانیہ ، $\frac{۲۲}{۱۵}$ فٹ ثانیہ اکائیاں
 (۲) ۱۳۲۰ فٹ فی ثانیہ ، ۳۳۰ فٹ ثانیہ اکائیاں
 (۳) ۸۸۰ گز ، $\frac{۱۱}{۱۵}$ فٹ ثانیہ اکائیاں
 (۵) $۵\frac{۱}{۲}$ فٹ (۶) ۸۸ گز
 (۸) ۸ (۱) ۸ (۲) $\frac{۱۱}{۱۵}$ (۳) ۳۸۴۰۰۰ (۱۱) ۱۱ ثانیہ
 (۱۰) $\frac{۱۸}{۱۱}$ ۱۲۶

امثلہ نمبر (۳۰)

- (۱) $\frac{۴}{۹}$ ۴۰ پونڈل (۲) ایک پونڈل ، ۱۰ فٹ پونڈل
 (۳) $\frac{۱}{۱۶}$ ثانیہ (۵) ۸۸۰۰ گز ، ۳۰۰ ثانیہ ، $\frac{۶}{۱۱}$ ۵۴ ٹن
 (۶) $\frac{۶}{۲}$ ۳۴۲ گز (۷) ۴۰۰ فٹ ، ۹۰ پونڈ
 (۸) ۱۱ پونڈ (۱۰) ۱ : ۹ ، ۱ : ۳ ، ۲ : ۱۵
 (۱۲) $\frac{۴}{۲۰} \times ۱۲۰$ ، ۱۱۵۲۰۰
 (۱۳) $\frac{۹}{۱۶}$ فٹ ، $\frac{۵}{۲}$ ثانیہ ، ۸ پونڈ
 (۱۴) ۸۰۰ فٹ ، ۵ ثانیہ ، ۲ پونڈ
 (۱۵) ۱۴۱۱۲ گز ، ۲۱ ثانیہ ، $\frac{۱}{۱۶}$ پونڈ
 (۱۶) ۱۸۵۲۱ میٹر ، ۲۵ و ۵ ثانیہ ، ۳۰ گرام
 (۱۷) ایک میل ، ۸ منٹ ، $\frac{۵۴}{۲۴}$ ۹۹ ٹن
 (۱۸) ۶۰۰ فٹ ، $\frac{۱}{۶}$ ثانیہ ، ۱۲۰۰ پونڈ

(۱۹) $۲ \frac{۲۴۱}{۳۵۲}$ میل ، $\frac{۳}{۴}$ ۱۵ منٹ ، ۸۸ ٹن
(۲۰) ج پونڈ

متفرق سوالات

- (۱) ۱۴۴ فٹ (۲) ۵۷۶ فٹ ، ۶ ثانیہ
(۳) $\frac{۱}{۳}$ اینچ (۴) $\frac{۱}{۹}$ ۷ اونس وزن ، $\frac{۵}{۹}$ ۵ اونس وزن
(۵) ۷۷ ثانیہ ، ۲۱۷ : ۱۶۲
(۱۴) $\frac{۳۰}{۱۱}$ (۱۵) جنوب مغرب
(۱۸) $\frac{۳۰}{۱۱}$ رج
(۲۰) سمت عمودی کے دونوں طرف ۶۰°
(۲۱) جس طرف ذرہ ہے اس طرف باسراع ج مسرعہ
ذرے کے وزن کا قسط عہ گنا -
(۲۹) $\frac{۱۱}{۱۷}$ ۵ پونڈ وزن ، $\frac{۱۱}{۱۷}$ ج
(۳۳) $\frac{۲۰+۵}{۵+۶}$ ج

$$(۳۹) ج \left(\frac{۲}{۷} + \frac{۱}{۱۱} + \frac{۱}{۱۷} \right) \div \left(\frac{۲}{۷} + \frac{۱}{۱۱} + \frac{۱}{۱۷} \right) = ج \left(\frac{۲}{۷} + \frac{۱}{۱۱} + \frac{۱}{۱۷} \right)$$

(۴۳) آدمی کے وزن کا $\frac{۱۲}{۷}$ گنا (۴۷) $\frac{۵}{۱۱}$ ۲۱ ثانیہ

(۵۴) $\frac{۵}{۱۷}$ ج ، $\frac{۲}{۱۷}$ پونڈ وزن ، $\frac{۱۰}{۱۷}$ پونڈ وزن

(۵۹) $\frac{۱۷}{۱۱}$ ج ، ایک ایسے نقطے پر جہاں نصف قطر آتی ہے

۳۰ کا زاویہ بناتا ہے۔

$$(۶۴) \text{ م ج جم عہ } \frac{\text{ن} + \text{ن} - \text{ن} \text{ مس عہ}}{\text{ن} + \text{ن} + \text{م جب عہ}}$$

$$(۶۹) \text{ قدر فک ، } \frac{\text{م جم عہ جب عہ}}{\text{ن} + \text{م جم عہ}} \text{ سے بڑی ہونی چاہئے۔}$$

$$(۷۱) ۱۶۵۰ \text{ فٹ پونڈ ، } ۵۱۳۷۷ \text{ فٹ پونڈ ، } ۵۱۳۷۷ \text{ فٹ پونڈ}$$

$$(۷۲) ۲۶۴۵ \text{ اور } \frac{۱}{۳} \text{ فٹ پونڈ ، } ۳۸۹ \text{ اور } ۱۰ \text{ فٹ پونڈ ، } ۹۳ \text{ فٹ فی ثانیہ}$$

$$(۷۷) \frac{۳}{۱۴} \text{ نم پونڈ وزن ، } \frac{۳}{۱۱} \text{ میل فی گھنٹہ}$$



DYNAMICS

علم حرکت

Instant	آن
Velocity	رفتار
Speed	حال
Displacement	نقل مکان
Parallelogram of velocities	رفتاروں کا متوازی الاضلاع
Resultant	حاصل
Component	جزء
Space	فضا
Relative motion	حرکت اضافی
Absolute motion	مطلق حرکت
Apparent direction	سمت مرئی
Linear velocity	خطی رفتار
Tread-mill	پاؤں چکی
Change of velocity	تبدیل رفتار یا رفتار کی تبدیلی
Acceleration	اسراع
Vector	سمتی
Starting point	نقطہ ابتداء حرکت

Physical quantity

مقدار طبیعی

Scalar

میزانی

Initial velocity

ابتدائی رفتار

Retardation

ابطاء

Motion under gravity

حرکت بجاؤ بہ ارض

Clock-work

گھڑی کل

Guide

قائد

Groove

نالی

Acceleration due to gravity

اسراع بجاؤ بہ ارض

Line of quickest descent

تیز ترین نزول کا خط

Primary conception

ابتدائی مفہوم

Spiral spring

چکروار کمائی

C. G. S. system of units

اکائیوں کا س ک س نظام

Density

کثافت

Momentum

معیار حرکت

Principle of inertia

اصول جمود

Poundal

پونڈل

Dyne

ڈائن

Absolute units

مطلق اکائیاں

Gravitation unit

ثقلی اکائیاں

فہرست اصطلاحات	۳	علم حرکت
Air-tight		ہوا بند
Receiver		قابلہ
Physical independence of forces		قوتوں کا طبعی استغنا
Stress		تقابل
Impulse (Force \times Time)		دھکا
Impulsive Force		دھکے والی قوت
Impact		تصادم - ٹکرو
Energy		توانائی
Kinetic energy		توانائی بالفعل
Potential energy		توانائی بالقوہ
Conservation of energy		توانائی کا بقا
Conservative system of forces		قوتوں کا بقائی نظام
Mechanical energy		حیثی توانائی
Mechanical equivalent of heat		حرارت کا معادل حیثی
Projectile		مری
Angle of projection		زاویہ رمی
Trajectory		خط مری
Range		پہنچ
Time of flight		مدت پرواز
Latus Rectum		وتر خاص
Collision of elastic bodies		چکدار اجسام کا تصادم

Elasticity

لیک

Impinge directly

سیدھا ٹکرانا۔ تصادم راست

Impinge obliquely

نیڑھا ٹکرانا۔ تصادم کج

Co-efficient of Elasticity

لیک کی قدر

Velocity of separation

رفتار تباہ

Velocity of approach

رفتار تقارب

Line of impact

خط تصادم

Inelastic

بے لیک

Force of compression

پٹکنے کی قوت

Force of restitution

پٹننے کی قوت

Hodograph

رسم الطریق

Normal acceleration

عمادی اسراع

Centrifugal force

مرکز گریز قوت

Conical pendulum

مخروطی رتقاص

Governor of a steam engine

دخانہ انجن کا عالم

Valve

کھل مندن

Centre of curvature

مرکز انحناء

Switch-back railway

نٹ گاڑی

Simple harmonic motion

بسیط موسیقی حرکت

Pendulum

رتقاص

فہرست اصطلاحات	۵	علم حرکت
Amplitude		سعت
Periodic time		مدت اہتراز
Turning for		سرکا دوشاخہ
Violin		بیلہ
Jupiter		مشتری
Satellite		تابع
Oscillation		اہتراز
Idealistic		خیالی
Simple Equivalent Pendulum		بسیط مساوی رفاص
Abstract quantity		مقدار مطلق
Concrete quantity		مقدار مقید
Measure		ناپ
Absolute of fundamental units		مطلق یا اساسی اکائیاں
Derived units		ماخوذ اکائیاں
Dimension		بُعد

